

# **Messsystem für akustische Zweitore**

Bachelorarbeit im Rahmen des Elektro- und Raumakustik  
Seminar

verfasst von

**Martin Denda**

Institut für Breitbandkommunikation der Technischen Universität Graz  
Betreuer: Ao. Univ.-Prof.Dipl.-Ing. Dr.techn. Gerhard Graber  
Graz, Februar 2010

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b><u>Einleitung</u></b>	<b>3</b>
1.1	Allgemeines	3
1.2	Ziel und Motivation dieser Arbeit	3
<b>2</b>	<b><u>Grundlagen und Theorie</u></b>	<b>4</b>
2.1	Das Impedanzmessrohr	5
2.2	Trennungsmethode / Übertragungsfunktionsmethode	7
2.3	Kettenmatrixmethode	9
2.3.1	Lösungsweg	10
2.3.1.1.	Kettenmatrix eines verlustbehafteten homogenen Zweitores	13
2.3.1.2.	Berechnung der Schallschnellen	14
2.3.1.3.	Kettenmatrix eines verlustbehafteten inhomogenen Zweitores	15
2.4	Berechnungen der akustischen Parameter	17
2.4.1.	Reflexionsfaktor, Reflexionsgrad und Schallabsorptionsgrad	18
2.4.2.	Transmissionsfaktor und Durchgangsdämpfung	20
2.4.3.	Wandimpedanz	21
<b>3</b>	<b><u>Das Messsystem</u></b>	<b>23</b>
3.1	Aufbau des Messsystems	24
3.1.1	Hardware	24
3.1.2.	Software	28
3.2	Voreinstellungen	29
3.2.1.	Starten des Programms und Anlegen eines Projektordners	29
3.2.2.	Einpegeln	30
3.2.3.	Kalibrieren	32
3.3	Messung	36
3.4.	Auswertung	39
3.4.1.	Anzeige und Weiterverarbeitung der Messergebnisse	39
3.4.2.	Erstellen eines Reports	43
<b>4</b>	<b><u>Beispielmessungen</u></b>	<b>44</b>
4.1	Beispielmessung 1	44
4.2	Beispielmessung 2	53
4.3	Beispielmessung 3	56
4.4	Beispielmessung 4	61
<b>5</b>	<b><u>Anhang</u></b>	<b>64</b>
5.1	Bestimmung der Kettenmatrix eines verlustbehafteten homogenen Zweitores	65
5.2	Bestimmung der Kettenmatrix eines verlustbehafteten homogenen Zweitores	67
5.3	Bestimmung der akustischen Parameter	69
<b>6</b>	<b><u>Literaturverzeichnis</u></b>	<b>77</b>

# 1 Einleitung

## 1.1 Allgemeines

Das Impedanzmessrohr ist ein klassisches Laborwerkzeug zur Bestimmung des akustischen Verhaltens von verschiedenen Materialien.

In allen Bereichen die sich mit Schalldämmung oder Schallabsorption beschäftigen, sind die akustischen Materialparameter wichtig, um eine konkrete Beschreibung des Materials im Schallfeld zu treffen. Es existieren verschiedene Methoden, um die Bestimmung der akustischen Materialparameter mittels des Impedanzmessrohres durchzuführen.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Beschreibung folgender zwei Methoden:

- Trennungs- beziehungsweise Übertragungsfunktionsmethode
- Kettenmatrixmethode

Weiters wird ein Messsystem für akustische Zweitore vorgestellt, welches mit den oben genannten zwei Methoden arbeitet.

Mit Hilfe dieses Messsystems können die verschiedenen akustischen Parameter eines Materials berechnet und weiterverarbeitet werden.

Das Messsystem wurde im Rahmen einer Diplomarbeit von Wolfgang Truppe und Felix Kappeler entwickelt.

## 1.2 Ziel und Motivation

Ziel dieser Arbeit ist es, dem Leser die Trennungs- beziehungsweise Übertragungsfunktionsmethode sowie die Kettenmatrixmethode zu erklären und das in der Diplomarbeit entwickelte Messsystem in kompakter und nachvollziehbarer Weise vorzustellen.

Der Leser sollte nach dem Lesen dieser Arbeit die grundlegende Theorie verstanden haben und in der Lage sein, selbst Messungen durchzuführen und auszuwerten.

Die Seminararbeit beziehungsweise Teile daraus sollen den Studenten als Laborunterlage dienen.

## 2 Grundlagen und Theorie

Dieses Kapitel beginnt mit der allgemeinen Beschreibung des Impedanzmessrohres und zeigt wie sich die zentralen Schallfeldgrößen Schalldruck und Schallschnelle bei Schallausbreitung im Rohr berechnen lassen.

Anschließend werden zwei Verfahren vorgestellt, mittels denen sich unter Zuhilfenahme des Impedanzmessrohres verschiedene akustische Parameter eines porösen Absorbers berechnen lassen.

### Prinzip der einzelnen Methoden:

Bei der *Übertragungsfunktionsmethode* wird der Schalldruck im Impedanzmessrohr vor dem Absorber an zwei verschiedenen Positionen mit zwei Mikrofonen gemessen. Mittels der gewonnenen Schalldrücke lässt sich das Schallfeld im Rohr nun in Anteile hin- und rücklaufender Wellen zerlegen. Aus diesen Anteilen lassen sich folgende akustische Parameter berechnen:

- Reflexionsfaktor / Reflektionsgrad
- Absorptionsgrad
- Wandimpedanz

Bei der *Kettenmatrixmethode* wird der Schalldruck an vier verschiedenen Positionen gemessen, jeweils zwei vor und zwei nach dem Absorber. Bei dieser Methode handelt es sich prinzipiell um die wiederholte Anwendung der Übertragungsfunktionsmethode an beiden Enden des Absorbers. Es kann so die Kettenmatrix des Absorbers bestimmt werden.

Die Kettenmatrix beschreibt das akustische Verhalten eines Absorbers vollständig, und es lassen sich weitere, zusätzliche akustische Parameter berechnen, welche unter anderem auch Rückschlüsse auf das Schallfeld hinter dem Absorber möglich machen.

Die *zusätzlich* gewonnenen akustischen Parameter sind:

- Transmissionsfaktor
- Durchgangsdämpfung
- Absorberimpedanz

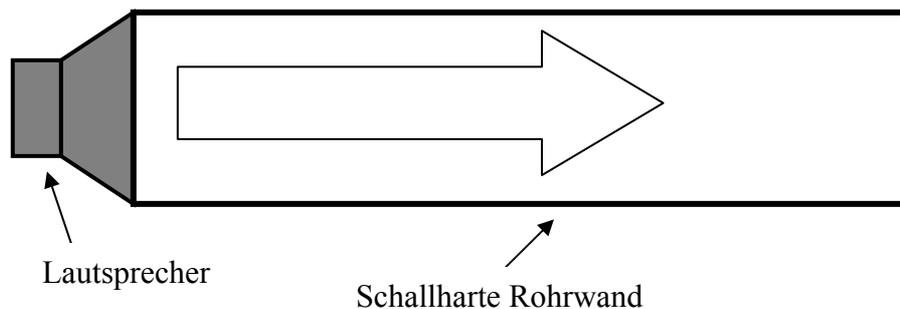
Zusätzlich können folgende Simulationen durchgeführt werden:

- Simulieren von schallhartem oder offenem Rohrabschluss
- Berechnung der akustischen Parameter bei beliebigem Wandabstand
- Berechnung der akustischen Parameter für beliebige Dicken des Absorbers
- Berechnung der akustischen Parameter von geschichteten Absorbern

Die Kettenmatrixmethode bietet im Vergleich zur Übertragungsfunktionsmethode einige Vorteile. Als Basis aller Berechnungen dient bei beiden Verfahren der Schalldruck im Rohr welcher mittels Mikrofone gemessen wird. Wie sich dieser im Impedanzmessrohr verhält wird im nächsten Kapitel erläutert.

## 2.1 Das Impedanzmessrohr

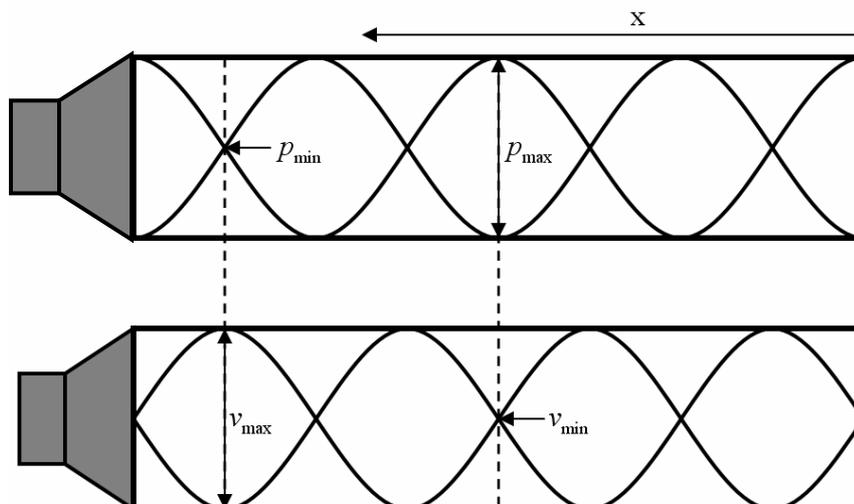
Mittels des Impedanzmessrohrs ist es möglich, ein leicht reproduzierbares und definiertes Schallfeld herzustellen. Regt man das eine Rohr-Ende mittels Lautsprecher an und ist der Rohrdurchmesser im Vergleich zur Wellenlänge klein, so kann man davon ausgehen das sich der Schall nur in eine Richtung ausbreiten wird, und zwar in Achsenrichtung des Rohres.



Schließt man nun das andere Ende schallhart ab, so wird die Welle am Abschluss reflektiert und läuft in entgegengesetzter Richtung zurück. Sie wird wiederum am Lautsprecher reflektiert und läuft wieder zurück und so fort.

Durch diese Überlagerungen von hin- und rücklaufenden Wellen entsteht eine Stehwelle mit örtlich stationären Druckmaxima und -Minima. Es entstehen also Knoten, in denen der Schalldruck gering ist und Bäuche in denen der Schalldruck maximal wird. Gleiches gilt für die Schallschnelle, die zum Schalldruck allerdings um  $90^\circ$  phasenverschoben ist.

In folgender Abbildung sind der Schalldruck und die Schallschnelle einer stehenden Welle im Rohr abgebildet:



Durch die  $90^\circ$  Verschiebung entstehen an Orten der Schalldruckmaxima Schallschnelleminima.

Für die Berechnung des Schalldruckes  $p$  an der Stelle  $x$  verwendet man den Lösungsansatz für die Wellengleichung der ebenen Welle bei verlustfreier Schallausbreitung:

$$\underline{p}(x,t) = \underline{p}_i(x,t) + \underline{p}_r(x,t) = \left( \hat{p}_i \cdot e^{-jkx} + \hat{p}_r \cdot e^{jkx} \right) \cdot e^{j\omega t}$$

Wie man sieht, setzt sich der Gesamtschalldruck  $\underline{p}(x,t)$  aus dem Schalldruck  $\underline{p}_i(x,t)$  der hinlaufenden Welle (**incident**) und dem Schalldruck  $\underline{p}_r(x,t)$  der rücklaufenden Welle (**reflected**) zusammen.

Dieser Ansatz wird noch um die auftretende Dämpfung der Schallwellen durch Reibung an der Rohrrinnenwand erweitert:

$$jk \rightarrow \underline{\Gamma} = \mu + jk$$

$\underline{\Gamma}$  .....komplexe Ausbreitungskonstante

$\mu$  .....Dämpfungsmaß, Dämpfungskoeffizient, Dissipationskoeffizient

Der allgemeine Lösungsansatz für die Wellengleichung der ebenen Welle bei harmonischer Erregung lautet daher für *verlustbehaftete Schallausbreitung*:

$$\underline{p}(x,t) = \underline{p}_i(x,t) + \underline{p}_r(x,t) = \left( \hat{p}_i \cdot e^{-\underline{\Gamma} \cdot x} + \hat{p}_r \cdot e^{\underline{\Gamma} \cdot x} \right) \cdot e^{j\omega t}$$

Das Frequenzspektrum des Schalldruckes erhält man durch Fourier Transformation:

$$F\{\underline{p}(x,t)\} = \underline{p}(x,f) = \hat{p}_i \cdot e^{-\underline{\Gamma} \cdot x} + \hat{p}_r \cdot e^{\underline{\Gamma} \cdot x}$$

Zur Schreibvereinfachung wird ab hier die Frequenzvariable  $f$  in der Klammer weggelassen, es handelt sich aber weiterhin um Frequenzspektren.

Für den Schalldruck gilt demnach:

$$\underline{p}(x) = \underline{p}_i(x) + \underline{p}_r(x) = \hat{p}_i \cdot e^{-\underline{\Gamma} \cdot x} + \hat{p}_r \cdot e^{\underline{\Gamma} \cdot x} \quad (2.1)$$

Für die Schallschnelle gilt:

$$\underline{v}(x) = \underline{v}_i(x) + \underline{v}_r(x) = \frac{1}{\underline{Z}_K} \cdot \left[ \underline{p}_i(x) - \underline{p}_r(x) \right] = \frac{1}{\underline{Z}_K} \cdot \left[ \hat{p}_i \cdot e^{-\underline{\Gamma} \cdot x} - \hat{p}_r \cdot e^{\underline{\Gamma} \cdot x} \right] \quad (2.2)$$

$\underline{Z}_K$  .....Schallkennimpedanz (entspricht z.B. bei Luft dem Schallkennwiderstand

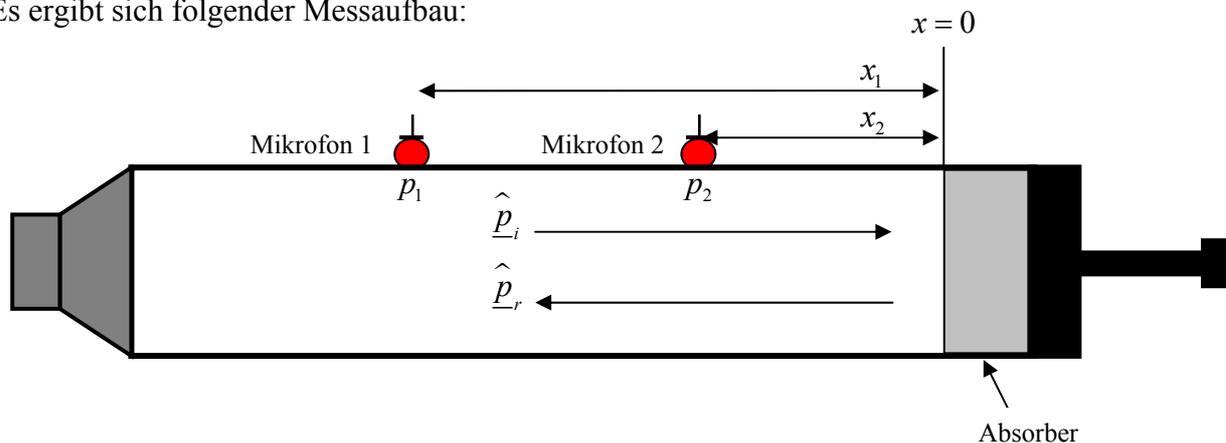
$Z_0$ , bei einem Absorber der Absorberimpedanz  $\underline{Z}_A$ )

Der Gesamtschalldruck an einer Stelle im Rohr setzt sich also aus Überlagerung der hin- und rücklaufenden Wellen zusammen. Genau diese Eigenschaft wird bei der Übertragungsfunktionsmethode genutzt, wie man im nächsten Kapitel sehen wird.

## 2.2 Trennungsmethode / Übertragungsfunktionsmethode

Wie bereits erwähnt, wird bei dieser Methode der messbare Gesamtschalldruck in Anteile der hin- und rücklaufenden Wellen zerlegt. Hierzu muss das Impedanzmessrohr um zwei Mikrofone erweitert werden. Setzt man nun einen Absorber vor die schallharte Wand, so stellt sich durch Anwesenheit des Absorbers ein anderer Schalldruck im Rohr ein. Wenn der Absorber sehr gut absorbiert, so ist natürlich der Anteil der rücklaufenden Wellen kleiner als der Anteil der hinlaufenden. Absorbiert er dagegen sehr schlecht wird die hinlaufende Welle sehr gut reflektiert und der Anteil der rücklaufenden Welle steigt. Kennt man also die einzelnen Anteile des Gesamtschalldruckes, so kann man dadurch Rückschlüsse auf das akustische Verhalten des Absorbers ziehen.

Es ergibt sich folgender Messaufbau:



Wie in Kapitel 2.1 erwähnt, berechnet sich der Gesamtschalldruck an der Stelle  $x$  zu:

$$\underline{p}(x) = \underline{p}_i(x) + \underline{p}_r(x) = \hat{p}_i \cdot e^{-\Gamma \cdot x} + \hat{p}_r \cdot e^{\Gamma \cdot x}$$

Es gilt die zwei unbekannt Drücke  $p_i$  und  $p_r$  zu berechnen, man hat also eine Gleichung, aber nur zwei Unbekannte. Dies ist der Grund warum man bei dieser Methode zwei Mikrofone benutzt.

Durch das Messen zweier verschiedener Schalldrücke an verschiedenen Stellen,  $x_1$  und  $x_2$  im Rohr, ergeben sich zwei Gleichungen:

$$\underline{p}_1 = \underline{p}(x_1) = \underline{p}_i(x_1) + \underline{p}_r(x_1) = \hat{p}_i \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} + \hat{p}_r \cdot e^{\Gamma \cdot x_1} \tag{2.3}$$

$$\underline{p}_2 = \underline{p}(x_2) = \underline{p}_i(x_2) + \underline{p}_r(x_2) = \hat{p}_i \cdot e^{-\Gamma \cdot x_2} + \hat{p}_r \cdot e^{\Gamma \cdot x_2} \tag{2.4}$$

$$s = x_2 - x_1 \dots\dots\dots \text{Mikrofonabstand} \tag{2.5}$$

Damit ergeben sich zwei Gleichungen in zwei Unbekannten und die Gleichung ist lösbar:

$$\hat{p}_r \cdot e^{\Gamma \cdot x_1} = \underline{p}_1 - \hat{p}_i \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} \quad \hat{p}_r = \underline{p}_1 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} - \hat{p}_i \cdot e^{-2\Gamma \cdot x_1} \quad (2.6)$$

Eingesetzt in Gl. (2.4):

$$\begin{aligned} \underline{p}_2 &= \hat{p}_i \cdot e^{-\Gamma \cdot x_2} + \underline{p}_1 \cdot e^{\Gamma \cdot (x_2 - x_1)} - \hat{p}_i \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} \cdot e^{\Gamma \cdot (x_2 - x_1)} \\ \hat{p}_i \cdot \left[ e^{-\Gamma \cdot x_2} - e^{-\Gamma \cdot x_1} \cdot e^{\Gamma \cdot (x_2 - x_1)} \right] &= \underline{p}_2 - \underline{p}_1 \cdot e^{\Gamma \cdot (x_2 - x_1)} \\ \hat{p}_i &= \frac{\underline{p}_2 \cdot e^{\Gamma \cdot x_1} - \underline{p}_1 \cdot e^{\Gamma \cdot x_2}}{e^{\Gamma \cdot (x_1 - x_2)} - e^{-\Gamma \cdot (x_1 - x_2)}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Mit Gl. (2.5) folgt:

$$\hat{p}_i = \frac{\underline{p}_1 \cdot e^{\Gamma \cdot x_2} - \underline{p}_2 \cdot e^{\Gamma \cdot x_1}}{2 \cdot \sinh(\Gamma \cdot s)} = \underline{p}_1 \cdot \frac{e^{\Gamma \cdot x_2} - \underline{H}_{12} \cdot e^{\Gamma \cdot x_1}}{2 \cdot \sinh(\Gamma \cdot s)} \quad (2.8)$$

Gl. (2.7) eingesetzt in Gl. (2.6):

$$\hat{p}_r = \underline{p}_1 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} - \frac{\underline{p}_2 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} - \underline{p}_1 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} \cdot e^{-\Gamma \cdot (x_1 - x_2)}}{e^{\Gamma \cdot (x_1 - x_2)} - e^{-\Gamma \cdot (x_1 - x_2)}} = \frac{\underline{p}_1 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} \cdot e^{\Gamma \cdot (x_1 - x_2)} - \underline{p}_2 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1}}{e^{\Gamma \cdot (x_1 - x_2)} - e^{-\Gamma \cdot (x_1 - x_2)}}$$

Mit Gl. (2.5) folgt:

$$\hat{p}_r = \frac{\underline{p}_2 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} - \underline{p}_1 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_2}}{2 \cdot \sinh(\Gamma \cdot s)} = \underline{p}_1 \cdot \frac{\underline{H}_{12} \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} - e^{-\Gamma \cdot x_2}}{2 \cdot \sinh(\Gamma \cdot s)} \quad (2.9)$$

Für den Spezialfall „verlustlos“ ( $\mu = 0$ ):

$$\hat{p}_i = j \frac{\underline{p}_2 \cdot e^{jkx_1} - \underline{p}_1 \cdot e^{jkx_2}}{2 \cdot \sin(k \cdot s)} = j \underline{p}_1 \cdot \frac{\underline{H}_{12} \cdot e^{jkx_1} - e^{jkx_2}}{2 \cdot \sin(k \cdot s)} \quad (2.10)$$

$$\hat{p}_r = j \frac{\underline{p}_1 \cdot e^{-jkx_2} - \underline{p}_2 \cdot e^{-jkx_1}}{2 \cdot \sin(k \cdot s)} = j \underline{p}_1 \cdot \frac{e^{-jkx_2} - \underline{H}_{12} \cdot e^{-jkx_1}}{2 \cdot \sin(k \cdot s)} \quad (2.11)$$

Wie man sieht, lassen sich  $p_i$  und  $p_r$  über die messbaren Schalldrücke  $p_1$  und  $p_2$  beziehungsweise deren Quotient  $\underline{H}_{12}$  ausdrücken.

