

Zusatzaufgabe 1 / 2012 (2 Punkte):

Lösung bis Mittwoch 2. 5. 2012 um 12:00 per e-mail an graber@tugraz.at

Sehr geehrter Herr Prof. Graber,

ich hätte eine Frage zu einer Formel im Skriptum (v 8.52) auf Seite 12 (Kapitel 2.2.5 Masse).
Dort steht: $F_1 - F_2 = m \cdot \frac{dv}{dt}$, wobei F_1 , F_2 und v Vektoren sind und in der Skizze in die selbe Richtung zeigen.

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

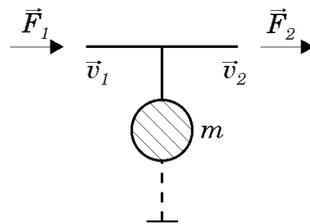


Abb.2.5: Masse

Ich frage mich nun, ob das Minus in der Formel wirklich stimmt.

Denn wenn z.B. F_1 gleich groß wie F_2 ist, dann wäre laut der Formel die Beschleunigung $0 \text{ (m/s}^2\text{)}$.
Aber in Wirklichkeit würden sich die Kräfte doch addieren, und dadurch eine gewisse Beschleunigung entstehen!

Gehört hier kein "Plus" zwischen F_1 und F_2 ?

Mit freundlichen Grüßen

Philipp Linder

Insgesamt wurden vier Lösungen abgegeben, die im Folgenden in zufälliger Reihenfolge angeführt sind.

Zusatzaufgabe 1 / 2012

Für die Kraft F gilt:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}.$$

Da gilt

$$\int \vec{a}(t) dt = \vec{v}(t) = \vec{a} \cdot t \Rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt},$$

ist eine Kraft bestimmt so beschreibbar.

Es bleibt nun die Frage offen ob das Minus zwischen den Kräften in der Formel nach deren Richtigkeit gefragt ist ($\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$) stimmt.

Nach dem 1. Newtonschen Axiom gilt: *Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.* Daraus kann man schließen, dass die Geschwindigkeit \vec{v} also unter der genannten Voraussetzung in Betrag und Richtung konstant ist. Eine Änderung des Bewegungszustandes kann nur durch Ausübung einer Kraft von außen erreicht werden.¹ Ist also $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$, wie Herr Linder als Beispiel gebracht hat, ist die Beschleunigung $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$ und das soll auch so sein, da ja sonst das Axiom nicht erfüllt wäre.

Die Kraft \vec{F}_1 , die auf den Körper mit der Masse m wirkt muss immer größer oder gleich der Kraft \vec{F}_2 sein. ($\vec{F}_1 \geq \vec{F}_2$). $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$ gilt nur, wenn entweder $m = 0$, oder das System völlig in Ruhe oder in gleichförmiger Bewegung ist ($\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$), wo wieder Newton 1 gilt. Sobald die Schnelle $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$ eine Wechselgröße ist, wird die Masse m immer eine Beschleunigung erfahren und da eine Masse träge und schwer ist, wird die Kraft \vec{F}_2 kleiner als die Kraft \vec{F}_1 sein. Da gilt

$$\vec{F}_1 \sim \frac{d\vec{v}}{dt}$$

kann im Extremfall, wenn $\frac{d\vec{v}}{dt} \gg$, also die Beschleunigung, die durch die Kraft \vec{F}_1 zustande kommt sehr groß wird, die Kraft \vec{F}_2 sehr klein werden oder sogar $\rightarrow 0$ gehen.

Man könnte natürlich auch die Energie im System betrachten. Die kinetische Energie $\vec{E}_{kin} = \frac{m\vec{v}^2}{2}$ muss immer erhalten bleiben. Würden sich die Kräfte addieren, würde das System Energie liefern. Das ist (leider ;-)) nicht möglich.

Aus diesem Gründen ist die Idee, dass dieses Vorzeichen falsch ist für mich nicht nachvollziehbar und die Formel

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

richtig.

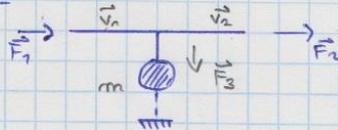
¹ http://de.wikipedia.org/wiki/Newtonsche_Gesetze

DANIEL BRANTNER ; 1030019

ZUSATZAUFGABE 1 / 2012

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = m \cdot a = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

SKIZZE:



$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$!
↳ mit Kräfte haben sich auf!

⇒ MINUS Stimmt. DENN:

$$\vec{F}_3 = m \cdot a = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \vec{F}_3 \quad \parallel \text{ umkehren}$$

$\vec{v} = \vec{v}_1 = \vec{v}_2$; aber
KRÄFTEAUFGEBUNG findet statt(!)