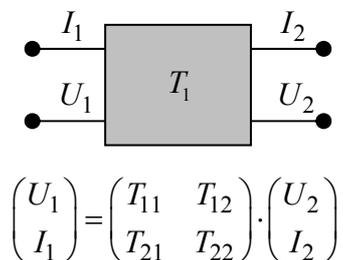
Folgende akustische Parameter lassen sich nun aus den Schalldruckanteilen  $p_i$  und  $p_r$  berechnen (Die Herleitung folgt in Kapitel 2.4):

- Reflexionsfaktor
- Reflexionsgrad
- Absorptionsgrad
- Wandimpedanz
- Wandadmittanz

## 2.3 Kettenmatrixmethode

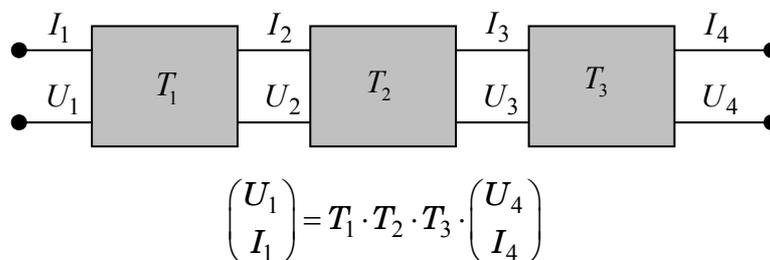
Eine andere Methode mit der sich alle interessierenden akustischen Parameter eines akustischen Zweitores berechnen lassen können, ist die Kettenmatrixmethode.

Mithilfe der Kettenmatrix lässt sich ein beliebiges akustisches (oder elektrisches) Zweitor exakt beschreiben. In folgender Abbildung ist ein elektrisches Zweitor mit den Ein- und Ausgangsgrößen Strom und Spannung zu sehen:



Ein großer Vorteil der Kettenmatrix ist es, dass sich mit ihrer Hilfe verschiedene Zweitore sehr einfach kombinieren lassen können.

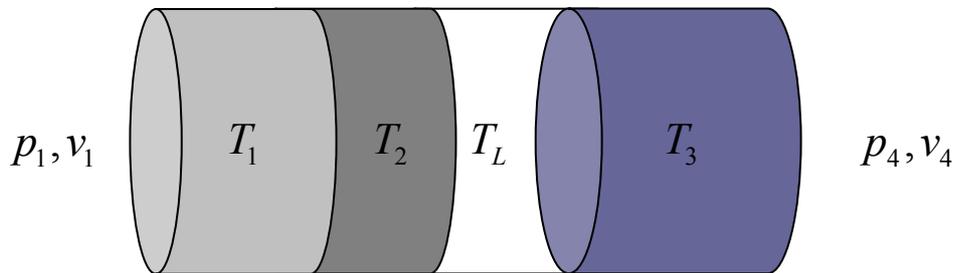
In folgender Abbildung ist eine serielle Kombination von drei verschiedenen Zweitoren zu sehen:



Wie man sieht, entspricht der Ausgang des ersten Zweitores dem Eingang des zweiten Zweitores, dessen Ausgang wiederum dem Eingang des dritten Zweitores entspricht.

Mathematisch kommt ein solches Hintereinanderschalten von verschiedenen Zweitoren einer Multiplikation der einzelnen Kettenmatrizen gleich.

Ein Absorber im Impedanzmessrohr stellt ein akustisches Zweitor mit den Ein- und Ausgangsgrößen Schalldruck und Schallschnelle dar, wobei dieselben Rechenregeln wie für ein elektrisches Zweitor gelten:

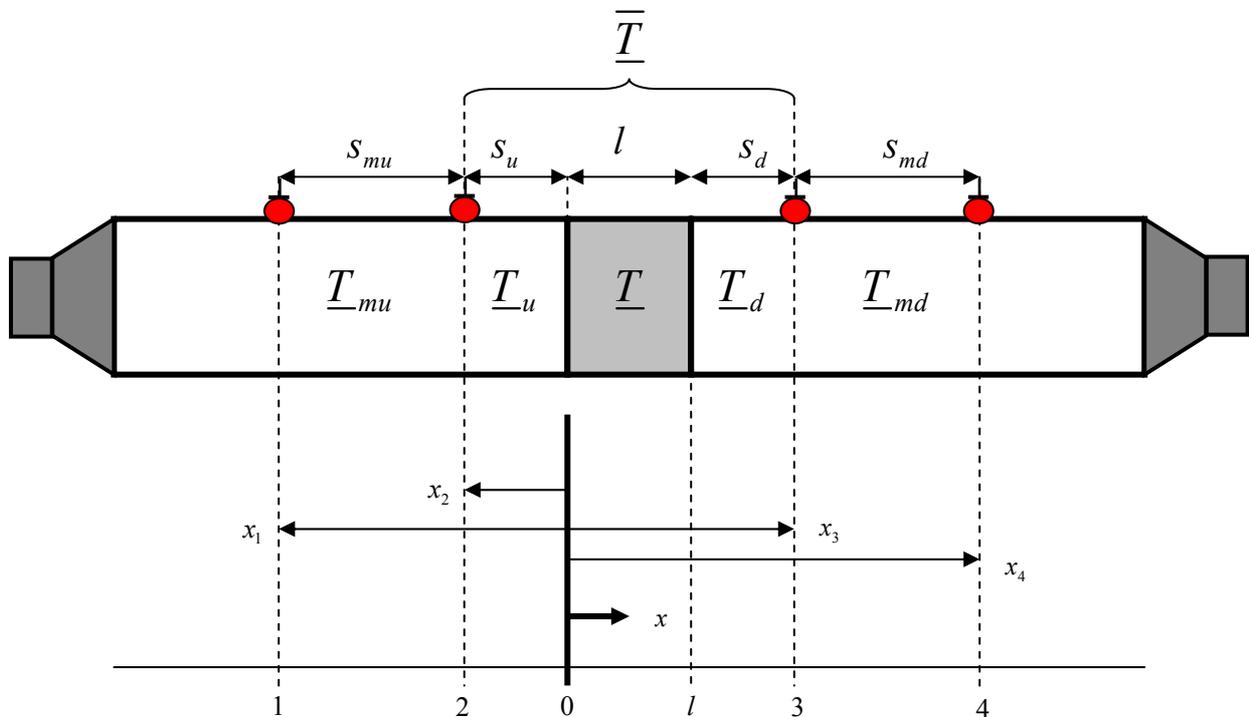


$$\begin{pmatrix} p_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = T_1 \cdot T_2 \cdot T_L \cdot T_3 \cdot \begin{pmatrix} p_4 \\ v_4 \end{pmatrix}$$

Ist die Kettenmatrix eines Absorbers bekannt, lassen sich aus ihr alle interessierenden akustischen Parameter (siehe Kapitel 2.3) berechnen.

### 2.3.1 Lösungsweg

Um nun die Kettenmatrix eines Absorbers zu bestimmen, wird der Messaufbau aus Kapitel 2.2 erweitert wie in folgender Abbildung zu sehen ist:



Analog zur Übertragungsfunktionsmethode wird auch hier  $x = 0$  am Absorberanfang gewählt.

Es gibt nun also zwei Lautsprecher und vier Mikrofone, wobei es zu einem Hintereinanderschalten von fünf verschiedenen akustischen Zweitoren kommt.

Die Kettenmatrizen der akustischen Zweitore lauten:

$\underline{T}_{mu}$  ..... Messstrecke upstream

$\underline{T}_u$  ..... Verbindungsrohr upstream

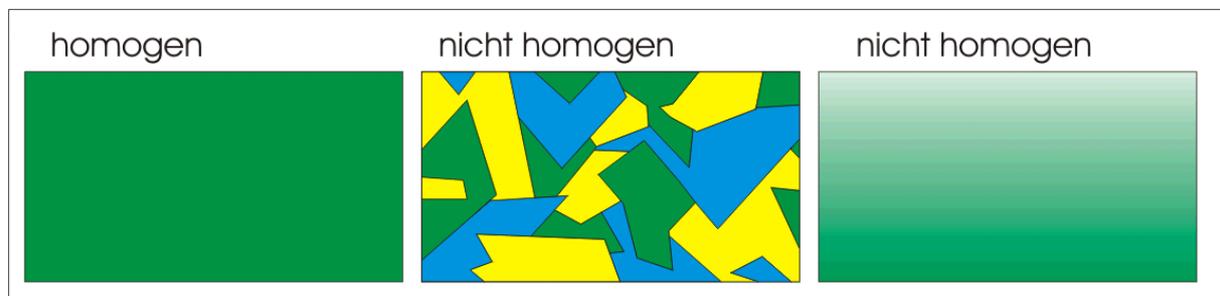
$\underline{T}$  ..... zu berechnendes akustisches Zweitor (Absorber)

$\underline{T}_d$  ..... Verbindungsrohr downstream

$\underline{T}_{md}$  ..... Messstrecke downstream

Die Kettenmatrizen  $\underline{T}_{mu}$ ,  $\underline{T}_u$ ,  $\underline{T}_d$ ,  $\underline{T}_{md}$  beschreiben das Übertragungsverhalten eines *homogenen Zweitores*, die Matrix  $\underline{T}$  stellt die Kettenmatrix des zu berechnenden Absorbers dar und beschreibt das Übertragungsverhalten eines *inhomogenen Zweitores*.

Der Unterschied zwischen homogenen und inhomogenen Zweitoren ist in folgender Abbildung dargestellt:



Nachdem die zu den Kettenmatrizen  $\underline{T}_{mu}$ ,  $\underline{T}_u$ ,  $\underline{T}_d$  und  $\underline{T}_{md}$  zugehörigen akustischen Zweitore gleichmäßig mit Luft gefüllt sind und keinerlei Querschnittsprünge aufweisen, können sie also als *homogen* betrachtet werden. In Kapitel (2.3.1.1) wird gezeigt, dass sich die Matrizen berechnen lassen und bekannt sind.

Die Kettenmatrix  $\underline{T}$  beschreibt das Übertragungsverhalten des zu vermessenden porösen Absorbers, welcher im Allgemeinen als *inhomogenes Zweitor* betrachtet wird.

Der Zusammenhang zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen des zu vermessenden Absorbers lautet:

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = \underline{T} \cdot \begin{bmatrix} p_l \\ v_l \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Die Schalldrücke  $p_0$  und  $p_l$  lassen sich jedoch nicht direkt bestimmen, da sich an den Stellen  $x_0$  und  $x_l$  keine Mikrofone befinden. Daher wird die Gleichung (2.12) um die Kettenmatrizen  $\underline{T}_u$ ,  $\underline{T}_d$ , der Verbindungsrohre erweitert und die Gleichung lautet:

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \underline{T}_u \cdot \underline{T} \cdot \underline{T}_d \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

welche sich mit  $\bar{\underline{T}} = \underline{T}_u \cdot \underline{T} \cdot \underline{T}_d$  ergibt zu

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \bar{\underline{T}} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

Wie bereits erwähnt, sind die Verbindungsrohre *homogene Zweitore* deren Kettenmatrizen bekannt sind, kennt man also die Kettenmatrix  $\underline{\bar{T}}$ , so lässt sich die Kettenmatrix  $\underline{T}$  mittels folgender Gleichung leicht berechnen:

$$\underline{\bar{T}} = \underline{T}_u \cdot \underline{T} \cdot \underline{T}_d \quad \Rightarrow \quad \underline{T} = \underline{T}_u^{-1} \cdot \underline{\bar{T}} \cdot \underline{T}_d^{-1}$$

Die zu lösende Gleichung lautet also:

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \underline{\bar{T}} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \underline{T}_u \cdot \underline{T} \cdot \underline{T}_d \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Die Schalldrücke  $p_2$  und  $p_3$  sind direkt messbar und um die Gleichung zu lösen ergibt sich folgender Lösungsweg:

**Lösungsweg – Überblick**

- Berechnung der Kettenmatrix der homogenen Zweitore  $\underline{T}_{mu}$ ,  $\underline{T}_u$ ,  $\underline{T}_d$  und  $\underline{T}_{md}$ 

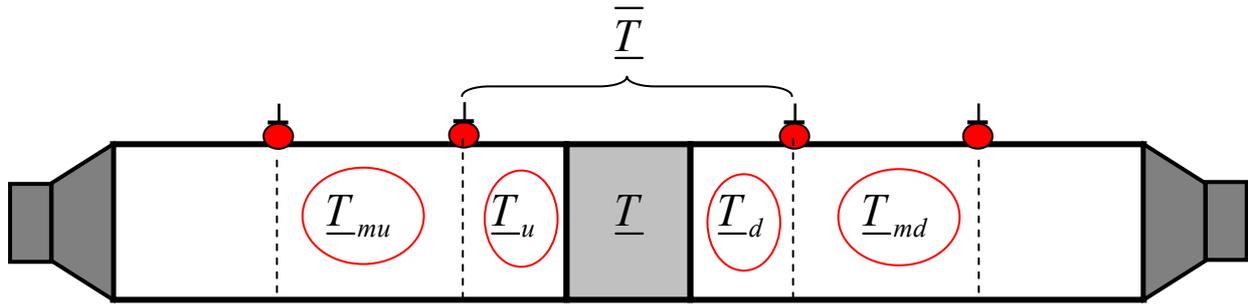
$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \underline{\bar{T}} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \underline{T}_u \cdot \underline{T} \cdot \underline{T}_d \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$
- Berechnung der Schallschnellen  $v_2$  und  $v_3$ 

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \underline{\bar{T}} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \underline{T}_u \cdot \underline{T} \cdot \underline{T}_d \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$
- Berechnung der Kettenmatrix des inhomogenen Zweitores  $\underline{T}$ 

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \underline{\bar{T}} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \underline{T}_u \cdot \underline{T} \cdot \underline{T}_d \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{T} = \underline{T}_u^{-1} \cdot \underline{\bar{T}} \cdot \underline{T}_d^{-1}$$

2.3.1.1 Kettenmatrizen der verlustbehafteten homogenen Zweitore



$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \bar{T} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \underbrace{T_u}_{\text{orange}} \cdot \underbrace{T}_{\text{grey}} \cdot \underbrace{T_d}_{\text{orange}} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

In der Gleichung (2.13) kommen zwar nur die zwei Kettenmatrizen  $T_u$  und  $T_d$  vor, es werden jedoch für die Berechnung der Schallschnellen  $v_2$  und  $v_3$  (siehe nächstes Kapitel) auch die Kettenmatrizen  $T_{mu}$  und  $T_{md}$  benötigt.

Die Kettenmatrix eines verlustbehafteten homogenen Zweitores lautet (Herleitung im Anhang):

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cosh(\underline{\Gamma} \cdot l) & \underline{Z}_K \cdot \sinh(\underline{\Gamma} \cdot l) \\ \frac{1}{\underline{Z}_K} \cdot \sinh(\underline{\Gamma} \cdot l) & \cosh(\underline{\Gamma} \cdot l) \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

$Z_K$  ...Schallkennimpedanz im Rohr  
 $l$  ...Länge des Zweitores

Für die Berechnungen verwendet man jedoch den *Spezialfall* „verlustlos“ ( $\mu = 0$ ):

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(k \cdot l) & jZ_0 \cdot \sin(k \cdot l) \\ \frac{j}{Z_0} \cdot \sin(k \cdot l) & \cos(k \cdot l) \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

$Z_0$  ...Schallkennimpedanz der Luft

Die Kettenmatrizen der homogenen Zweitore sind also bekannt und es lassen sich nun die noch unbekannt Schallschnellen  $v_2$  und  $v_3$  berechnen.

### 2.3.1.2 Berechnung der Schallschnellen $v_2$ und $v_3$

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \bar{\underline{T}} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \underline{T}_u \cdot \underline{T} \cdot \underline{T}_d \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

Für die Berechnung der Schallschnelle  $v_2$  nimmt man als Ansatz den Zusammenhang zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen der Messstrecke upstream:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{T}}_{mu} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{T}_{11mu} & \underline{T}_{12mu} \\ \underline{T}_{21mu} & \underline{T}_{22mu} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$p_1 = \underline{T}_{11mu} \cdot p_2 + \underline{T}_{12mu} \cdot v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{1}{\underline{T}_{12mu}} \cdot (p_1 - \underline{T}_{11mu} \cdot p_2) \quad (2.16)$$

Die Berechnung von  $v_3$  erfolgt analog der Berechnung von  $v_2$ , nur verwendet man die Messstrecke downstream:

$$\begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{T}}_{md} \cdot \begin{bmatrix} p_4 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{T}_{11md} & \underline{T}_{12md} \\ \underline{T}_{21md} & \underline{T}_{22md} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_4 \\ v_4 \end{bmatrix}$$

$$v_3 = \frac{1}{\underline{T}_{12md}} \cdot (\underline{T}_{22md} \cdot p_3 - \underline{\Delta}_{md} \cdot p_4) \quad (2.17)$$

$\underline{\Delta}_{md} = \det \underline{T}_{md}$  ..... Determinante der Kettenmatrix  $\underline{T}_{md}$  der Messstrecke upstream

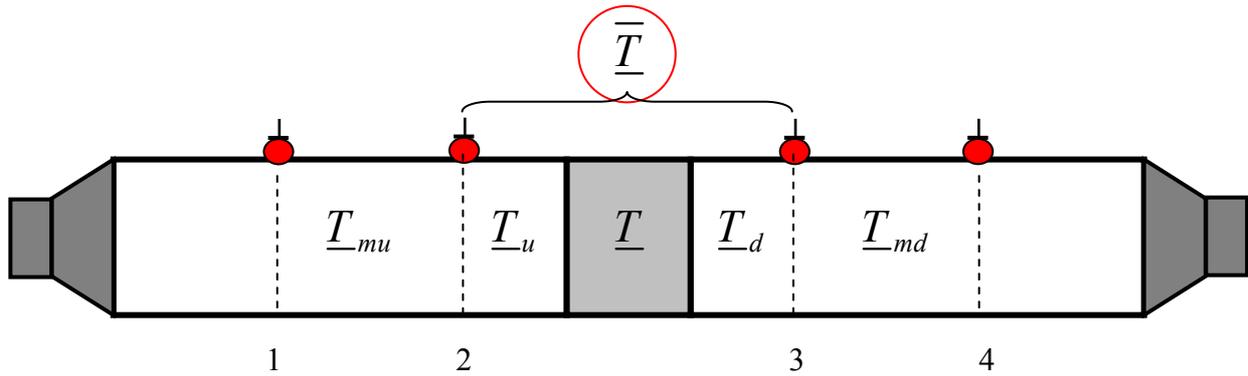
Die gesuchten Schallschnellen werden also errechnet durch die zu messenden Schalldrücke  $p_1, p_2, p_3, p_4$  und die in Kapitel (2.3.1.1) berechneten Kettenmatrizen der homogenen Zweitore.

In der zu lösenden Gleichung (2.13)

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \bar{\underline{T}} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \underline{T}_u \cdot \underline{T} \cdot \underline{T}_d \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

sind nun also alle Parameter bis auf die Kettenmatrix  $\underline{T}$  bekannt. Die Berechnung von  $\underline{T}$  erfolgt im nächsten Kapitel.

2.3.1.3. Kettenmatrix des verlustbehafteten inhomogenen Zweitores

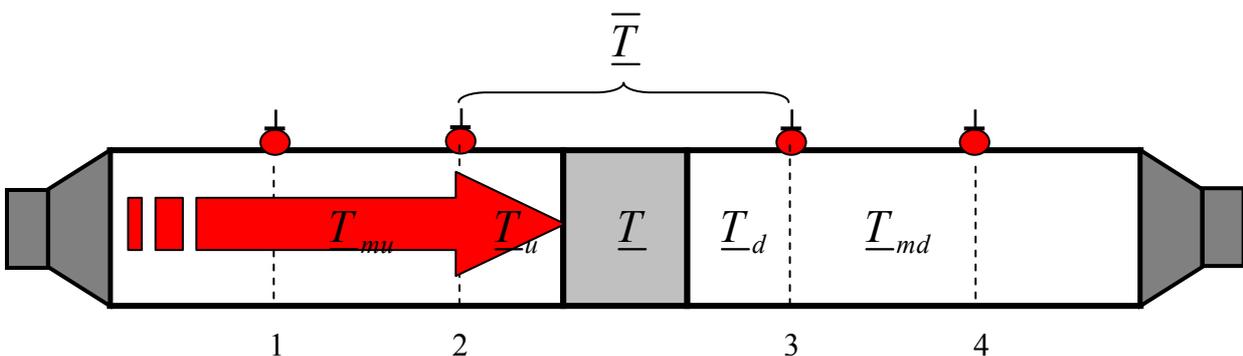


Es sind nun also alle Parameter in der Gleichung (2.13) bekannt, bis auf die Kettenmatrix des inhomogenen Zweitores (Absorber). Man erhält nun also folgende zwei Gleichungen mit vier Unbekannten:

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \bar{T} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_{11} & \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{21} & \bar{T}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ v_3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} p_1 &= \bar{T}_{11} \cdot p_3 + \bar{T}_{12} \cdot v_3 \\ v_1 &= \bar{T}_{21} \cdot p_3 + \bar{T}_{22} \cdot v_3 \end{aligned}$$

Um die Gleichung vollständig zu lösen, werden also noch zwei weitere Gleichungen benötigt. Diese werden aus einer zweiten Messung gewonnen, bei der eine definierte Änderung im Messsystem vorgenommen wird. Um die Kettenmatrix zu bestimmen werden also *zwei Messungen* durchgeführt:

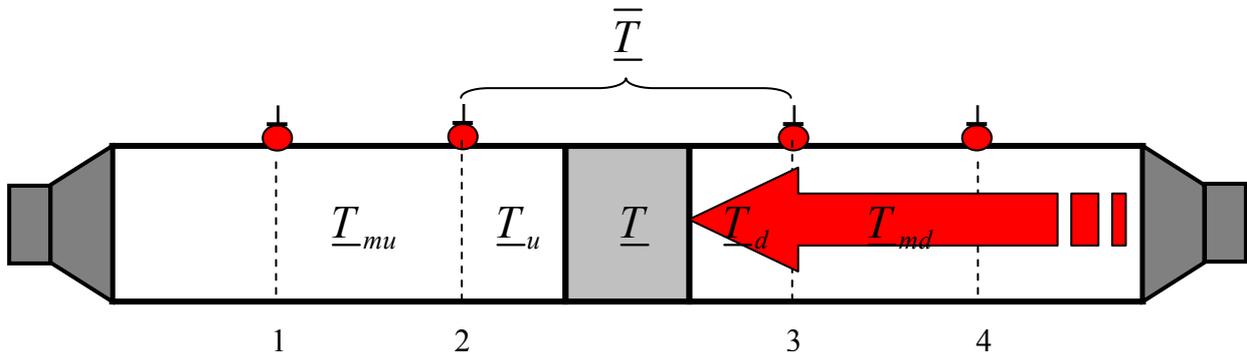
Bei der ersten Messung wird der Absorber vom linken Lautsprecher beschallt:



Die Schalldrücke  $p_1, p_2, p_3, p_4$  werden aufgezeichnet, die Kettenmatrizen der inhomogenen Zweitore und die Schallschnellen berechnet (siehe Kapitel 2.3.1.1 und 2.3.1.2) und man erhält die beiden ersten Gleichungen:

$$\begin{bmatrix} p_2' \\ v_2' \end{bmatrix} = \bar{T} \cdot \begin{bmatrix} p_3' \\ v_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_{11} & \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{21} & \bar{T}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3' \\ v_3' \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} p_1' &= \bar{T}_{11} \cdot p_3' + \bar{T}_{12} \cdot v_3' \\ v_1' &= \bar{T}_{21} \cdot p_3' + \bar{T}_{22} \cdot v_3' \end{aligned}$$

Bei der zweiten Messung erfolgt die Beschallung aus dem rechten Lautsprecher:



Die Berechnungen erfolgen analog zur ersten Beschallung von links und man erhält die zweiten beiden Gleichungen:

$$\begin{bmatrix} \underline{p}_2 \\ \underline{v}_2 \end{bmatrix} = \overline{T} \cdot \begin{bmatrix} \underline{p}_3 \\ \underline{v}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{T}_{11} & \overline{T}_{12} \\ \overline{T}_{21} & \overline{T}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{p}_3 \\ \underline{v}_3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} \underline{p}_1 &= \overline{T}_{11} \cdot \underline{p}_3 + \overline{T}_{12} \cdot \underline{v}_3 \\ \underline{v}_1 &= \overline{T}_{21} \cdot \underline{p}_3 + \overline{T}_{22} \cdot \underline{v}_3 \end{aligned}$$

Wie man sieht, sind die Kettenmatrixelemente bei beiden Beschallungen die gleichen, lediglich die Größen Schalldruck und Schallschnelle ändern sich, die aber wie bereits erwähnt bekannt sind (siehe Kapitel 2.3.1.1).

Es ergeben sich nun vier Gleichungen mit vier Unbekannten, die Gleichungen sind also lösbar und die Kettenmatrixelemente können berechnet werden (genaue Berechnung siehe Anhang).

Die Kettenmatrix eines inhomogenen Zweitores lautet (Herleitung im Anhang):

$$\overline{T} = \begin{bmatrix} \underline{H}'_{32} - \underline{X}_1 \cdot \underline{X}_2 & \underline{T}_{12md} \cdot \underline{X}_1 \\ \frac{1}{\underline{T}_{12mu}} \cdot [\underline{X}_4 - \underline{X}_2 \cdot (\underline{X}_3 - \underline{T}_{11mu} \cdot \underline{X}_1)] & \frac{\underline{T}_{12md}}{\underline{T}_{12mu}} \cdot (\underline{X}_3 - \underline{T}_{11mu} \cdot \underline{X}_1) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\underline{T} = \underline{T}_u^{-1} \cdot \overline{T} \cdot \underline{T}_d^{-1}$$

$$\begin{aligned} \underline{X}_1 &= \frac{\underline{H}'_{32} - \underline{H}''_{32}}{\underline{\Delta}_{md} \cdot (\underline{H}''_{34} - \underline{H}'_{34})} & \underline{X}_2 &= \underline{T}_{22md} - \underline{\Delta}_{md} \cdot \underline{H}'_{34} \\ \underline{X}_3 &= \frac{\underline{H}'_{31} - \underline{H}''_{31}}{\underline{\Delta}_{md} \cdot (\underline{H}''_{34} - \underline{H}'_{34})} & \underline{X}_4 &= \underline{H}'_{31} - \underline{T}_{11mu} \cdot \underline{H}'_{32} \end{aligned}$$

Die Kettenmatrix beinhaltet also die bekannten Matrixelemente der homogenen Zweitore sowie die aus zwei Messungen ermittelten Schalldrücke beziehungsweise Übertragungsfunktionen:

1. Messung (linksbeschallt):  $\underline{H}'_{31} = \frac{\underline{p}'_1}{\underline{p}'_3}$ ;  $\underline{H}'_{32} = \frac{\underline{p}'_2}{\underline{p}'_3}$ ,  $\underline{H}'_{34} = \frac{\underline{p}'_4}{\underline{p}'_3}$
2. Messung (rechtsbeschallt):  $\underline{H}''_{31} = \frac{\underline{p}''_1}{\underline{p}''_3}$ ;  $\underline{H}''_{32} = \frac{\underline{p}''_2}{\underline{p}''_3}$ ,  $\underline{H}''_{34} = \frac{\underline{p}''_4}{\underline{p}''_3}$

Durch das Messen der Schalldrücke  $\underline{p}_1$ ,  $\underline{p}_2$ ,  $\underline{p}_3$  und  $\underline{p}_4$  sowie den geometrischen Daten des Impedanzrohres ist es nun möglich die Kettenmatrizen aller im Impedanzrohr vorkommenden akustischen Zweitore zu berechnen.

Mittels der Kettenmatrizen ist es nun möglich, die interessierenden akustischen Parameter zu berechnen:

## 2.4 Berechnung der akustischen Parameter

In folgender Auflistung sind alle erfassbaren akustischen Parameter zu sehen und mit welcher Methode diese berechnet werden können:

*Übertragungsfunktionsmethode (2mic):*

- Reflexionsfaktor / Reflexionsgrad
- Absorptionsgrad für senkrechten oder diffusen Schalleinfall
- Wandimpedanz / Wandadmittanz

zusätzlich

*Kettenmatrixmethode (4mic):*

- Absorberimpedanz
- Ausbreitungskonstante
- Strömungsimpedanz
- Transmissionsfaktor
- Durchgangsdämpfung
- Absorberschallgeschwindigkeit



In diesem Kapitel werden die wichtigsten akustischen Parameter genauer beschrieben und es wird erklärt wie diese mittels der verschiedenen zwei Methoden berechnet werden können. Auf die genauen Herleitungen wird verzichtet, diese können aber im Anhang nachgelesen werden.

### 2.4.1 Reflexionsfaktor, Reflexionsgrad und Schallabsorptionsgrad

Das Verhältnis zwischen hinlaufender und rücklaufender Welle im Impedanzrohr wird als Reflexionsfaktor  $r$  bezeichnet. Der Reflexionsfaktor sagt also aus, ob beziehungsweise wie stark ein Absorber den eintreffenden Schall reflektiert.

Der maximale Reflexionsfaktor (schallharte Wand) beträgt 1 (Anteil der hinlaufenden Welle ist gleich groß wie die der rücklaufende Anteil). Der minimale Wert beträgt -1.

Um die Verhältnisse von absorbiertener und reflektierter Energie darzustellen ist es zweckmäßig den Reflexionsfaktor durch den Reflexionsgrad  $R$  zu ersetzen.

$$R = |r|^2$$

Der Absorptionsgrad hingegen ist ein Maß dafür, ob beziehungsweise wie viel Energie der Absorber dem eintreffenden Schall entziehen (absorbieren) kann.

Er berechnet sich zu:

$$a = 1 - R$$

- **Übertragungsfunktionsmethode (2mic)**

Aus Gl. (2.8) beziehungsweise Gl. (2.9) folgt:

$$r(0) = \frac{p_r(0)}{p_i(0)} = \frac{\hat{p}_r}{\hat{p}_i} = \frac{p_2 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} - p_1 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_2}}{p_1 \cdot e^{\Gamma \cdot x_2} - p_2 \cdot e^{\Gamma \cdot x_1}} = \frac{H_{12} \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} - e^{-\Gamma \cdot x_2}}{e^{\Gamma \cdot x_2} - H_{12} \cdot e^{\Gamma \cdot x_1}}$$

$$r(0) = \frac{H_{12} - e^{\Gamma(x_1 - x_2)}}{e^{-\Gamma(x_1 - x_2)} - H_{12}} \cdot e^{-2\Gamma \cdot x_1} \quad \text{mit } H_{12} = \frac{p_2}{p_1} \quad (2.19)$$

Wie man sieht, sind für die Berechnung des Reflexionsfaktors beziehungsweise Reflexionsgrades nur die an den zwei Positionen gemessenen Schalldrücke  $p_1$  und  $p_2$  beziehungsweise deren Quotienten, die Übertragungsfunktion  $H_{12}$ , notwendig.

- **Kettenmatrixmethode**

Die Formel für die Berechnung des Reflexionsfaktors mittels der Kettenmatrixmethode sieht wie folgt aus (Herleitung im Anhang):

$$r(0) = \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} + r(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} \right)}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + r(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right)} \quad (2.20)$$

Die Formel besteht aus den ermittelten Kettenmatrixelementen  $\underline{T}$ , der Luftkennimpedanz  $Z_0$  und dem Parameter  $\underline{r}(l)$ , welcher sich wie folgt berechnet:

$$\underline{r}(l) = \frac{H_{34} \cdot e^{-\Gamma \cdot x_3} - e^{-\Gamma \cdot x_4}}{e^{\Gamma \cdot x_4} - H_{34} \cdot e^{\Gamma \cdot x_3}} \cdot e^{2\Gamma \cdot l} \quad (2.21)$$

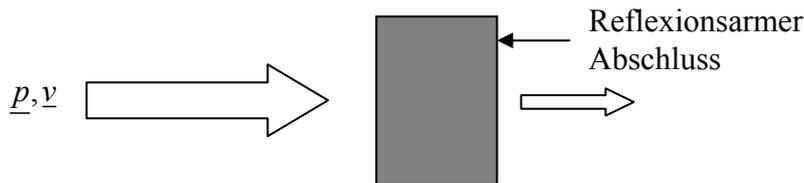
$l$  .....Länge des Absorbers

$$\underline{H}_{34} = \frac{p_4}{p_3}$$

Mittels des Parameters  $\underline{r}(l)$  lassen sich nun verschieden reflektierende Abschlüsse unmittelbar nach dem Absorber simulieren.

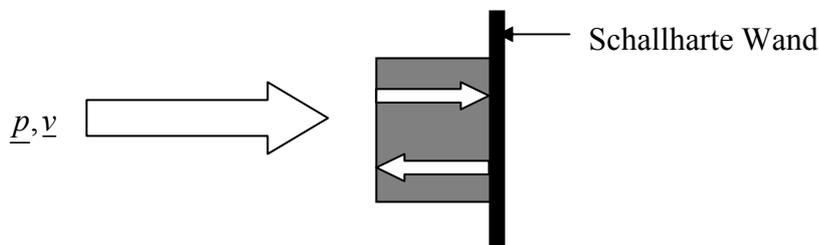
Es ergeben sich zwei in der Praxis wichtige Spezialfälle:

- Reflexionsarmer Abschluss: Unmittelbar nach dem Absorber finden keine weiteren Reflexionen statt, der Absorber befindet sich vor einem offenen Fenster.



$$\underline{r}(l) \rightarrow 0 \Rightarrow \underline{r}(0) = \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22}}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22}}$$

- Schallharte Wand: Unmittelbar nach dem Absorber folgt eine schallharte Wand, welche den Schall reflektiert.



$$\underline{r}(l) \rightarrow 1 \Rightarrow \underline{r}(0) = \frac{\underline{T}_{11} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0}{\underline{T}_{11} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0}$$

## 2.4.2 Transmissionsfaktor und Durchgangsdämpfung (TL)

Die Durchgangsdämpfung (Transmission Loss, TL) eines akustischen Zweitores ist definiert als Schallleistungspegeldifferenz zwischen der hinlaufenden (incident) Welle am Eingangstor und der transmittierten Welle am Ausgangstor unter der Voraussetzung eines reflexionsarmen Abschlusses.

$$TL = 10 \cdot \log \left( \frac{P_i}{P_t} \right)_{\hat{p}_{rd}=0} = 10 \cdot \log \left( \frac{\hat{p}_{iu} \cdot \hat{p}_{iu}^*}{\hat{p}_{id} \cdot \hat{p}_{id}^*} \right)_{\hat{p}_{rd}=0} = 20 \cdot \log \left| \frac{\hat{p}_{iu}}{\hat{p}_3} \right|$$

- **Übertragungsfunktionsmethode**

Die Bestimmung des Transmissionsfaktors und der Durchgangsdämpfung mithilfe der Übertragungsfunktionsmethode ist in diesem Messsystem nicht implementiert.

- **Kettenmatrixmethode**

Der Transmissionsfaktor ist das Verhältnis zwischen hinlaufender Schallwelle im Messrohr upstream und hinlaufender Welle im Messrohr downstream:

Gl. 2.8 im Anhang:

$$\underline{t}(l) = \frac{\hat{p}_{id}}{\hat{p}_{iu}} = \frac{2 \cdot e^{\Gamma \cdot l}}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + \underline{r}(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right)}$$

Die Voraussetzung eines reflexionsarmen Abschlusses wird hier rechnerisch über  $\underline{r}(l) = 0$  erfüllt:

$$\underline{r}(l) \rightarrow 0 \Rightarrow \underline{t}(l) = \frac{2 \cdot e^{jkl}}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22}} \quad (2.23)$$

Die Durchgangsdämpfung lautet:

$$TL = 20 \cdot \log \left| \frac{1}{\underline{t}(l)} \right|_{\hat{p}_{rd}=0} = 20 \cdot \log \left| \frac{1}{2} \cdot \left( \underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} \right) \right| \quad (2.24)$$

### 2.4.3 Wandimpedanz

Unter Wandimpedanz wird das Verhältnis von Schalldruck zu Schallschnelle an der Wandoberfläche verstanden.

$$\underline{W} = \frac{\underline{p}(0)}{\underline{v}(0)}$$

$\underline{p}(0)$  ... Schalldruck an der Wandoberfläche

$\underline{v}(0)$  ... Schallschnelle an der Wandoberfläche

Durch Normierung auf die Schallkennimpedanz  $Z_0$  erhält man die dimensionslose normierte Wandimpedanz  $\underline{w}$ :

$$\underline{w} = \frac{W}{Z_0}$$

Bei einer sehr starren Wand ist die Schallschnelle an der Wandoberfläche sehr klein, sie besitzt also eine sehr hohe Wandimpedanz.

- **Übertragungsfunktionsmethode**

Aus den Gl. (2.1) und (2.2) folgt für die Wandimpedanz  $\underline{W}$ :

$$\underline{W} = \underline{Z}(0) = \frac{\underline{p}(0)}{\underline{v}(0)} = Z_0 \cdot \frac{\hat{\underline{p}}_i + \hat{\underline{p}}_r}{\hat{\underline{p}}_i - \hat{\underline{p}}_r}$$

Für die *normierte Wandimpedanz*  $\underline{w}$  gilt daher mit Gl. (2.8) und Gl. (2.9):

$$\underline{w} = \frac{W}{Z_0} = \frac{\underline{p}_1 \cdot (e^{\Gamma \cdot x_2} - e^{-\Gamma \cdot x_2}) - \underline{p}_2 \cdot (e^{\Gamma \cdot x_1} - e^{-\Gamma \cdot x_1})}{\underline{p}_1 \cdot (e^{\Gamma \cdot x_2} + e^{-\Gamma \cdot x_2}) - \underline{p}_2 \cdot (e^{\Gamma \cdot x_1} + e^{-\Gamma \cdot x_1})} = \frac{\underline{p}_1 \cdot \sinh(\Gamma \cdot x_2) - \underline{p}_2 \cdot \sinh(\Gamma \cdot x_1)}{\underline{p}_1 \cdot \cosh(\Gamma \cdot x_2) - \underline{p}_2 \cdot \cosh(\Gamma \cdot x_1)}$$

$$\boxed{\underline{w} = \frac{\sinh(\Gamma \cdot x_2) - \underline{H}_{12} \cdot \sinh(\Gamma \cdot x_1)}{\cosh(\Gamma \cdot x_2) - \underline{H}_{12} \cdot \cosh(\Gamma \cdot x_1)}} \quad (2.25)$$

- **Kettenmatrixmethode**

$$\underline{w} = \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{r}(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} \right)}{\underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + \underline{r}(l) \cdot (\underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22})}$$

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{H}_{34} \cdot e^{-\Gamma \cdot x_3} - e^{-\Gamma \cdot x_4}}{e^{\Gamma \cdot x_4} - \underline{H}_{34} \cdot e^{\Gamma \cdot x_3}} \cdot e^{2\Gamma \cdot l}$$

Wieder (siehe auch Kapitel 2.4.1) ergeben sich durch variieren von  $\underline{r}(l)$  zwei in der Praxis wichtige Spezialfälle:

Spezialfall reflexionsarmer Abschluss des Messrohres downstream

$$\underline{r}(l) \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{w} = \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0}}{\underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22}}$$

Spezialfall schallharter Abschluss des Messrohres downstream

$$\underline{r}(l) \rightarrow 1 \quad \Rightarrow \quad \underline{w} = \frac{\underline{T}_{11}}{\underline{T}_{21} \cdot Z_0}$$

**Zusammenfassung:**

In diesem Kapitel wurde die Übertragungsfunktionsmethode und die Kettenmatrixmethode vorgestellt sowie die Theorie der einzelnen Methoden erklärt.

Weiters wurde gezeigt welche akustischen Parameter sich damit berechnen lassen können.

Im nächsten Kapitel geht es nun um die praktische Anwendung der Theorie aus Kapitel 2, das Messsystem wird vorgestellt und es wird gezeigt wie damit gearbeitet werden kann.

### 3 Das Messsystem

Das vorliegende Messsystem wurde von Wolfgang Truppe und Felix Kappler im Zuge einer Diplomarbeit entwickelt und ist eine Weiterentwicklung des 2-Mikrofon Impedanzrohr von Rudolf Brunnader.

Der vorhandene Messaufbau des 2-Mikrofon Impedanzrohr wurde um ein weiteres Messrohr, einen Probenhalter und einen Lautsprecher erweitert:

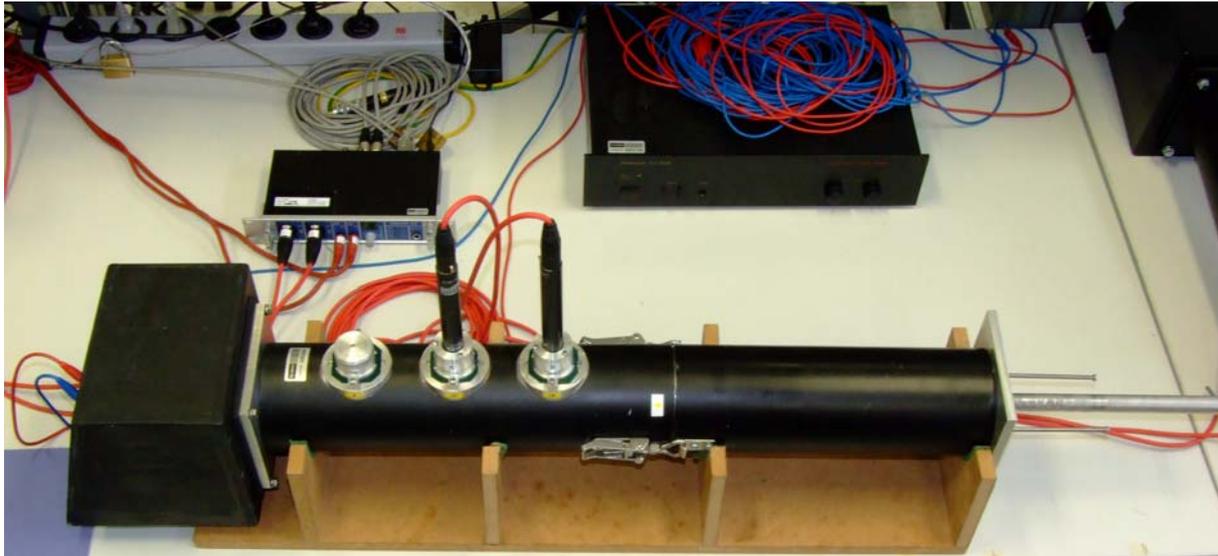


Abb. 3-1: 2-Mikrofon Impedanzrohr

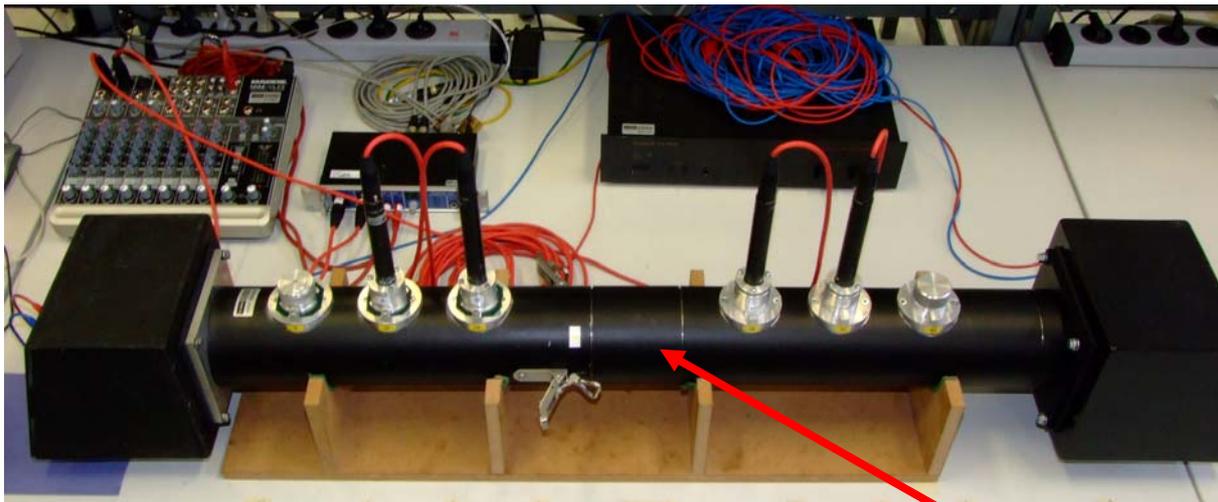
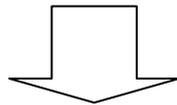


Abb. 3-2: 4-Mikrofon Impedanzrohr

Probenhalter

Mittels des erweiterten Messsystems ist es nun möglich, Messungen mithilfe der Übertragungsfunktionsmethode als auch mit der Kettenmatrixmethode durchzuführen.

Weiters dazu gehört die Software „CATS8“ welche unter anderem für die Steuerung des Messvorganges und die Berechnung der akustischen Parameter zuständig ist.

In diesem Kapitel wird der Umgang mit dem Messsystem erläutert, dabei wird das Augenmerk vor allem auf die Bedienung der Software gelegt.