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

⇒ Wenn $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$

→ dann ist $\vec{F}_3 = 0$
d.h. ES GIBT keine Kraft \vec{F}_3 ab.
d.h. ES IST keine MASSE "m" VORHANDEN.
(ES IST SONST DANH EINE NORMALE
STARRE, IDEALE VERBINDUNGSTANGE.)

⇒ KRÄFTE ADDIEREN SICH NICHT (\vec{F}_1 & \vec{F}_2).

↳ die KRAFT bleibt meist erhalten / ändert sich nicht (!)

Lösung 3: Daniel Rudrich (2 Punkte von 2)

Betreff: Re: Zusatzaufgabe Elektroakustik UE

Von: Daniel Rudrich <rudrich@student.tugraz.at>

Datum: 01.05.2012 20:10

An: "Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gerhard Graber" <graber@tugraz.at>

Sehr geehrter Herr Graber,

anbei meine Lösung für das Problem:

Der Fehler liegt in der Annahme, dass die Kraft F_2 eine zusätzlich auf die Masse wirkende Kraft ist (wäre dies so, wäre ein "Plus" absolut richtig). Jedoch ist sie eine resultierende Kraft, die je nach weiterer Beschaltung unterschiedlich groß werden kann, da die Masse parallel zur rechtseitigen Beschaltung liegt und sich die Kraft F_1 in die Kräfte F_2 und F_b (beschleunigende Kraft: $F_b = F_1 - F_2 = m \cdot dv/dt$) aufteilt (Flussgröße).

Beispiel a)

F_1 sei von einer Kraftquelle eingepreßt und konstant, die Masse rechtseitig nicht weiter beschaltet (Leerlauf).

Daraus folgt, dass $F_2 = 0$ und somit die Masse durch die komplette Kraft F_1 beschleunigt wird.

Beispiel b)

F_1 wie a), Masse rechtsseitig mit einer Feder beschaltet, welche starr mit der Wand verbunden ist.

Zu Zeitpunkt $t=t_0$ sei die Feder entspannt ($F_2 = 0$) \Rightarrow Masse m wird mit $F_b = F_1$ beschleunigt.

Durch $v > 0$ entsteht nun auch an der Feder eine Kraft $F_2 > 0$ \Rightarrow Masse m wird durch $F_b = F_1 - F_2$ beschleunigt.

zu Zeitpunkt $t=t_1$ sei durch die Bewegung der Masse die Feder soweit gespannt, dass $F_2 = F_1$. Folglich wird die Beschleunigung der Masse kurzzeitig 0, da $F_b = 0$.

Da die Masse jedoch ihre (maximale) kinetische Energie besitzt ($v = v_{max}$), wird die Feder weiter gespannt $\Rightarrow F_2 > F_1 \Rightarrow F_b < 0$. Die Masse wird abgebremst (kinetische Energie wird zu potentieller Energie)

zu Zeitpunkt $t=t_2$ hat die Masse ihre gesamte kinetische Energie dazu genutzt, die Feder zu spannen. F_2 ist nun doppelt so groß wie $F_1 \Rightarrow F_b = -F_1$.

zu Zeitpunkt $t=t_3$ erfolgt wieder das Kräftegleichgewicht $F_1 = F_2$. Wie bei t_1 wäre hier in möglicher Ruhepunkt des Systems, wäre da nicht die kinetische Energie der Masse ($v = -v_{max}$).

$t_4 = t_0$, es beginnt eine neue Periode.

Wird parallel zu Masse und Feder noch ein Reibwiderstand hinzugefügt, würde das System für $t \rightarrow \infty$ einen Ruhepunkt einnehmen, bei dem gilt $F_1 = F_2$, $v=0$.

Soweit meine Lösung der Zusatzaufgabe.

Lösung 4: Lukas Schaffenrath (2 Punkte von 2)

Betreff: Zusatzaufgabe 1 Elektroakustik UE

Von: Lukas Schaffenrath <lukas.schaffenrath@student.tugraz.at>

Datum: 25.04.2012 18:33

An: "Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gerhard Graber" <graber@tugraz.at>

Sehr geehrter Herr Prof. Graber!

Hier meine Lösung zur Zusatzaufgabe 1:

$F_1 - F_2 = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot a$ Diese Formel beschreibt die Trägheitskraft.

Wenn $F_1 = F_2$, verbleibt der Körper in Ruhe oder gleichförmiger Bewegung ($a = 0$).

Erst wenn zwischen F_1 und F_2 eine Differenz auftritt ($F_1 - F_2 \neq 0$) wirkt eine Beschleunigung ($a \neq 0$) auf die Masse und sie ändert ihre Bewegung.

Deshalb stimmt die Formel mit dem minus zwischen F_1 und F_2 .

Mit freundlichen Grüßen, Lukas Schaffenrath