Das Kapitel ist folgendermaßen gegliedert:

- Aufbau:
  - Aufbau der Soft- und Hardware
- Voreinstellungen:
  - Starten des Programms und Anlegen eines Projektordners
  - Einpegeln
  - Kalibrieren
- Messung:
  - Durchführen der Messung
- Auswertung:
  - Anzeige und Weiterverarbeitung der Messergebnisse
  - Erstellen eines Reports

Der Aufbau des Kapitels entspricht der Reihenfolge eines typischen Messvorganges.

## 3.1 Aufbau des Messsystems

### 3.1.1 Hardware

Die Hardware besteht aus einem 4-Mikrofon Impedanzrohr an dessen beiden Enden je ein Lautsprecher befestigt ist. In der Mitte des Rohres befindet sich der Probenhalter (siehe Abb.3-2), welcher die zu messende Probe aufnehmen kann.

Als Mikrofone sollen vier AKG-C480B (lineare Einstellung, 0dB) mit vier CK62-ULS Kugelkapseln verwendet werden.

Es wird empfohlen nur diesen Mikrofontyp zu verwenden, da die Halterungen dafür abgestimmt sind.

Weiters notwendig für die Durchführung der Messungen ist ein Leistungsverstärker (stereo in/out) und ein Audiointerface mit vier Mikrofoneingängen (zum Beispiel RME Fireface 800).

Das Messsystem ist laut folgenden Skizzen aufzubauen:

**Übertragungsfunktionsmethode (2mic):**

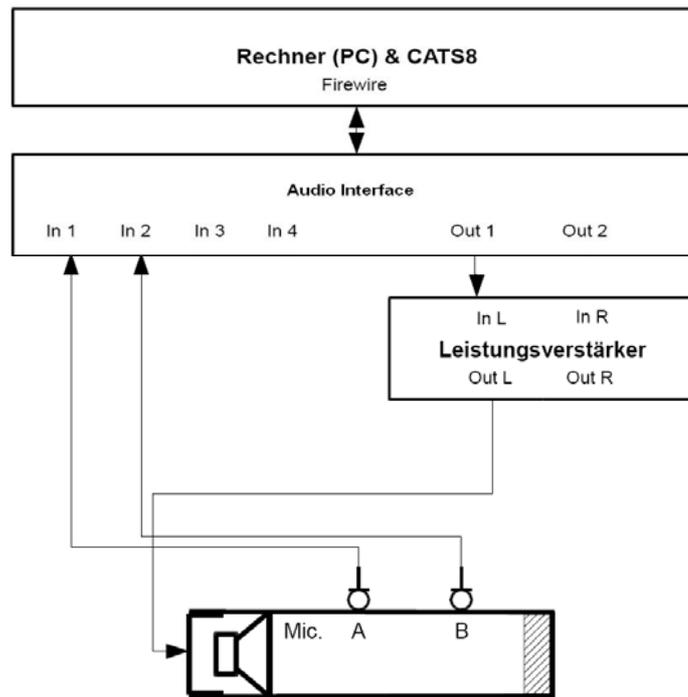


Abb. 3-4: Aufbau 2-mic

**Kettenmatrixmethode (4mic):**

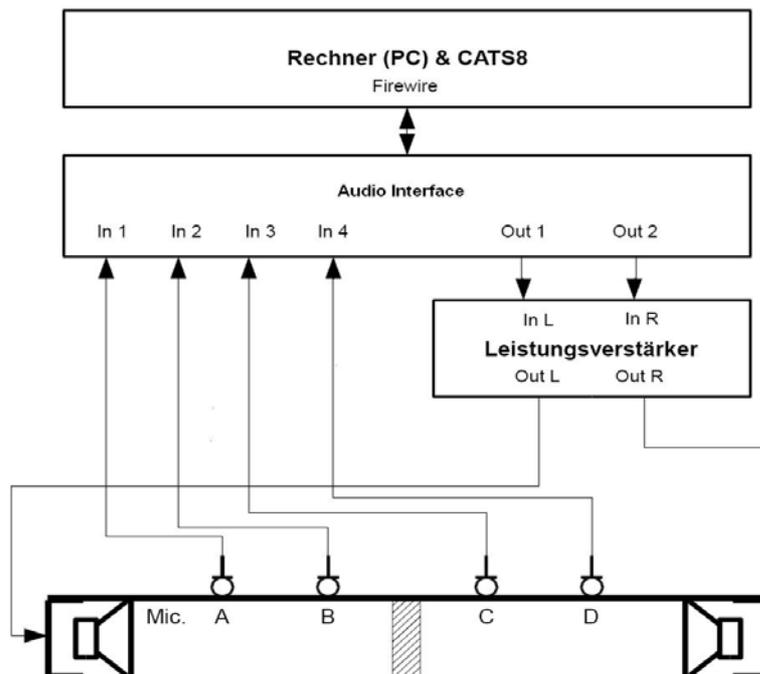


Abb. 3-4: 4-mic

Die Mikrofone lassen sich entweder in enger Lage (Abb. 3-5) oder in weiter Lage (Abb. 3-6) platzieren:



Abb. 3-5: Enge Lage



Abb. 3-6: Weite Lage

Der gültige Frequenzmessbereich ist abhängig vom Mikrofonabstand und Rohrdurchmesser. Damit ebene Wellenausbreitung gewährleistet ist und keine Quermoden das Messergebnis verfälschen schreibt die ISO 10534-2 zur Übertragungsfunktionsmethode für den Durchmesser  $d$  des Rohres vor:

$$d < \frac{0,58 \cdot c_0}{f_{\max}}$$

Für das eingesetzte System ergibt sich mit  $d = 0,1\text{ m}$  (Durchmesser des Rohres) eine obere Grenzfrequenz  $f_{\max}$  von:

$$f_{\max}(d) < \frac{0,58 \cdot 343,3}{0,1} = 1991,14 \text{ Hz}$$

Eine zweite Bedingung für die obere Grenzfrequenz  $f_{\max}$  ist aber auch durch den Mikrofonabstand  $s$  gegeben, und berechnet sich mit einem Mikrofonabstand von  $s = 0,1\text{ m}$  zu:

$$f_{\max}(s) < 0,4 \cdot \frac{c_0}{s} = 0,4 \cdot \frac{343,3}{0,1} = 1373,3 \text{ Hz}$$

Die untere Grenzfrequenz  $f_{\min}$  ist ebenfalls durch den Mikrofonabstand begründet. Dieser sollte größer sein als 5% der größten interessierenden Wellenlänge:

$$f_{\min} > 0,05 \cdot \frac{c_0}{s} = 0,05 \cdot \frac{343,3}{0,1} = 171,65 \text{ Hz}$$

Damit ergibt sich für den kurzen Mikrofonabstand ein Messbereich von:

$$171,65 \text{ Hz} < f < 1373,3 \text{ Hz}$$

### **Messbereichserweiterung**

Durch eine Vergrößerung des Mikrofonabstandes lässt sich der gültige Frequenzbereich nach unten verschieben. Hierfür stehen zwei weitere Mikrofonpositionen zur Verfügung, die den Mikrofonabstand auf  $0,2\text{ m}$  bringen. Hierfür ergibt sich folgender Messbereich:

$$85,75 \text{ Hz} < f < 686 \text{ Hz}$$

Durch eine Kombination zweier Messungen lässt sich nun ein Messbereich von

$$85,75 \text{ Hz} < f < 1373,3 \text{ Hz}$$

erreichen.

Wurden zwei Messungen (einmal mit kurzem und einmal mit weitem Mikrofonabstand) desselben Absorbers durchgeführt, so kann man diese beiden Messungen mit der Software „CATS8“ zu einer Messung mit erweitertem Frequenzmessbereich zusammenführen („Kombinieren“, siehe Kapitel 3.4.1).

### 3.1.2 Software

Die Steuerung des Messvorgangs sowie die Auswertung, Berechnung, Anzeige und Weiterverarbeitung der akustischen Parameter erfolgt durch die Software „CATS8“, welche in Matlab implementiert ist.

In folgender Abbildung ist das Hauptfenster der Software mit den Menüpunkten

*Datei / Voreinstellungen / Report / Info*

zu sehen:

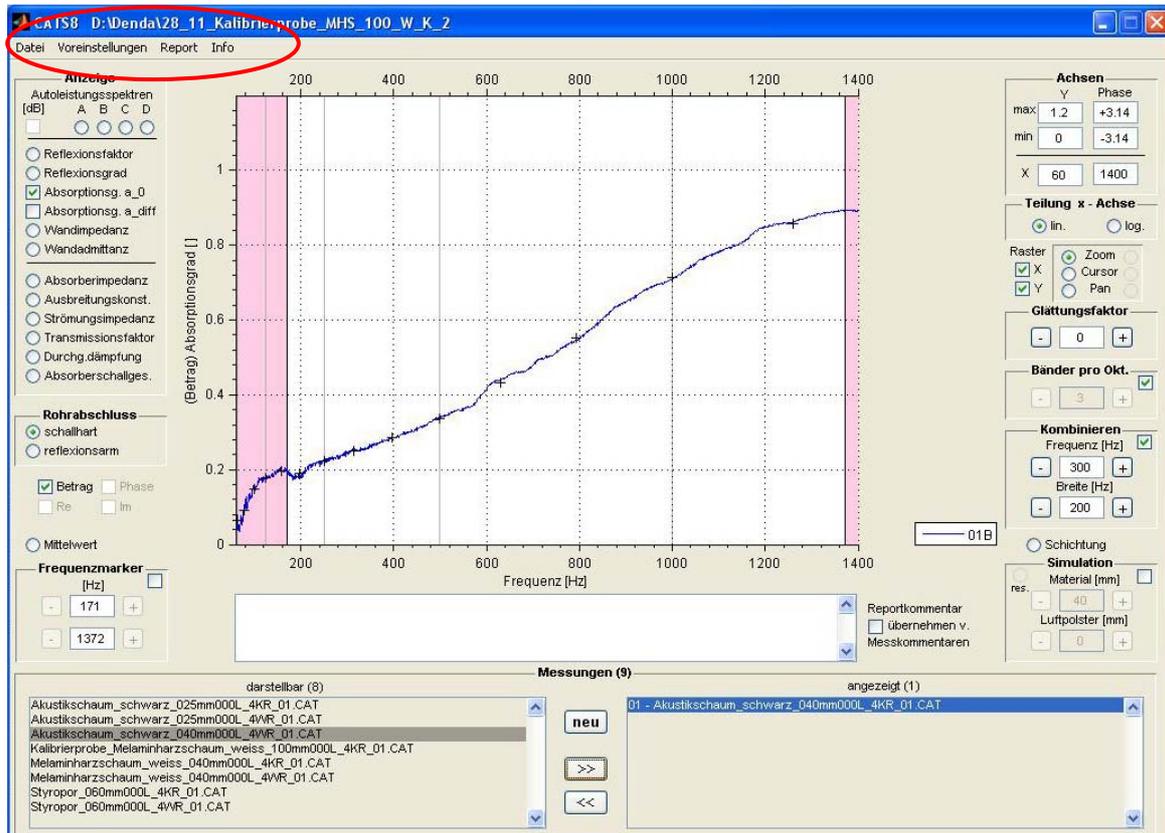


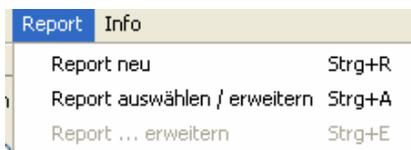
Abb. 3-7: Hauptfenster



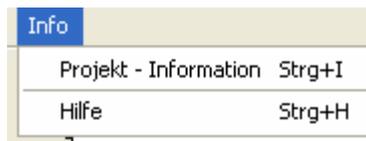
Unter dem Menüpunkt *Datei* kann ein neues Projekt erstellt beziehungsweise ein bestehendes Projekt geöffnet werden. Die Funktion *CATS8 beenden* schließt das Programm.



Mittels des Menüpunkts *Voreinstellungen* lassen sich die Funktionen *Einpegeln* und *Kalibrieren* aufrufen, siehe Kapitel (3.2).



Der Menüpunkt *Report* erlaubt das Erstellen eines Reports der aktuellen Messung, weiters können bestehende Reports erweitert werden, mehr dazu in Kapitel (3.4.2).



Mittels des Menüpunkts *Hilfe* können Informationen zum Projekt sowie die Hilfe aufgerufen werden.

Softwareseitig ergibt sich also folgender typischer Ablauf einer Messprozedur:

1. *Datei* ⇒ *Projekt erstellen / öffnen*
2. *Voreinstellungen* ⇒ *Einpegeln / Kalibrieren*
3. *Messung / Auswertung*
4. *Report* ⇒ *Report erstellen / erweitern*

## 3.2 Voreinstellungen

Die Voreinstellungen sind notwendig, um das Messsystem für die darauf folgenden Messungen vorzubereiten.

Neben dem Starten des Programms, dem Anlegen oder Öffnen eines Projektes sind besonders das Einpegeln und die Kalibrierung des Messsystems sehr wichtig. Beide Funktionen dienen dem fehlerfreien Ablauf der Messungen und der Beseitigung von etwaigen Störeinflüssen mit dem Ziel möglichst genaue Werte zu messen.

### 3.2.1 Starten der Software und Anlegen / Öffnen eines Projektordners

Nachdem Matlab gestartet wurde, muss das current directory in das Verzeichnis, in dem die CATS8 Daten liegen, geändert werden. Die Software wird gestartet indem man „CATS8“ in das command window tippt. Es erscheint nun das Hauptfenster der CATS8 Software.

Ein neues Projekt wird mittels

*Datei* → *Projekt neu/öffnen*,

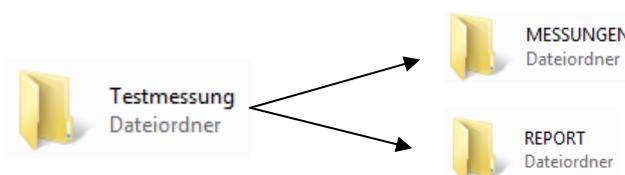
angelegt. In der nun erscheinenden Dateiauswahlbox kann mittels *Neuen Ordner erstellen* nun ein neuer Projektordner erstellt werden und gleichzeitig ein Kommentar zum Projekt eingegeben werden.

Dieser Kommentar lässt sich jederzeit unter

*Info* → *Projekt – Information*

einsehen und editieren.

CATS8 legt nun eine Ordnerstruktur an, deren übergeordnetes Verzeichnis den eingegebenen Namen trägt:



Wurde bereits ein Projekt angelegt, welches geöffnet werden soll, kann dies durch selbiges Menü erreicht werden, indem einfach der Ordner des gewünschten Projektes ausgewählt wird.

### 3.2.2 Einpegeln

Es ist wichtig, dass es während der Messprozedur zu keiner Übersteuerung an den Elementen in der Aufnahme- und Wiedergabekette kommt. Hierfür ist ein korrektes Einpegeln notwendig.

Die Wiedergabekette besteht aus:

D/A Wandler  $\Rightarrow$  Leistungsverstärker  $\Rightarrow$  Lautsprecher

Die Aufnahmekette besteht aus:

Mikrofone  $\Rightarrow$  Vorverstärker  $\Rightarrow$  A/D Wandler

*Ausgangsseitig* ist darauf zu achten, dass der D/A Wandler und die Ein- und Ausgänge des Leistungsverstärkers nicht übersteuert werden.

*Eingangsseitig* ist darauf zu achten, dass der A/D Wandler nicht übersteuert wird.

Das Einpegeln der Ein- und Ausgänge erfolgt bei leerem Rohr, es darf sich also keine Probe im Probenhalter befinden.

Für das korrekte Einpegeln des Messsystems bietet die Software die Funktion *Einpegeln* unter dem Menüpunkt

*Voreinstellungen*  $\Rightarrow$  ***Einpegeln***

Folgendes Fenster wird geöffnet:

**Einpegeln**

**1. Einpegeln des Ausgangssignals:**  
 Ein 50Hz Sinussignal mit digitaler Amplitude  $\pm 1$  wird generiert. Mittels des Soundkartenmixers ist die Ausgangsamplitude auf den zulässigen Eingangspegel des Leistungsverstärkers anzupassen. Die Wiedergabelautstärke für ausreichende Anregung ist am Leistungsverstärker einzustellen, die Kontrolle erfolgt über ein Voltmeter. (Für RME Fireface 400: OUT auf 0 dB und AN auf -13 dB  $\rightarrow$  0,7 V für Parasound IN  $\rightarrow$  0,3 V am Parasound OUT)

Dauer  [s]

**2. Einpegeln des Eingangssignals:**  
 Ein Rauschsignal mit digitaler Amplitude  $\pm 1$  wird generiert, Die Eingangsempfindlichkeit der Mikrofonvorverstärker ist einzustellen, so dass eine verzerrungsfreie Aufnahme stattfinden kann. Die Kontrolle erfolgt über die Pegelanzeige Ihrer Audiolkarte. (RME Fireface 400: IN auf ca. -15 dB)

Dauer  [s]

**Pegel an den Eingängen:**  
 Maximalamplitude an den Eingängen in [dBFS] der letzten 3 Sekunden

Mic. A	Mic. B	Mic. C	Mic. D
---	---	---	---

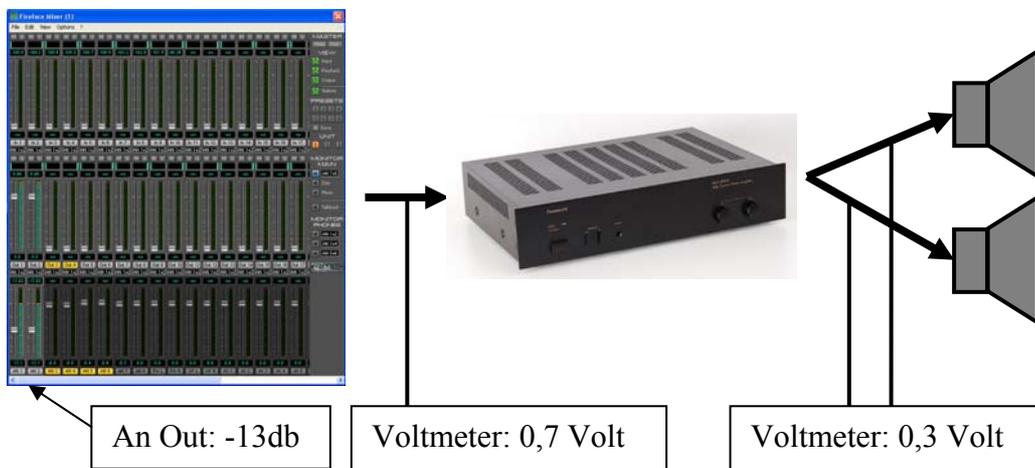
[dBFS]

## 1. Einpegeln des Ausgangssignals:

Nach Betätigen des Buttons „Sinus“ wird ein 50Hz Sinuston mit der digitalen Amplitude  $\pm 1$  generiert und ausgespielt.

Mittels des Soundkartenmixers ist die Ausgangsamplitude auf den zulässigen Eingangspegel des Leistungsverstärkers anzupassen. Weiters ist die Ausgangsspannung des Leistungsverstärkers für die ausreichende Anregung der Lautsprecher zu überprüfen. Die Ein- und Ausgangsspannungen am Verstärker sind mittels Voltmeter zu überprüfen.

Folgende Einstellungen gelten für das Fireface800 in Verbindung mit dem Parasound Verstärker: Fireface Analog out auf -13db  $\Rightarrow$  0,7 V am Parasound in  $\Rightarrow$  0,3 V am Parasound out



## 2. Einpegeln des Eingangssignals:

Nach Betätigen des Buttons „Rauschen“ wird ein Rauschsignal mit digitaler Amplitude  $\pm 1$  generiert und ausgespielt.

Die Mikrofonvorverstärker sind so einzustellen, dass eine verzerrungsfreie Aufnahme stattfinden kann. Die Kontrolle erfolgt über den Soundkartenmixer.

Für das Fireface800 gilt: IN auf ca. -15db



### 3.2.3 Kalibrieren

Ziel des Kalibrierens ist es, alle möglichen Störeinflüsse und Fehler welche das Messergebnis verfälschen zu beseitigen um möglichst richtige und genaue Ergebnisse zu bekommen.

Bei den Berechnungen in Kapitel 2 sind wir stets von idealen Bedingungen ausgegangen, welche in der Praxis kaum beziehungsweise nur sehr schwer zu realisieren sind.

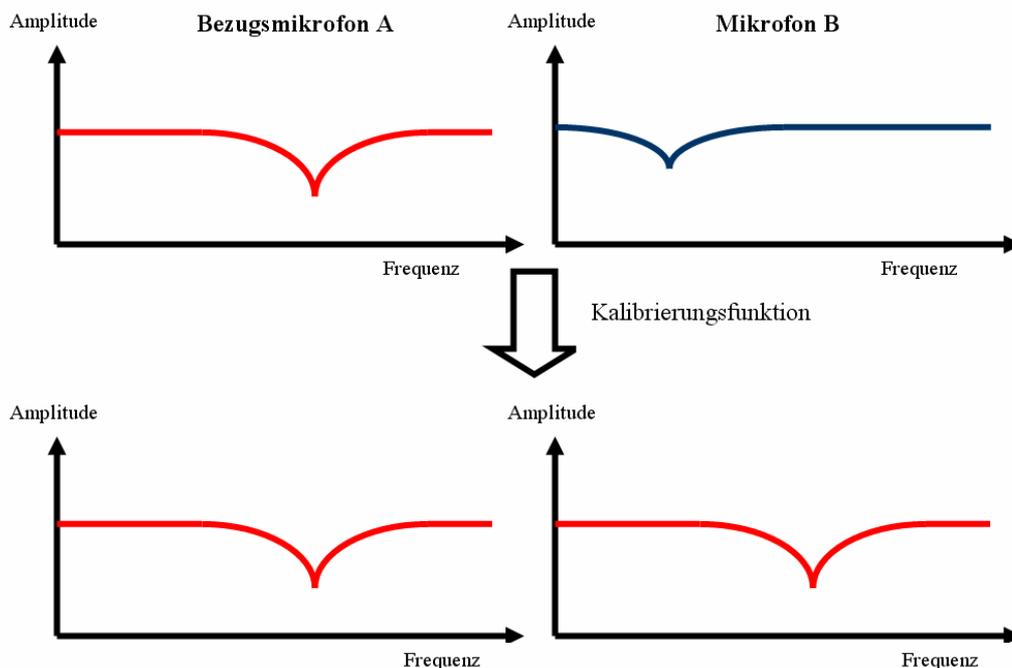
- Der Schalldruck im Rohr wird von Mikrofonen gemessen, welche in der Regel keinen linearen Frequenzgang besitzen.
- Zudem weisen auch die übrigen Glieder in der Aufnahmekette (Kabel, Vorverstärker, D/A Wandler) voneinander unterschiedliche Übertragungseigenschaften auf.

Mit dem Kalibrieren werden die Unterschiede in den Übertragungseigenschaften der einzelnen Mikrofonkanäle eliminiert, die Nichtlinearität hat somit keinen Einfluss mehr auf das Messergebnis. Somit können exakte Messungen auch mit „normalem“ Equipment durchgeführt werden, spezielles (meist sehr teures) Messequipment wird nicht benötigt.

#### Grundprinzip

Das Grundprinzip beim Kalibrieren besteht darin, allen Kanälen dasselbe Übertragungsverhalten aufzuprägen. Hierzu wird ein beliebiger Bezugsmikrofonkanal ausgewählt und mit den anderen drei Mikrofonkanälen verglichen. Die Unterschiede jedes einzelnen Kanals zum Bezugskanal werden in der so genannten *Kalibrierungsfunktion* abgespeichert.

Mithilfe der Kalibrierungsfunktion erhalten nun alle vier Kanäle dieselbe (aber immer noch nicht linearen) Kanalübertragungsfunktion des Bezugsmikrofonkanals:



Misst man jetzt den Schalldruck an den verschiedenen Mikrofonpositionen, ist der Fehler in allen vier Mikrofonkanälen derselbe.

Weil sowohl bei der Übertragungsfunktionsmethode als auch bei der Kettenmatrixmethode die gemessenen Schalldrücke stets als Quotienten in die Berechnung eingehen (siehe Kapitel 2), kürzt sich jedoch dieser Fehler am Ende heraus:

Übertragungsfunktionsmethode: 
$$H_{12} = \frac{p(x_2, f) \cdot H_K}{p(x_1, f) \cdot H_K}$$

Kettenmatrixmethode: 
$$H_{31} = \frac{p(x_1, f) \cdot H_K}{p(x_3, f) \cdot H_K}, H_{32} = \frac{p(x_2, f) \cdot H_K}{p(x_3, f) \cdot H_K}, H_{34} = \frac{p(x_4, f) \cdot H_K}{p(x_3, f) \cdot H_K}$$

$p(x, f)$  .....Schalldruck im Rohr

$H_K$  .....Kanalübertragungsfunktion des Bezugsmikrofon

Die Kalibrierungsfunktion beinhaltet also die Abweichung jedes einzelnen Kanals zum Bezugskanal. Es ist also nicht notwendig den absoluten Fehler jedes einzelnen Kanals zu ermitteln, sondern nur die relativen Messfehler der Signalwege zueinander.

Um den relativen Fehler zwischen den Mikrofonen zu messen, müssen sie an einem beliebig gleichen Umfang an derselben Stelle im Messrohr platziert werden.

Die Mikrofone messen so alle dasselbe Signal. Dies lässt sich durch zusätzliche Mikrofonöffnungen am selben Umfang realisieren. Aufgrund der Zeitinvarianz des Messsystems können die Mikrofonensignale aber auch nacheinander aufgenommen und miteinander verglichen werden.

Die Mikrofone müssen während des Kalibrierens also getauscht werden.

### Das Nullstellenproblem

Zu einem Problem kann es kommen, wenn sich am Ort, an welchem die Kalibrierungsfunktion gemessen wird, ein Schalldruckminimum befindet.

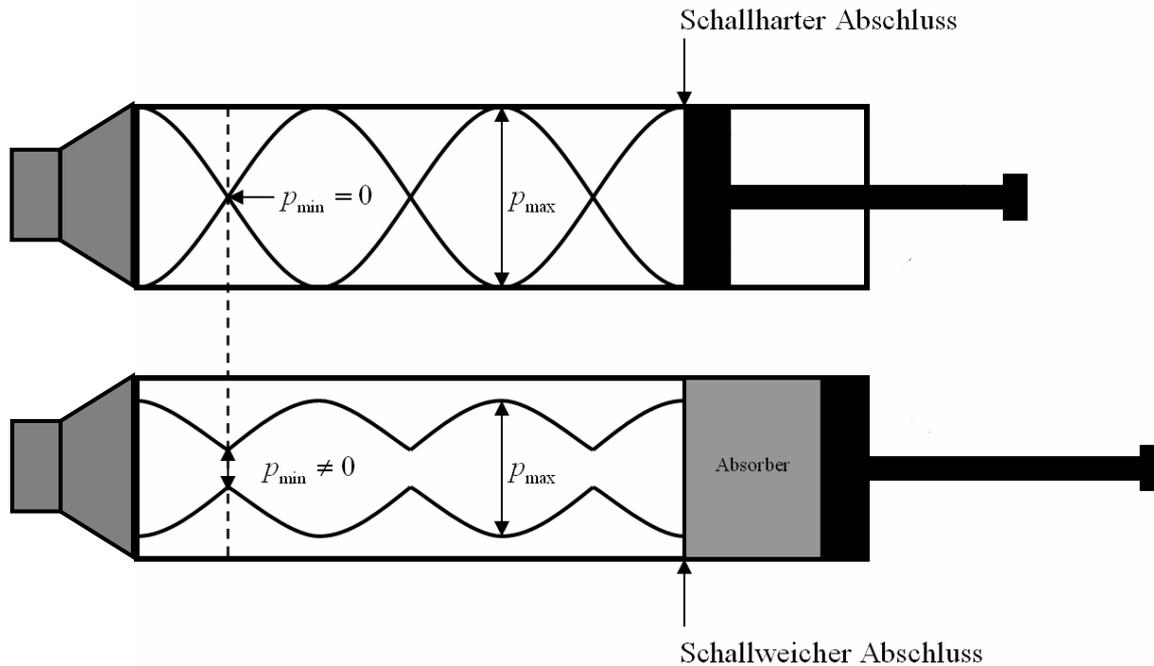
Im Extremfall besitzt der Schalldruck einer bestimmten Frequenz an dieser Stelle eine Amplitude gleich null. Dies führt zu einer 0/0 Division, welche Unstetigkeiten in der Kalibrierungsfunktion erzeugt.

Wie bereits in Kapitel (2.1) erklärt, bildet sich bei Beschallung des Rohres nach einer gewissen Zeit eine Stehwelle aus. Die Stehwellen entstehen durch Überlagerung der hin- und rücklaufenden Welle.

Ist das Rohr nun schallhart abgeschlossen, so ist die Amplitude der rücklaufenden Welle fast gleich groß wie die der hinlaufenden Welle. Die beiden Wellen überlagern sich und es kommt zu sehr starken Schalldruckminima und Schalldruckmaxima.

Ist das Rohr hingegen schallweich abgeschlossen (zum Beispiel mittels eines gut absorbierenden Absorbers), so kommt es zu weniger starken Reflexionen der rücklaufenden Welle und die Schalldruckmaxima/minima sind weniger stark ausgeprägt.

In folgender Abbildung sind die beiden Fälle für eine einzelne Frequenz abgebildet:



Würde man bei den Druckverhältnissen eines schallharten Rohrabschlusses eine Kalibrierung durchführen, so hätte man starke Unstetigkeiten bei den Frequenzen zu erwarten, die eine Nullstelle an der Kalibrierungsposition aufweisen.

Bei schallweichem Abschluss kommt es zu keinen Nullstellen, es kommt also zu keiner 0/0 Division.

**Fazit:** Bei der Kalibrierung sollte sich ein möglichst gut absorbierender Werkstoff im Probenhalter befinden, um die Genauigkeit der Kalibrierungsfunktion zu gewährleisten.

Empfohlen wird zum Beispiel ein 100mm starker Melaminharzschaum.

### Erfassen der Kalibrierfunktion

Die Software „CATS8“ bietet dem Anwender ein „Schritt für Schritt“ Verfahren zum Erfassen der Kalibrierfunktion an.

Ist die Kalibrierfunktion gespeichert, kann diese für mehrere Messungen verwendet werden, solange keine prinzipiellen Änderungen an der Hardware durchgeführt werden.

Bevor mit dem Kalibrieren begonnen werden kann, muss eine geeignete, gut absorbierende Kalibrierprobe in den Probenhalter gegeben werden um zu starke Reflexionen zu vermeiden. (Siehe „Nullstellenproblem“). Weiters müssen die nicht verwendeten Mikrofonöffnungen mit dem dafür vorhergesehen Verschlusspfropfen verschlossen werden.



Der Kalibriervorgang wird mittels der Funktion *Kalibrieren* unter dem Menüpunkt *Voreinstellungen* gestartet.

Es öffnet sich ein Fenster (siehe Abb. 3-8), in welchem folgende Einstellungen zur Kalibrierung vorgenommen werden müssen:

### Messeinstellungen:

- *Methode*: Hier kann zwischen *2 Mikrofon/ 3 Mikrofon* oder *4 Mikrofon* gewählt werden. (je nachdem mit welcher Methode Sie im Weiteren messen wollen, siehe Kapitel 3.3).
- *Kalibrierung*: Hier ist *QGU* (Kalibrierung quasi gleichen Umfangs) auszuwählen.

### Materialeinstellungen:

- *Material*: Hier ist der Namen des Materials der benutzten Kalibrierprobe einzugeben.
- *Materialstärke*: Hier ist die Stärke [mm] der benutzten Kalibrierprobe einzugeben.
- *Temperatur*: Hier ist die Temperatur des Raumes einzugeben.
- *Luftfeuchtigkeit*: Hier ist die Luftfeuchtigkeit des Raumes einzugeben.

Nachdem alle Einstellungen vorgenommen wurden, wird die Kalibrierung mittels des Buttons

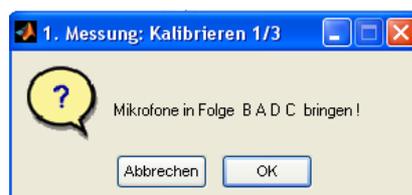


gestartet.

Für die 2 Mikrofonmethode folgen nun zwei Beschallungen, bei denen die Mikrofonpaare zweimal vertauscht werden müssen.

Für die 4 Mikrofonmethode folgen viermal zwei (links- und rechts) Beschallungen, bei denen die Mikrofonpaare insgesamt viermal vertauscht werden müssen.

Die Software weist mittels Dialogboxen vor jeder Beschallung darauf hin, die Mikrofonpaare in die angezeigte Reihenfolge zu bringen.



Nachdem die Mikrofone in der richtigen Reihenfolge gegeben worden sind muss dies mit dem Button „Ok“ bestätigt werden.

Mittels ausspielen kurzer Impulse prüft die Software, ob die Mikrofone in der richtigen Reihenfolge platziert sind. Ist dies nicht der Fall, wird man erneut aufgefordert die Mikrofone

in die richtige Position zu bringen. Sind die Mikrofone richtig angeordnet, folgt automatisch die Beschallung.

Nach der letzten Beschallung zeigt die Software die ermittelte Kalibrierfunktion an, sie ist nun gespeichert und kann für die folgenden Messungen verwendet werden.

### 3.3 Messung

Nachdem die Kalibrierfunktion erfasst wurde, kann mit den eigentlichen Messungen begonnen werden.

Die zu messende Materialprobe ist im Probenhalter zu platzieren, die Oberfläche des Absorbers muss plan mit dem Probenhalter abschließen, wie in folgender Abbildung zu sehen ist:



Ein neuer Messvorgang wird mittels dem Button *NEU* im Hauptfenster (siehe Abb. 3-7) gestartet.

Wiederum erscheint das Einstellungsfenster, in welchem nun Einstellungen für die bevorstehende Messung gemacht werden können. Das Fenster ist in 3 Bereiche unterteilt:

Abb. 3-8: Einstellungsfenster

## 1. Metadaten

Hier können Informationen und Kommentare zum erstellten Projekt beziehungsweise der Messung eingegeben und jederzeit erweitert werden. Im unteren Bereich finden sich Eingabefelder zu Labordaten, wie zum Beispiel zum Ort der Messung, dem verwendeten Equipment oder dem Namen des Prüfers.

## 2. Messeinstellungen

- Methoden: Hier ist zwischen *2 Mikrofon*, *3 Mikrofon* oder *4 Mikrofon* zu wählen, die jeweils erfassbaren akustischen Parameter der einzelnen Methoden sind in Kapitel 2.4 aufgelistet.

Bei der 3 Mikrofon Methode handelt es sich um die Übertragungsfunktionsmethode, bei der bei einer Messung gleichzeitig kurzer und weiter Mikrofonabstand gemessen wird.

Hierzu müssen drei Mikrofone in die Mikroöffnungen 1, 2 und 3 gegeben werden.

Man bekommt also mit einer Messung beide Mikrofonabstände (kurz und weit) und kann diese dann zu einer Messung kombinieren (Messbereichserweiterung, siehe Kapitel 3.5.1)

- Mikrofonabstand: Der gewählte Mikrofonabstand *kurz* oder *weit* beeinflusst den gültigen Frequenzmessbereich (siehe Kapitel (3.1.1)).
- Messsignal: *Rauschen / MLS/ Sweep* (derzeit nur Rauschen implementiert)
- Kalibrierung: Wird *vorhanden* gewählt, wird die zuvor erstellte Kalibrierungsfunktion für die bevorstehende Messung benutzt. Es ist jedoch auch möglich, eine Probe mit sich selbst zu kalibrieren. Hierzu wählt man: *Neu: QGU*. Die hiermit erstellte Kalibrierungsfunktion wird aber nicht gespeichert und ist nach der Messung nicht mehr vorhanden.
- Sampling / Resampling / Obere Grenzfrequenz / Messzeit: Dies sind Einstellungen welche mit der installierten Soundkarte und der internen Signalverarbeitung zusammenhängen. Es wird empfohlen, die Standardwerte zu benutzen, welche durch aktivieren der Checkbox *Standardwerte* gesetzt werden.
- WAVs speichern: Durch Aktivieren dieser Checkbox werden die Audiodateien der einzelnen Mikrofone gespeichert.

## 3. Materialeinstellungen

- Material: Hier ist der Namen des verwendeten Materials einzugeben
- Materialstärke: Hier ist die Stärke des verwendeten Material in mm einzugeben
- Temperatur: Hier ist die Temperatur im Raum einzugeben.
- Luftfeuchte: Hier ist die Luftfeuchte im Raum einzugeben.
- Fortlaufende Nummer / Datum / Uhrzeit: Werden automatisch erstellt.

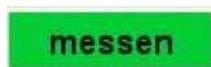
Der Dateiname der bevorstehenden Messung setzt sich automatisch aus den eingegebenen Parameter zusammen und besitzt folgendes Format:

NameMaterial\_dickeinmm\_simulierterLuftpolster\_methodeundabstand\_laufendenummer.cat

Beispiel für schwarzen Akustikschaum, 25mm stark, gemessen mit der 4 Mikrofonmethode mit weitem Mikrofonabstand:

Akstikschaum\_schwarz\_025mm00L\_4WR\_01.CAT

Nachdem alle Daten eingegeben wurden, wird die Messung durch drücken des Buttons



gestartet.

Die Software erinnert noch einmal daran, die Mikrofone in die richtige Reihenfolge „ABCD“ zu platzieren, nach Vergewisserung „OK“ drücken.

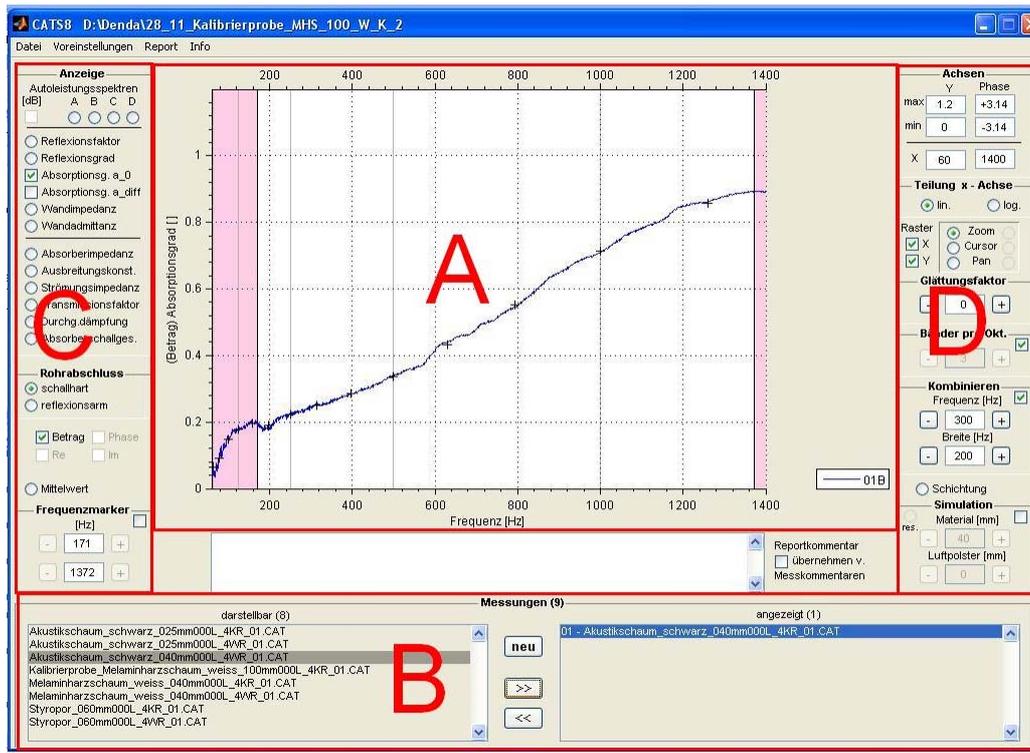
Nach Betätigen der richtigen Reihenfolge startet das Programm nun die Beschallungen. Nach durchgeführter Messung erscheint das Ergebnis wiederum im Hauptfenster.

Die Bearbeitungsmöglichkeiten des Ergebnisses werden im nächsten Kapitel erläutert.

### 3.4 Auswertung

#### 3.4.1 Anzeige und Weiterverarbeitung der Messergebnisse

Die Anzeige und Weiterverarbeitung der Messergebnisse erfolgt im Hauptfenster der Software und ist in vier Bereiche unterteilt:



Folgende Tabelle gibt einen groben Überblick über die Funktionen der vier Bereiche auf die im Weiteren noch genauer eingegangen wird:

Bereich	Funktion
A	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diagrammanzeige, Darstellung der Messergebnisse</li> </ul>
B	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dateiauswahlbox, zuständig für die Verwaltung und Anzeige der durchgeführten Messungen</li> </ul>
C	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Auswahl der anzuzeigenden akustischen Parameter, abhängig von der durchgeführten Messmethode</li> </ul>
D	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einstellungen zur Anzeige</li> <li>• Simulationen</li> </ul>

**Bereich A:**

In diesem Bereich befindet sich die Diagrammanzeige in welcher das Messergebnis grafisch dargestellt wird.

**Bereich B:**

Dieser Bereich dient der Verwaltung der durchgeführten Messungen. In der linken Dateiauswahlbox sieht man die Namen aller durchgeführten Messungen. Markiert man eine oder mehrere Messungen, kann man diese durch drücken des Buttons >> in die rechte Dateiauswahlbox verschieben. Die Messung wird nun in der Diagrammanzeige angezeigt und kann bearbeitet werden. Um die Messung wieder in die linke Dateiauswahlbox zu verschieben, markieren man diese und betätigt den Button <<.

Durch Rechtsklicken auf die jeweilige Messung öffnet sich ein Drop – down Menü, welches folgende Auswahlmöglichkeiten bietet:

- Info / Edit & speichern
- Klon / Edit & speichern
- Neu / Messung wiederholen
- Neu / Messung wiederholen mit anderem Mic - Abstand
- T - Matrix Parameter anzeigen
- Messung löschen

Info / Edit & speichern: Mit dieser Funktion öffnet sich das Einstellungsfenster der jeweiligen Messung. Es lassen sich nun einige Daten zur Messung verändern und abspeichern. So können zum Beispiel die Kommentare von Messung und Projekt erweitert werden. Auch die Änderungen der Metadaten (Ort, Equipment, Prüfer etc.) und des Materialnamens sind möglich, sowie die Eingabe einer simulierten Materialstärke.

Nicht verändern lassen sich die Daten der Messeinstellungen, wie zum Beispiel die verwendete Methode oder der Mikrofonabstand.

Nach den gewünschten Änderungen / Erweiterungen wählen Sie *Übernehmen* links unten.

Klon / Edit & speichern: Auch hier wird das Einstellungsfenster der jeweiligen Messung geöffnet und es sind die gleichen Änderungen möglich wie unter *Info / Edit & speichern*.

Nach Änderungen der Daten wird jedoch nicht die bestehende Messung überschrieben sondern unter einer neuen Messung abgespeichert. Die fortlaufende Nummer des Klons wird dabei um eins erhöht.

Neu / Messung wiederholen: Diese Funktion kann benutzt werden, wenn eine bestehende Messung als Ausgangspunkt für eine weiter benutzt werden soll beziehungsweise eine Messung wiederholt werden soll. Es werden automatisch alle Daten im Einstellungsfenster übernommen, und die fortlaufende Nummer um eins erhöht.

Neu / Messung wiederholen mit anderem Mic - Abstand: Dies ist gleich wie *Neu / Messung wiederholen*, nur wird automatisch der jeweilig andere Mic - Abstand im Einstellungsfenster ausgewählt.

T - Matrix Parameter anzeigen: Zeigt die T -Matrix Parameter der Messung an.

Messung löschen: Löscht die ausgewählte Messung.

**Bereich C:**

In diesem Bereich werden die anzuzeigenden Kenngrößen ausgewählt. Die Parameter beziehen sich immer auf alle Messungen, welche sich in der rechten Dateiauswahl im Bereich B befinden.

- Anzeige: Hier können die akustischen Parameter ausgewählt werden, das Ergebnis wird nach Aktivieren der Checkbox im Bereich A dargestellt.  
Abhängig von der durchgeführten Messmethode stehen folgende Parameter zur Auswahl:

2mic/3mic:	-Autoleistungsspektren der einzelnen Mikrofone -Reflexionsfaktor / Reflexionsgrad -Absorptionsgrad für senkrechten oder diffusen Schalleinfall -Wandimpedanz / Wandadmittanz	zusätzlich
4mic:	-Absorberimpedanz -Ausbreitungskonstante -Strömungsimpedanz -Transmissionsfaktor -Durchgangsdämpfung -Absorberschallgeschwindigkeit	↓

Weiters kann ausgewählt werden, ob *Betrag* und/ oder *Phase* oder *Real* und/ oder *Imaginärteil* angezeigt werden soll. Ist eine Mittelwertbildung aller angezeigten Messergebnisse gewünscht, so aktiviert man die Checkbox *Mittelwert*.

- Rohrabschluss: Mittels der zwei Checkboxen kann entweder ein schallharter oder ein reflexionsarmer Rohrabschluss simuliert werden. Manche akustischen Parameter setzen diese Einstellung automatisch (zum Beispiel Durchgangsdämpfung, hier wird automatisch ein reflexionsarmer Abschluss gewählt).
- Frequenzmarker: Hiermit können zwei verschiedene Frequenzen markiert werden, die Marker bleiben bei Umschalten zwischen den verschiedenen akustischen Parameter an derselben Stelle.

**Bereich D:**

Die Einstellungen in diesem Bereich beziehen sich auch immer auf die gerade angezeigten Messungen.

- Achsen: Hier kann eingestellt werden bis zu welchem Werten die Y-Achse angezeigt werden soll.
- Teilung X-Achse: Die X-Achse kann durch aktivieren der entsprechenden Checkbox linear oder logarithmisch dargestellt werden.  
Darunter befinden sich Checkboxen, mit denen man das Raster (jeweils für X- und Y Achse) ein- und ausschalten kann.
- Zoom / Cursor / Pan: Um die Kurven genauer zu untersuchen, ist es möglich zwischen dem Zoom/ Cursor und Pantool wählen. Mit dem Zoomtool kann man in die Kurve hineinzoomen und per Doppelklick wieder herauszoomen. Weitere Zoomfunktionen

werden per Rechtsklick über das Kontextmenü erreicht. Das Cursortool zeigt den genauen Zahlenwert an einer bestimmten Stelle.

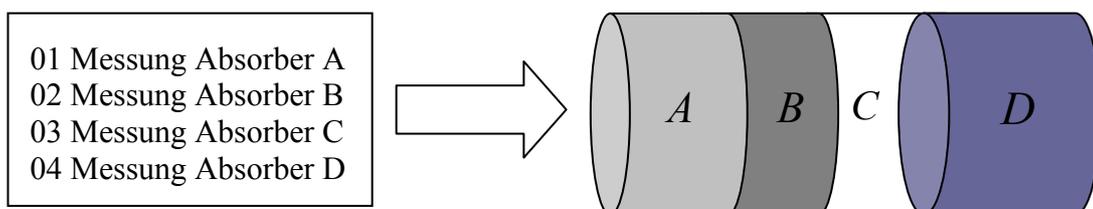
Mit dem Pantool kann man die Diagrammanzeige „anfassen“ und die Kurve beliebig verschieben.

- Glättungsfaktor: Durch Erhöhen des Wertes des Glättungsfaktors wird die Kurve in der Diagrammanzeige geglättet.
- Bänder pro Oktave: siehe Kapitel (3.4.2).
- Kombinieren: Mithilfe dieser Funktion lassen sich Messungen mit weitem und Messungen mit kurzem Mikrofonabstand kombinieren, dies erweitert den gültigen Frequenzbereich (siehe Kapitel 3.1.1).  
Um diese Funktion zu nutzen wird der Absorber einmal mit weitem Mikrofonabstand und einmal mit kurzem Mikrofonabstand vermessen und unter dem gleichen Namen abgespeichert. Die Software erkennt automatisch die gleichen Namen und kombiniert beide Messungen zu einer Messung.

Der Bereich, indem zwischen den zwei Messungen überblendet wird, kann mithilfe der Checkboxen *Frequenz* (Übergangsfrequenz) und *Breite* (Übergangsbreite) eingestellt werden.

- Schichtung (4mic): Mit dieser Funktion werden die Kettenmatrizen der Absorber hintereinander geschaltet und so eine Schichtung simuliert.  
Um zwei (oder mehrere) Absorber hintereinander zu schichten, verschiebt man einfach die entsprechenden Messungen in die rechte Dateiauswahlbox.

Die Reihenfolge der Messungen in der Dateiauswahlbox bestimmt die Reihenfolge der Schichtung:



Um die Schichtung durchzuführen, muss die Checkbox aktiviert werden. Die angezeigte Grafik in der Diagrammanzeige gilt nun für die hintereinander geschichteten Absorber.

- Simulation (4mic): Hiermit ist es möglich, unterschiedliche Stärken eines beliebig gemessenen Absorbers zu bestimmen. Auch das Simulieren eines nachgeschalteten Luftpolsters ist auf einfache Weise möglich.  
Der zu verändernde Absorber wird in der rechten Dateiauswahlbox markiert, Stärke und anschließender Luftpolster kann mithilfe der Checkboxen verändert werden.  
Der Dateiname des Absorbers wird automatisch um die eingegebenen Werte verändert. Um die ursprünglichen Werte wieder herzustellen, betätigt man den Button *reset*.

### 3.4.2 Erstellen eines Reports

Nachdem die gewünschten Messungen mit allen Einstellungen, wie Mittelung, Glättung, Bänder pro Oktave, Kombination usw., zusammengestellt wurden, bietet CATS8 die Möglichkeit die Ergebnisse automatisch in einen Report zu schreiben. Dabei wird eine *.html* Datei erzeugt, welche die aktuell dargestellten Kurven, die Kommentare zum Projekt, zur Messung und zum Report, sowie Tabellen und die genauen Werte der angezeigten Frequenzbänder zeigt.

Weiters wird eine Excel Tabelle unter demselben Namen angelegt, in ihr befindet sich eine Auflistung der gewonnenen Messdaten.

Mittels aktivieren der Checkbox

*Bänder pro Oktave*

bestimmt man in wie viele Bänder die Oktaven zwischen den Fixbändern (31.25 Hz, 62.5 Hz, 125 Hz, 250 Hz, 500 Hz, 1 kHz) unterteilt werden. In der Abbildung werden nun die Oktavfrequenzen mit senkrechten grauen Linien und die Unterteilungen mit schwarzen Kreuzen dargestellt.

Die Kreuze markieren die Tabellenwerte für die Ausgabetablelle. Sie geben den Mittelwert im entsprechenden Frequenzband an und können daher geringfügig über oder unter der Kurve liegen

Mit dem Menüpunkt

*Report → Report neu*

wird nach der Aufforderung zur Eingabe des Reportnamens ein neuer Report erstellt. Dieser besteht aus:

- einer Überschrift, die dem Projektnamen entspricht,
- den Kommentaren zum Projekt und zur Auswahl,
- der Abbildung mit dazugehöriger Legende und Einstellungen, sowie
- den zu den einzelnen Kurven gehörigen Tabellen.

Der gerade erstellte Report wird im MATLAB®- internen Browserfenster angezeigt und die erstellten Abbildungen werden im selben Verzeichnis als *.png* Bilddateien abgelegt. Die Dateinamen entsprechen hierbei dem Reportnamen mit angehängter fortlaufender Nummerierung.

Um an diesen Report noch weitere Kurven und Tabellen anzuhängen, kann der Menüpunkt

*Report → Report erweitern,*

benutzt werden. Eine Dateiauswahlbox wird geöffnet in welcher der zu erweiternde Report auszuwählen ist.

Hierbei wird keine Überschrift und kein Kommentar zum Projekt mehr exportiert, da diese übergeordnet und projektbezogen sind. Es werden lediglich die Abbildung, die Legende, die Einstellungen und die Tabellen an den bestehenden Report angehängt.

## 4 Beispielmessungen

### 4.1 Beispielmessung 1: typische Messung

Dieses Beispiel zeigt die Ergebnisse einer typischen Messung von Akustikschaum 25mm, Melaminharzschaum 40mm und Styropor 60mm.

Die Materialien wurden jeweils einmal mit kurzem und einmal mit weitem Mikrofonabstand vermessen, um sie anschließend zu einer Messung zu kombinieren (Messbereichserweiterung).

Folgende akustische Parameter werden dargestellt:

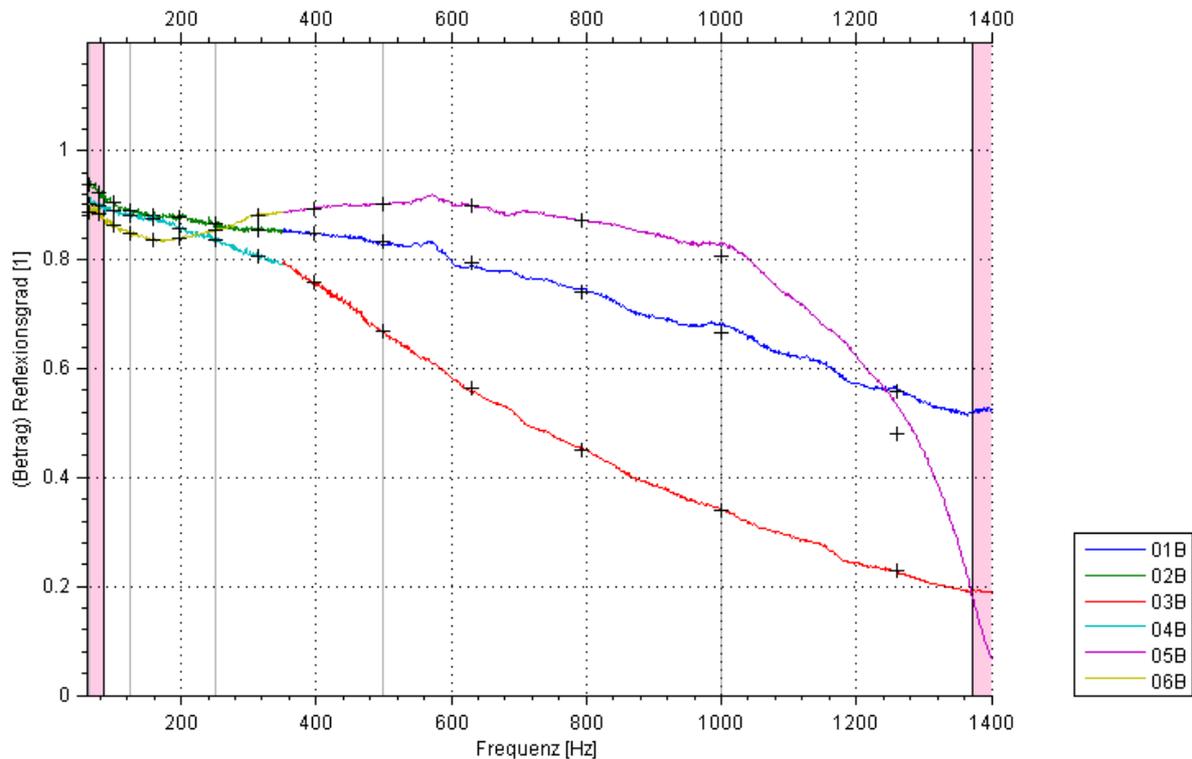
- Reflexionsgrad
- Absorptionsgrad für senkrechten Schalleinfall
- Wandimpedanz
- Durchgangsdämpfung

Die Darstellung entspricht einer typischen Reportausgabe welche aus folgenden Elementen besteht:

- Diagrammanzeige
- Legende
- Einstellungen
- Messwerttabelle

Für alle Messungen wurde als Kalibrierprobe 100mm Melaminharzschaum verwendet.

## Reflexionsgrad



### Legende:

01 - Akustikschaum_schwarz_025mm000L_4KR_01.CAT
02 - Akustikschaum_schwarz_025mm000L_4WR_01.CAT
03 - Melaminharzschaum_weiss_040mm000L_4KR_01.CAT
04 - Melaminharzschaum_weiss_040mm000L_4WR_01.CAT
05 - Styropor_060mm000L_4KR_01.CAT
06 - Styropor_060mm000L_4WR_01.CAT

### Einstellungen:

Glättungsfaktor	0
Rohrabschluss	schallhart
Kombinationsfrequenz	350 Hz
Kombinationsbreite	150 Hz
Frequenzmarkierung 1	85 Hz
Frequenzmarkierung 2	1372 Hz

**Reflexionsgrad: Akustikschaum\_schwarz\_025mm000L\_4xR\_01 (Kombination) Betrag**

2009-11-28 17:22:58 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,9386	125	0,8899	250	0,8649	500	0,8322	1000	0,6671
80	0,9246	160	0,8813	315	0,8554	630	0,7938	1250	0,5595
100	0,9038	200	0,8774	400	0,848	800	0,741	1600	0,5063

**Reflexionsgrad: Melaminharzschaum\_weiss\_040mm000L\_4xR\_01 (Kombination) Betrag**

2009-11-28 17:24:58 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

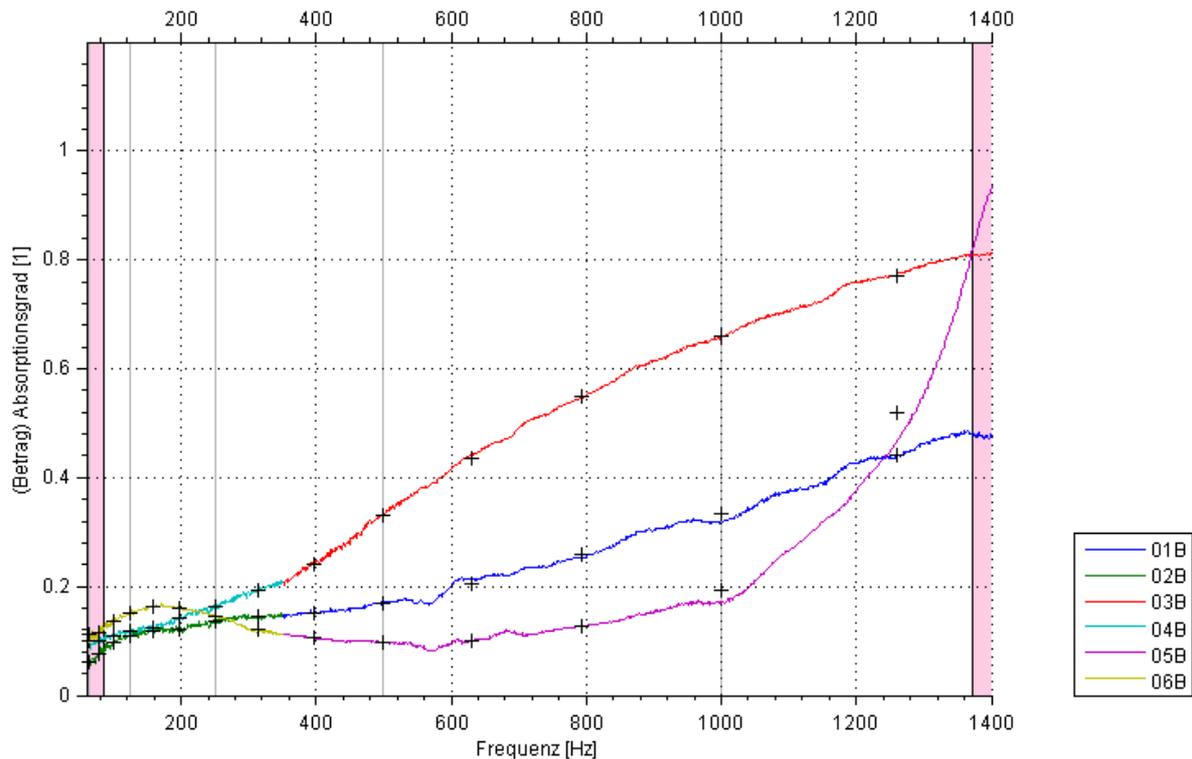
Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,901	125	0,8823	250	0,8367	500	0,6681	1000	0,339
80	0,9002	160	0,8745	315	0,8064	630	0,5635	1250	0,228
100	0,8901	200	0,8583	400	0,7579	800	0,4505	1600	0,1619

**Reflexionsgrad: Styropor\_060mm000L\_4xR\_01 (Kombination) Betrag**

2009-11-28 17:36:11 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,8871	125	0,8493	250	0,854	500	0,9032	1000	0,8076
80	0,8843	160	0,8377	315	0,8801	630	0,8993	1250	0,4802
100	0,8648	200	0,8403	400	0,8943	800	0,8724	1600	2,643

## Absorptionsgrad für senkrechten Schalleinfall



### Legende:

01 – Akustikschaum_schwarz_025mm000L_4KR_01.CAT
02 – Akustikschaum_schwarz_025mm000L_4WR_01.CAT
03 - Melaminharzschaum_weiss_040mm000L_4KR_01.CAT
04 - Melaminharzschaum_weiss_040mm000L_4WR_01.CAT
05 - Styropor_060mm000L_4KR_01.CAT
06 - Styropor_060mm000L_4WR_01.CAT

### Einstellungen:

Glättungsfaktor	0
Rohrabschluss	schallhart
Kombinationsfrequenz	350 Hz
Kombinationsbreite	150 Hz
Frequenzmarkierung 1	85 Hz
Frequenzmarkierung 2	1372 Hz

**Absorptionsg. a\_0: Akustikschaum\_schwarz\_025mm000L\_4xR\_01 (Kombination)  
Betrag**

2009-11-28 17:22:58 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
<b>63</b>	0,06142	<b>125</b>	0,1101	<b>250</b>	0,1351	<b>500</b>	0,1678	<b>1000</b>	0,3329
<b>80</b>	0,07543	<b>160</b>	0,1187	<b>315</b>	0,1446	<b>630</b>	0,2062	<b>1250</b>	0,4405
<b>100</b>	0,09619	<b>200</b>	0,1226	<b>400</b>	0,152	<b>800</b>	0,259	<b>1600</b>	0,5466

**Absorptionsg. a\_0: Melaminharzschaum\_weiss\_040mm000L\_4xR\_01 (Kombination)  
Betrag**

2009-11-28 17:24:58 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

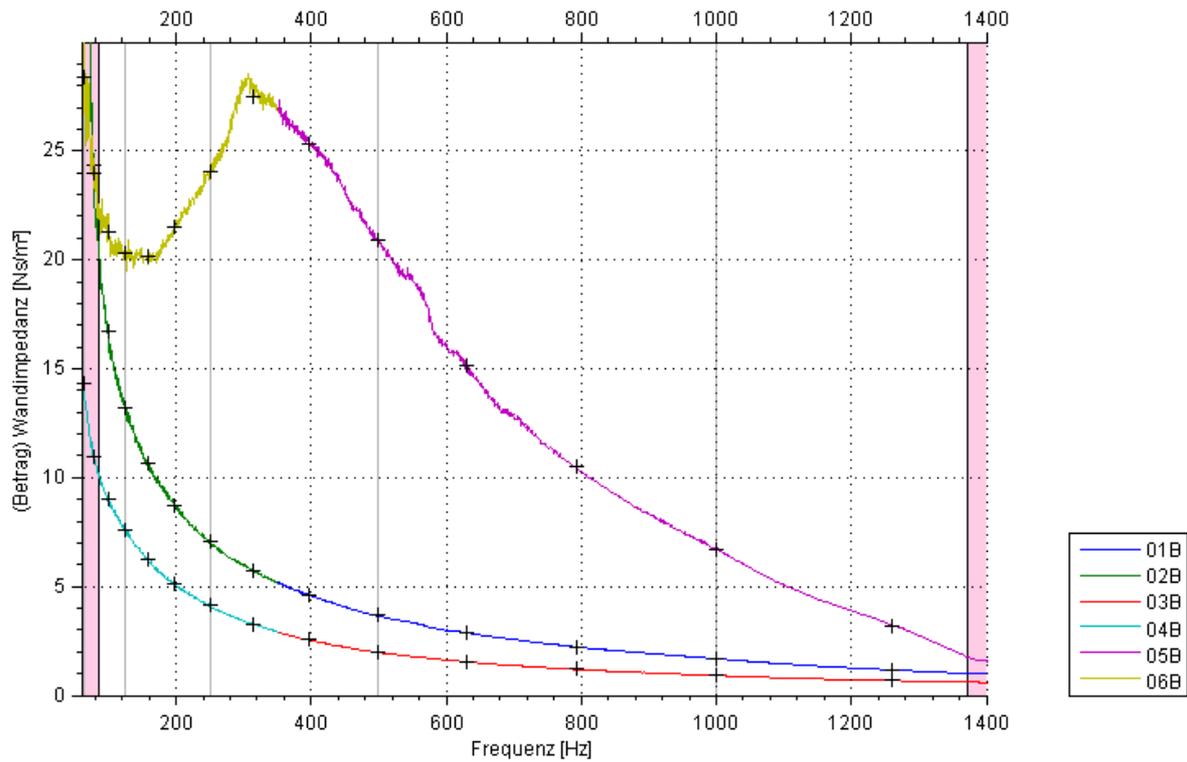
Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
<b>63</b>	0,09905	<b>125</b>	0,1177	<b>250</b>	0,1633	<b>500</b>	0,3319	<b>1000</b>	0,661
<b>80</b>	0,09983	<b>160</b>	0,1255	<b>315</b>	0,1936	<b>630</b>	0,4365	<b>1250</b>	0,772
<b>100</b>	0,1099	<b>200</b>	0,1417	<b>400</b>	0,2421	<b>800</b>	0,5495	<b>1600</b>	0,846

**Absorptionsg. a\_0: Styropor\_060mm000L\_4xR\_01 (Kombination) Betrag**

2009-11-28 17:36:11 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
<b>63</b>	0,1129	<b>125</b>	0,1507	<b>250</b>	0,146	<b>500</b>	0,09681	<b>1000</b>	0,1924
<b>80</b>	0,1157	<b>160</b>	0,1623	<b>315</b>	0,1199	<b>630</b>	0,1007	<b>1250</b>	0,5198
<b>100</b>	0,1352	<b>200</b>	0,1597	<b>400</b>	0,1057	<b>800</b>	0,1276	<b>1600</b>	2,717

## Wandimpedanz



### Legende:

01 – Akustikschaum_schwarz_025mm000L_4KR_01.CAT
02 – Akustikschaum_schwarz_025mm000L_4WR_01.CAT
03 - Melaminharzschaum_weiss_040mm000L_4KR_01.CAT
04 - Melaminharzschaum_weiss_040mm000L_4WR_01.CAT
05 - Styropor_060mm000L_4KR_01.CAT
06 - Styropor_060mm000L_4WR_01.CAT

### Einstellungen:

Glättungsfaktor	0
Rohrabschluss	schallhart
Kombinationsfrequenz	350 Hz
Kombinationsbreite	150 Hz
Frequenzmarkierung 1	85 Hz
Frequenzmarkierung 2	1372 Hz

**Wandimpedanz: Akustikschaum\_schwarz\_025mm000L\_4xR\_01 (Kombination) Betrag**

2009-11-28 17:22:58 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	Ns/m <sup>3</sup>	Hz	Ns/m <sup>3</sup>						
63	50,18	125	13,2	250	7,055	500	3,669	1000	1,687
80	24,37	160	10,69	315	5,73	630	2,877	1250	1,175
100	16,72	200	8,747	400	4,624	800	2,24	1600	0,8748

**Wandimpedanz: Melaminharzschäum\_weiss\_040mm000L\_4xR\_01 (Kombination) Betrag**

2009-11-28 17:24:58 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

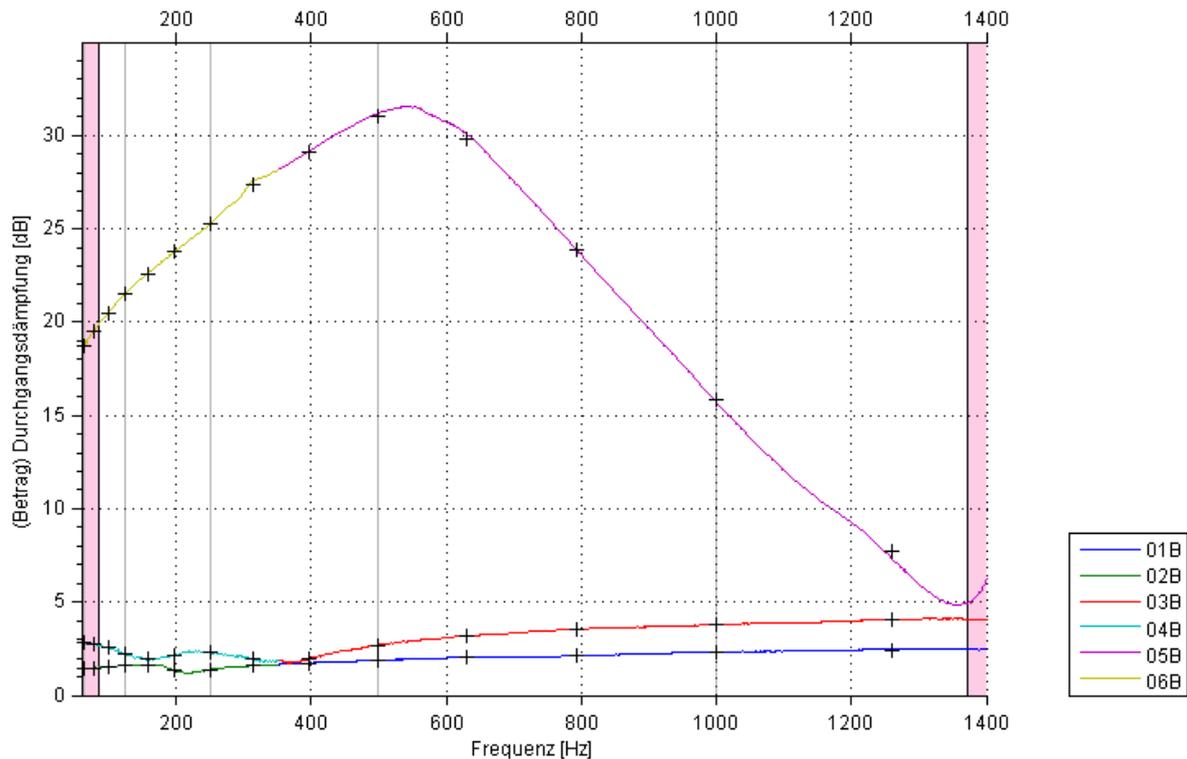
Hz	Ns/m <sup>3</sup>	Hz	Ns/m <sup>3</sup>						
63	14,34	125	7,588	250	4,133	500	1,986	1000	0,9158
80	10,94	160	6,267	315	3,279	630	1,549	1250	0,6853
100	9,028	200	5,113	400	2,556	800	1,197	1600	0,619

**Wandimpedanz: Styropor\_060mm000L\_4xR\_01 (Kombination) Betrag**

2009-11-28 17:36:11 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	Ns/m <sup>3</sup>	Hz	Ns/m <sup>3</sup>						
63	28,42	125	20,33	250	24,08	500	20,92	1000	6,707
80	24,01	160	20,15	315	27,48	630	15,15	1250	3,196
100	21,3	200	21,49	400	25,35	800	10,51	1600	3,005

## Durchgangsdämpfung



### Legende:

01 – Akustikschaum_schwarz_025mm000L_4KR_01.CAT
02 – Akustikschaum_schwarz_025mm000L_4WR_01.CAT
03 - Melaminharzschaum_weiss_040mm000L_4KR_01.CAT
04 - Melaminharzschaum_weiss_040mm000L_4WR_01.CAT
05 - Styropor_060mm000L_4KR_01.CAT
06 - Styropor_060mm000L_4WR_01.CAT

### Einstellungen:

Glättungsfaktor	0
Rohrabschluss	reflexionsarm
Kombinationsfrequenz	350 Hz
Kombinationsbreite	150 Hz
Frequenzmarkierung 1	85 Hz
Frequenzmarkierung 2	1372 Hz

**Durchg.dämpfung: Akustikschaum\_schwarz\_025mm000L\_4xR\_01 (Kombination)  
Betrag**

2009-11-28 17:22:58 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB
63	1,412	125	1,591	250	1,366	500	1,882	1000	2,314
80	1,464	160	1,634	315	1,582	630	2,029	1250	2,441
100	1,531	200	1,372	400	1,737	800	2,122	1600	3,009

**Durchg.dämpfung: Melaminharzschaum\_weiss\_040mm000L\_4xR\_01 (Kombination)  
Betrag**

2009-11-28 17:24:58 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB
63	2,794	125	2,237	250	2,285	500	2,681	1000	3,784
80	2,72	160	1,96	315	1,958	630	3,16	1250	4,032
100	2,556	200	2,164	400	1,985	800	3,535	1600	4,645

**Durchg.dämpfung: Styropor\_060mm000L\_4xR\_01 (Kombination) Betrag**

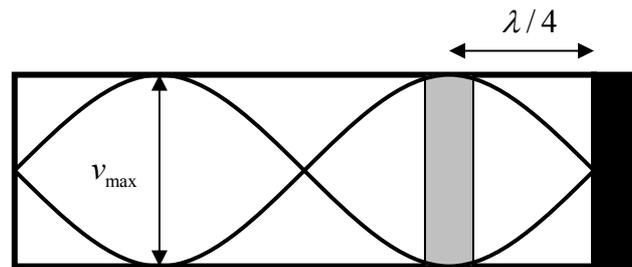
2009-11-28 17:36:11 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB
63	18,68	125	21,48	250	25,26	500	31,06	1000	15,8
80	19,54	160	22,57	315	27,33	630	29,84	1250	7,696
100	20,49	200	23,77	400	29,15	800	23,86	1600	9,954

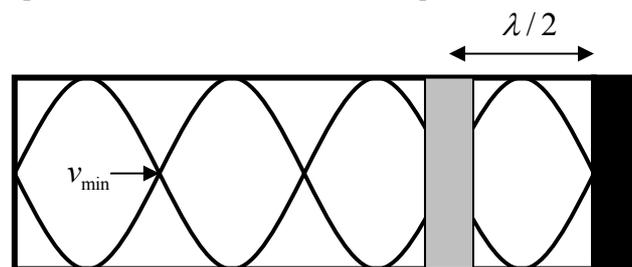
## 4.2 Beispielmessung 2: Verschiedene Luftpolster

Folgende Messungen wurden gemacht um zu zeigen, dass die Simulation von verschiedenen Luftpolstern hinter einem Absorber mittels der Kettenmatrixmethode sehr gut funktioniert. Mit dem Simulieren verschiedener Luftpolster kann das Verhalten eines Absorbers bei beliebigem Abstand von einer schallharten Wand untersucht werden:

Befindet sich der Absorber im Schnelleximum einer bestimmten Frequenz kommt es zu einem Absorptionsmaximum bei dieser Frequenz:



Für die doppelte Frequenz befindet sich der Absorber jedoch in einem Schnelleminimum, es kommt zu einem Absorptionsminimum bei dieser Frequenz:

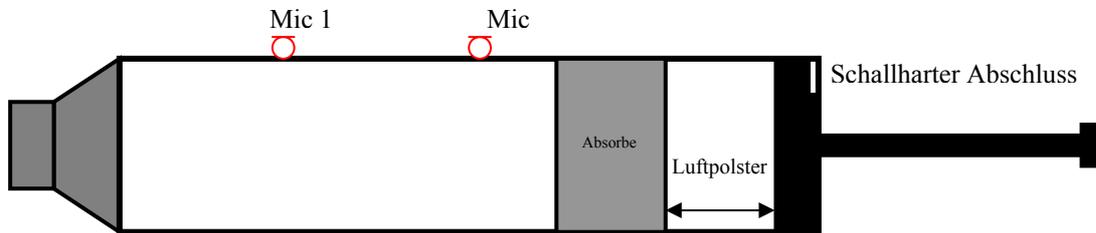


Als Absorber kam „Akustikschaum 40mm“ zum Einsatz, folgende Luftpolster wurden gemessen beziehungsweise simuliert:

0mm          50mm          150mm

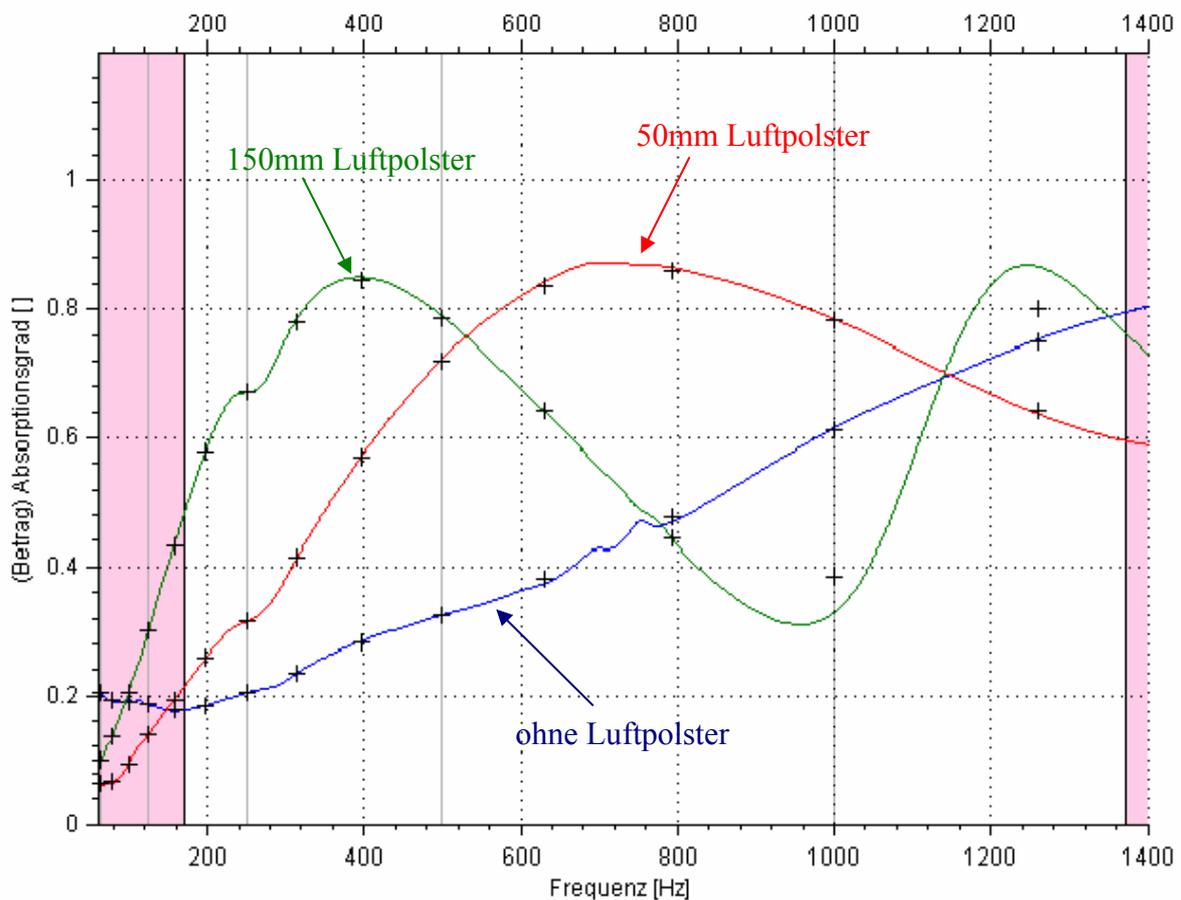
Messablauf:

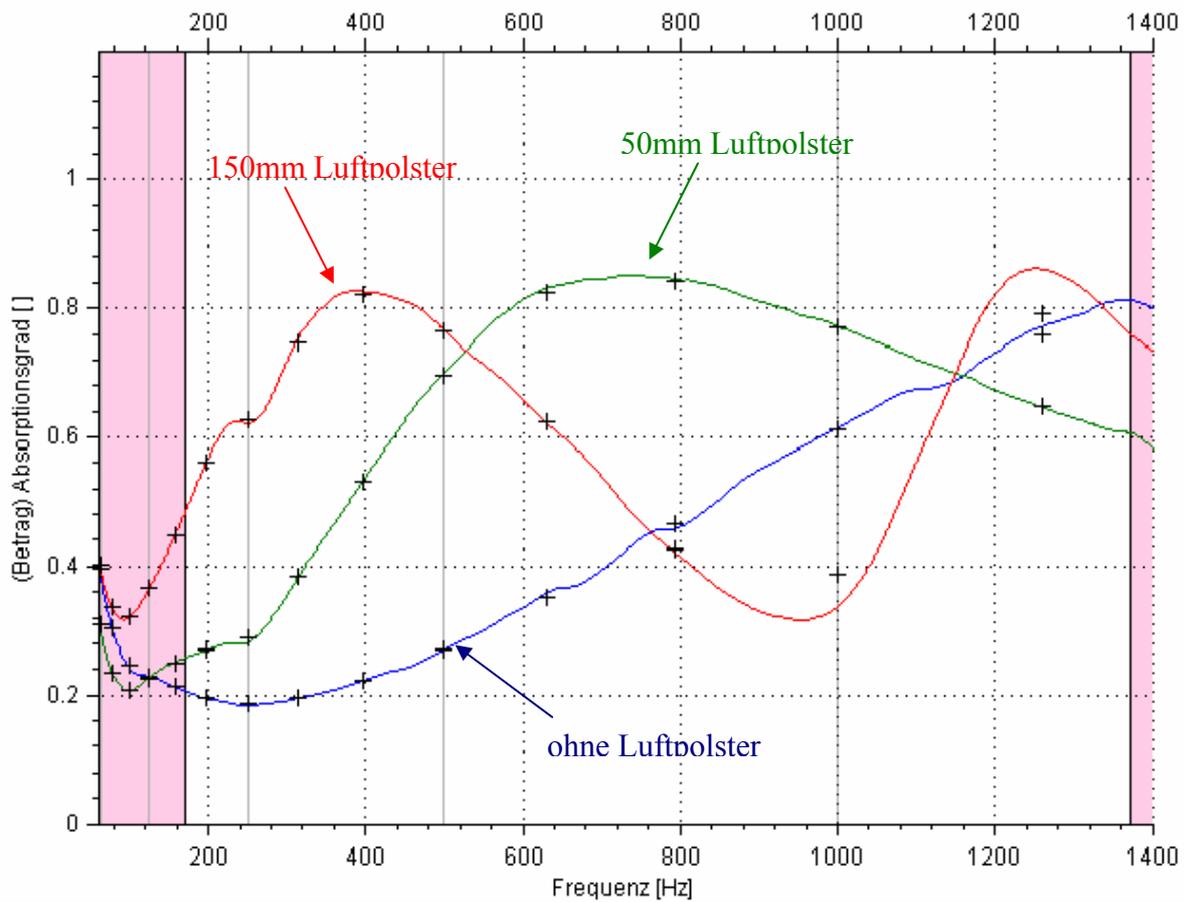
Zuerst wurde der Absorber mitsamt den verschiedenen „echten“ Luftpolstern mittels der 2-Mikrofon Methode gemessen:



Danach wurde der Absorber mittels der Kettenmatrixmethode vermessen, anschließend wurden die Luftpolster simuliert.

Im Folgenden können die Ergebnisse der zwei Messungen anhand des Absorptionsgrades für senkrechten Schalleinfall miteinander verglichen werden:

Übertragungsfunktionmethode (2mic):

**Kettenmatrixmethode (4mic):**

Wie man sieht, sind beide Ergebnisse sehr ähnlich, die Simulation funktioniert also sehr gut. Man kann erkennen, dass die Absorptionsmaxima zu tiefen Frequenzen wandern, je größer der Luftpolster (Wandabstand) ist.

:

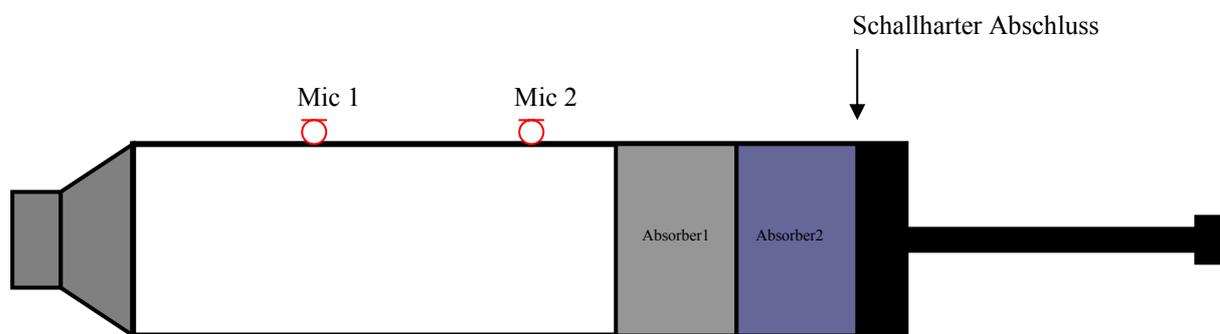
### 4.3 Beispielmessung 3: Schichtung zweier Absorber

Folgende Messungen wurden gemacht, um die Funktionalität der Schichtung mittels der Kettenmatrixmethode zu zeigen.

Als Absorber kamen „Akustikschaumstoff 40mm“ und „Bunter Schaumstoff 30mm“ zum Einsatz.

#### Messablauf:

Zuerst wurden die zwei Absorber mittels der Übertragungsfunktionsmethode vermessen. Die beiden Absorber wurden im Rohr hintereinander angeordnet und gleichzeitig vermessen:

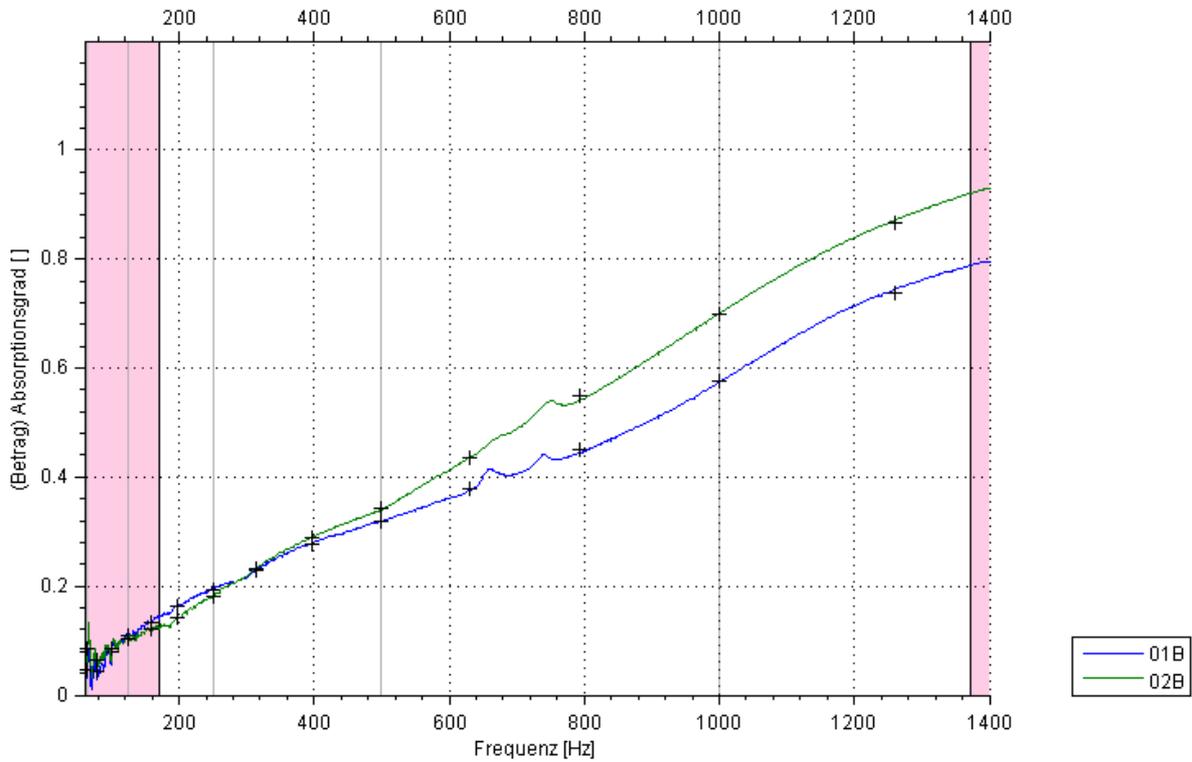


Danach wurden die Absorber *einzel*n mittels der Kettenmatrixmethode (4mic) vermessen und so ihre Kettenmatrizen bestimmt. Mittels der Funktion *Schichtung* (siehe Kapitel (3.4.1)) wurde die Schichtung der Absorber simuliert.

Im Folgenden können die Ergebnisse der zwei Messungen anhand des Absorptionsgrades für den senkrechten Schalleinfall miteinander verglichen werden.

## Absorptionsgrad der einzelnen Absorber

### Übertragungsfunktionsmethode (2mic):



**Legende:**

- 01 - Akustikschaum\_schwarz\_040mm000L\_2KR\_01.CAT
- 02 - Bunter\_schaumstoff\_030mm000L\_2KR\_01.CAT

**Absorptionsg. a\_0: Akustikschaum\_schwarz\_040mm000L\_2KR\_01 Betrag**

2009-11-29 14:21:32 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

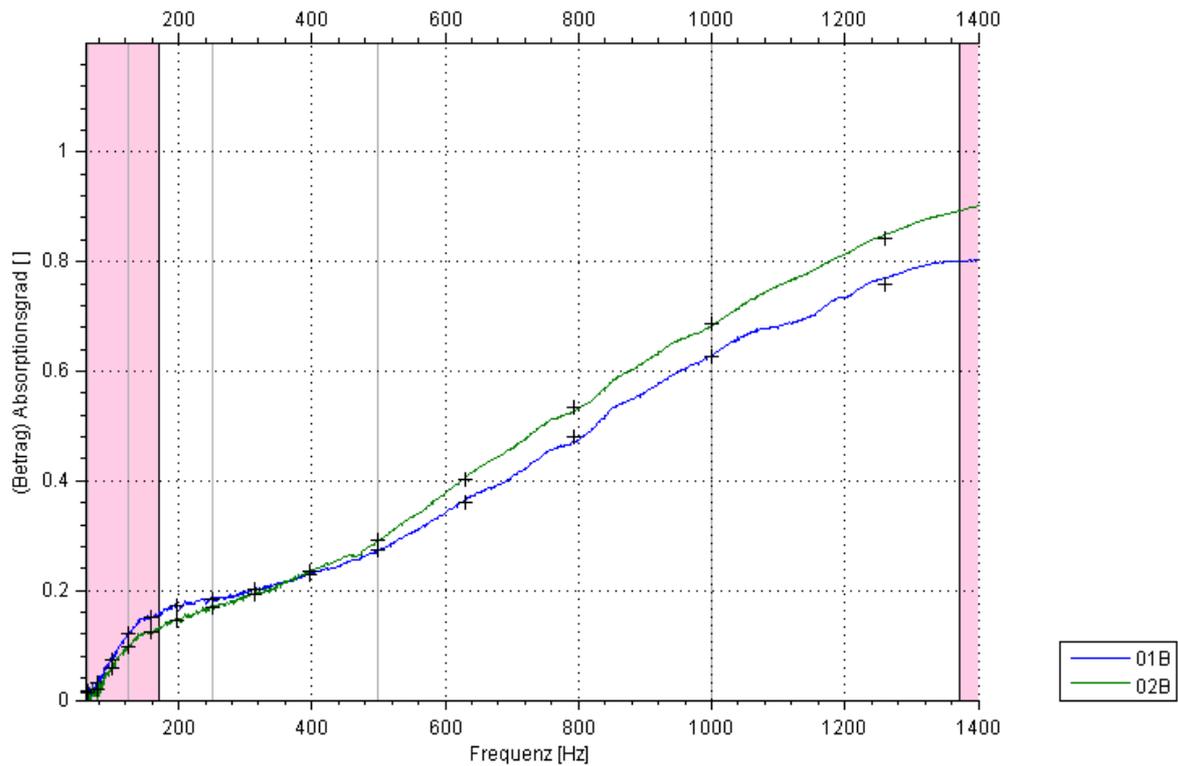
Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,04572	125	0,1081	250	0,1944	500	0,3194	1000	0,5747
80	0,04212	160	0,1342	315	0,2288	630	0,3788	1250	0,739
100	0,07865	200	0,162	400	0,2779	800	0,4498	1600	0,7301

**Absorptionsg. a\_0: Bunter\_schaumstoff\_030mm000L\_2KR\_01 Betrag**

2009-11-29 14:24:32 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,08601	125	0,1022	250	0,1825	500	0,3434	1000	0,6984
80	0,06363	160	0,1209	315	0,2319	630	0,4363	1250	0,867
100	0,08559	200	0,1414	400	0,2885	800	0,5487	1600	0,9587

**Kettenmatrixmethode:**



**Legende:**

- 01 - Akustikschaum\_schwarz\_040mm000L\_4KR\_01.CAT
- 02 - Bunter\_Schaumstoff\_030mm000L\_4KR\_01.CAT

**Absorptionsg. a\_0: Akustikschaum\_schwarz\_040mm000L\_4KR\_01 Betrag**

2009-11-29 14:40:28 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,01699	125	0,1201	250	0,1837	500	0,2751	1000	0,6277
80	0,03228	160	0,152	315	0,2005	630	0,3613	1250	0,7599
100	0,07431	200	0,1709	400	0,2289	800	0,4791	1600	0,8068

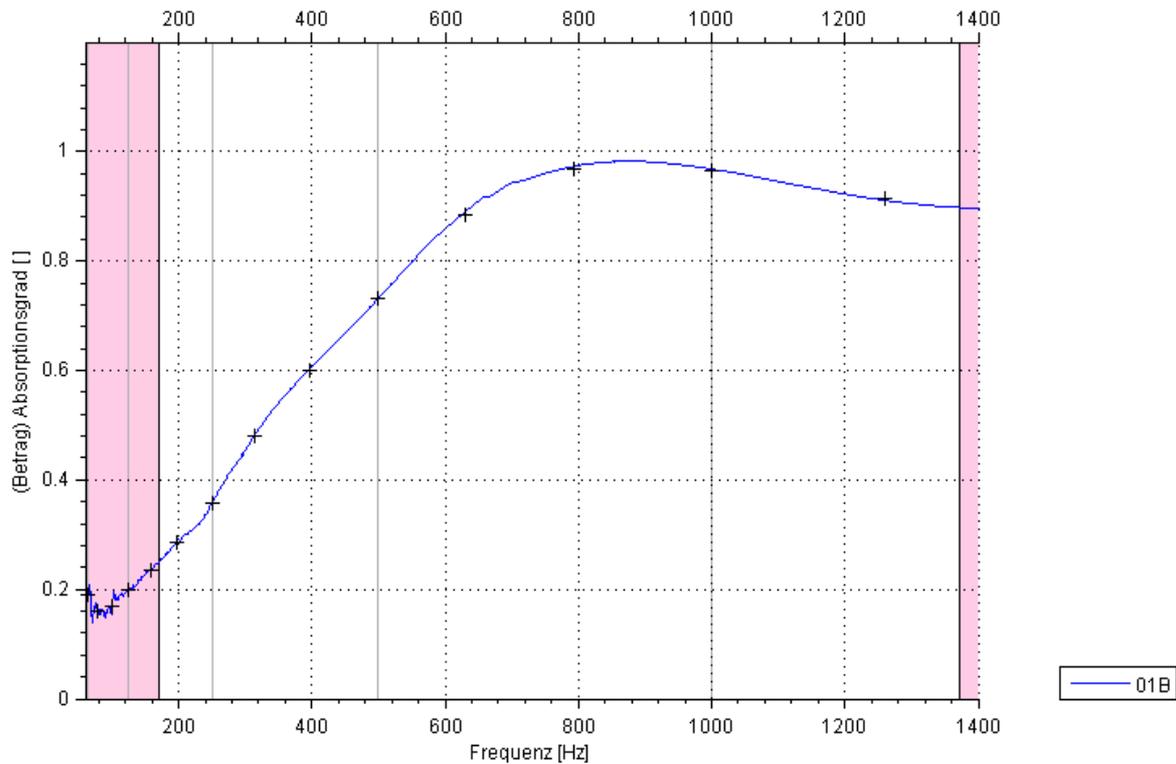
**Absorptionsg. a\_0: Bunter\_Schaumstoff\_030mm000L\_4KR\_01 Betrag**

2009-11-29 14:41:58 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,01237	125	0,09808	250	0,1681	500	0,2925	1000	0,6868
80	0,01835	160	0,1246	315	0,1933	630	0,4024	1250	0,8423
100	0,05788	200	0,1466	400	0,2337	800	0,5329	1600	0,9524

## Absorptionsgrad der geschichteten Absorber

### Übertragungsfunktionsmethode (2mic):



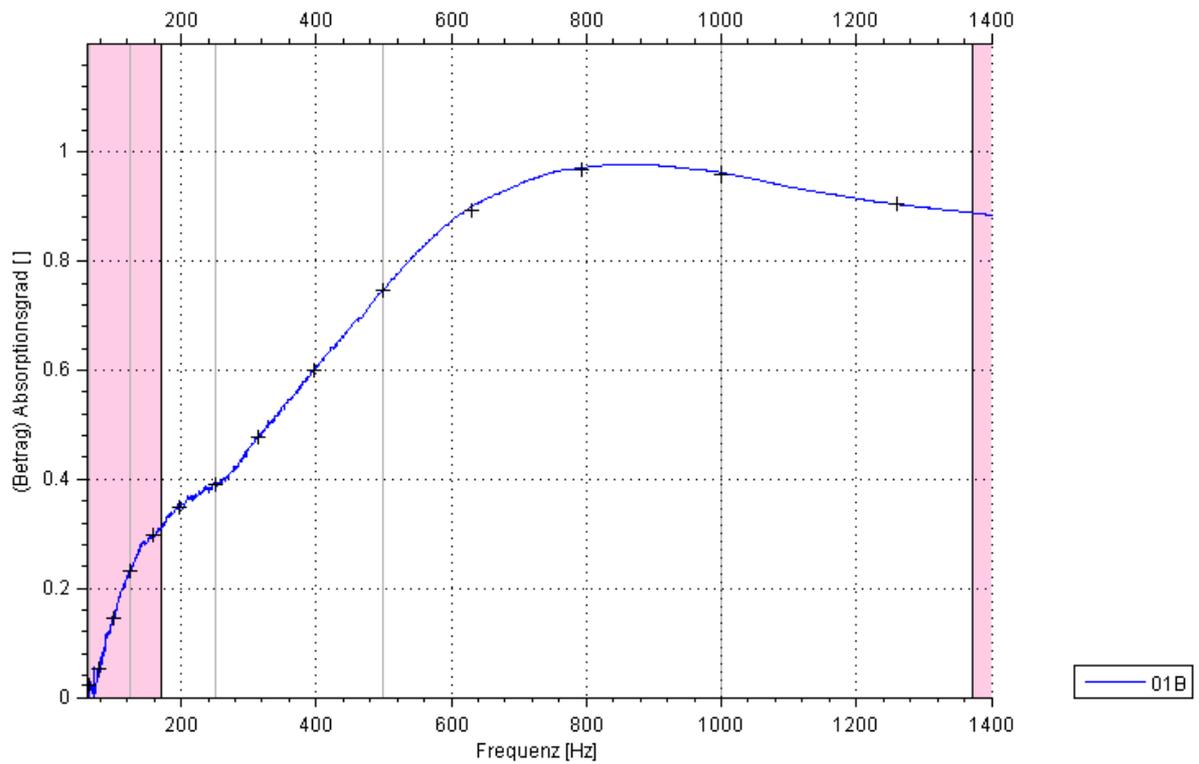
**Legende:**

01 - Akustischäum\_schwarz\_Bunter\_schaumstoff\_070mm000L\_2KR\_01.CAT

**Absorptionsg. a\_0: Akustischäum\_schwarz\_Bunter\_schaumstoff\_070mm000L\_2KR\_01 Betrag**

2009-11-29 14:26:21 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 50%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
<b>63</b>	0,1898	<b>125</b>	0,199	<b>250</b>	0,3586	<b>500</b>	0,7318	<b>1000</b>	0,9662
<b>80</b>	0,1602	<b>160</b>	0,2355	<b>315</b>	0,4813	<b>630</b>	0,8843	<b>1250</b>	0,9138
<b>100</b>	0,1704	<b>200</b>	0,2853	<b>400</b>	0,6009	<b>800</b>	0,9689	<b>1600</b>	0,8814

**Kettenmatrixmethode (4mic):****Legende:**

- |   |
|---|
| 01 - Akustikschaum_schwarz_040mm000L_4KR_01.CAT |
| 02 - Bunter_Schaumstoff_030mm000L_4KR_01.CAT    |

#### 4.4 Beispielmessung 4: Simulieren verschiedener Absorberstärken

Diese Messung soll die Funktionalität des Simulierens von verschiedenen Absorberstärken mittels der Kettenmatrixmethode zeigen.

Als Material wurde gelber Schaumstoff in den Stärken 25mm, 80mm und 120mm verwendet:

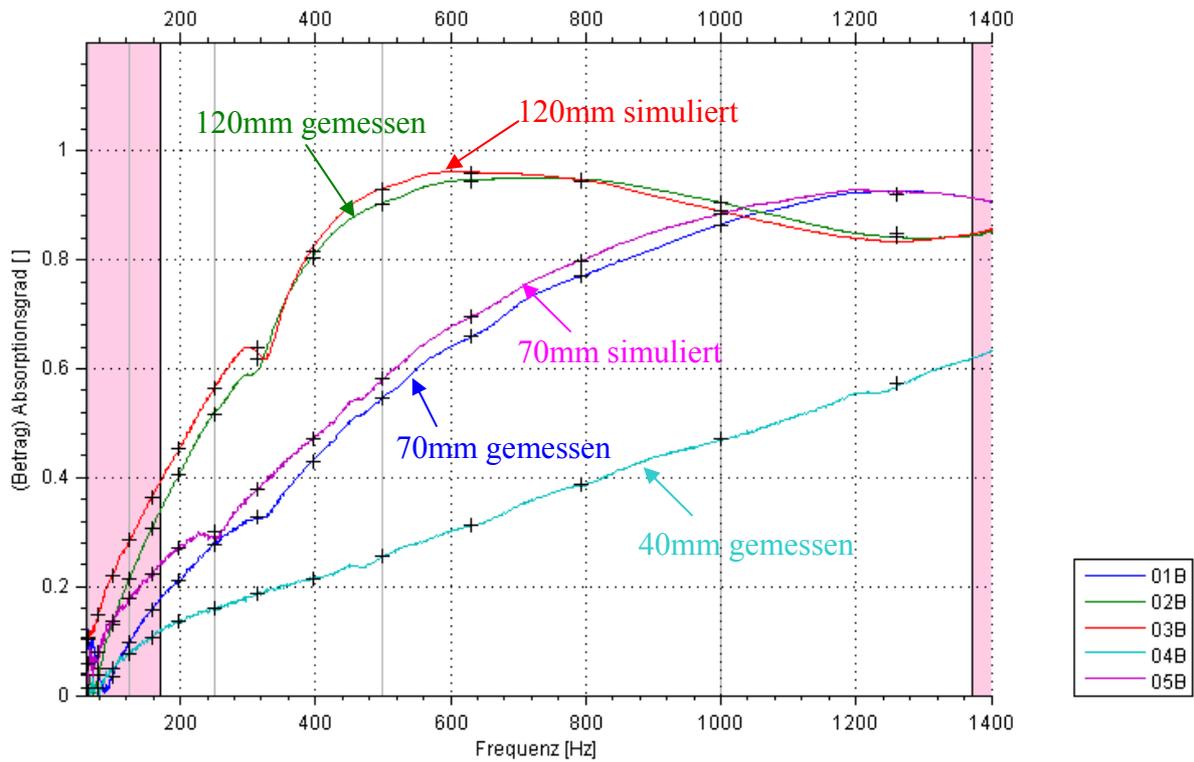


Die Absorber wurden zuerst mittels der 4- Mikrofonmethode einzeln vermessen. Anschließend wurden die Stärken 80mm und 120mm ausgehend von der Stärke 25mm simuliert.

Im Folgenden können die Messungen mit den Simulationen anhand des Absorptionsgrades für den senkrechten Schalleinfall miteinander verglichen werden.

Für alle Messung wurde als Kalibrierprobe 100mm Melaminharzschäum verwendet.

### Absorptionsgrad für senkrechten Schalleinfall



**Legende:**

01 - Schaummstoff_gelb_070mm000L_4KR_01.CAT
02 - Schaummstoff_gelb_120mm000L_4KR_01.CAT
03 - Schaummstoff_gelb_simulieren_120MM000L_4KR_01.CAT
04 - Schaummstoff_gelb_040mm000L_4KR_01.CAT
05 - Schaummstoff_gelb_simulieren_070MM000L_4KR_01.CAT

**Einstellungen:**

Glättungsfaktor	0
Rohrabschluss	schallhart
Kombinationsfrequenz	300 Hz
Kombinationsbreite	200 Hz
Frequenzmarkierung 1	171 Hz
Frequenzmarkierung 2	1372 Hz

**Absorptionsg. a\_0: Schaummstoff\_gelb\_070mm000L\_4KR\_01 Betrag**

2010-02-04 12:25:40 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 30%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,1065	125	0,09736	250	0,2754	500	0,5472	1000	0,8623
80	0,05018	160	0,1575	315	0,3285	630	0,6604	1250	0,919
100	0,03519	200	0,2124	400	0,4306	800	0,7695	1600	0,7628

#### Absorptionsg. a\_0: Schaummstoff\_gelb\_120mm000L\_4KR\_01 Betrag

2010-02-04 11:49:16 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 30%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,03839	125	0,215	250	0,5155	500	0,9028	1000	0,9041
80	0,0369	160	0,3062	315	0,6193	630	0,9455	1250	0,848
100	0,131	200	0,4065	400	0,8024	800	0,9461	1600	0,8575

#### Absorptionsg. a\_0: Schaummstoff\_gelb\_simulieren\_120MM000L\_4KR\_01 Betrag

2010-02-04 11:47:38 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 30%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,1044	125	0,2855	250	0,5628	500	0,9282	1000	0,8896
80	0,1479	160	0,3633	315	0,6404	630	0,9598	1250	0,8425
100	0,2196	200	0,453	400	0,816	800	0,9447	1600	0,9013

#### Absorptionsg. a\_0: Schaumstoff\_gelb\_040mm000L\_4KR\_01 Betrag

2010-02-04 11:45:01 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 30%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,01296	125	0,07757	250	0,1592	500	0,2551	1000	0,4704
80	0,01284	160	0,1076	315	0,1855	630	0,3125	1250	0,5729
100	0,04841	200	0,1347	400	0,2146	800	0,3884	1600	0,6984

#### Absorptionsg. a\_0: Schaumstoff\_gelb\_simulieren\_070MM000L\_4KR\_01 Betrag

2010-02-04 11:45:01 Temperatur: 21°C rel .Feuchte: 30%

Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]	Hz	[1]
63	0,05879	125	0,1767	250	0,3005	500	0,5812	1000	0,8828
80	0,07871	160	0,2233	315	0,3794	630	0,6949	1250	0,9214
100	0,1358	200	0,2703	400	0,4727	800	0,7988	1600	0,7757

## 5 Anhang

Im Anhang befinden sich folgende Berechnungen und Herleitungen:

- Bestimmung der Kettenmatrix eines verlustbehafteten homogenen Zweitores
- Bestimmung der Kettenmatrix eines verlustbehafteten inhomogenen Zweitores
- Bestimmung der akustischen Parameter

In folgender Abbildung ist die Hintereinanderschaltung der Kettenmatrizen des Messsystems der Übersicht wegen noch einmal grafisch dargestellt:

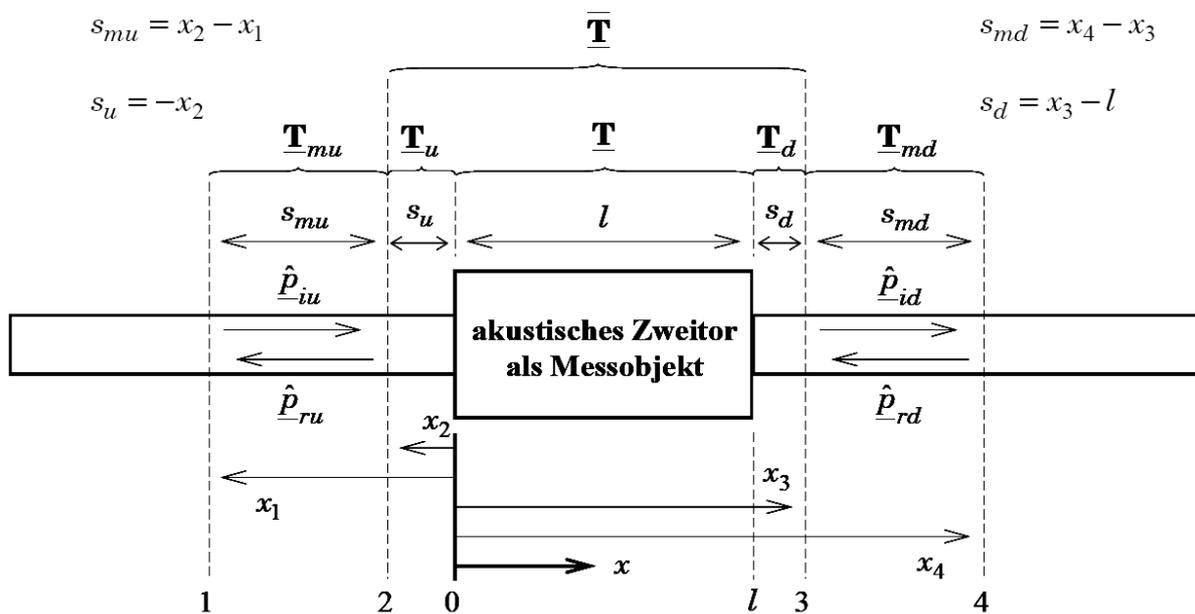


Abbildung 5.1

- $\underline{T}_{mu}$  ..... Messstrecke upstream
- $\underline{T}_u$  ..... Verbindungsrohr upstream
- $\underline{T}$  ..... zu berechnendes akustisches Zweitor (Absorber)
- $\underline{T}_d$  ..... Verbindungsrohr downstream
- $\underline{T}_{md}$  ..... Messstrecke downstream

## 5.1 Bestimmung der Kettenmatrix eines verlustbehafteten homogenen Zweitores

Homogen bedeutet hier unter anderem, dass es innerhalb des Zweitores keine Querschnittsprünge ( $\bar{v} = \text{konst.}$ ) gibt. Zum Beispiel kann ein mit Luft ( $\underline{Z}_K = Z_0$ ) oder homogenem Absorber ( $\underline{Z}_K = \underline{Z}_A$ ) gefülltes Rohr als ein solches verlustbehaftetes homogenes Zweitor betrachtet werden.

Aus den Gl. (2.1) und (2.2) folgt an der Stelle  $x = 0$  :

$$\begin{aligned} \underline{p}_0 &= \hat{\underline{p}}_i + \hat{\underline{p}}_r & \hat{\underline{p}}_i &= \frac{1}{2} \cdot (\underline{p}_0 + \underline{Z}_K \cdot \underline{v}_0) \\ \underline{Z}_K \cdot \underline{v}_0 &= \hat{\underline{p}}_i - \hat{\underline{p}}_r & \hat{\underline{p}}_r &= \frac{1}{2} \cdot (\underline{p}_0 - \underline{Z}_K \cdot \underline{v}_0) \end{aligned}$$

Die beiden Wellenspektren  $\hat{\underline{p}}_i$  und  $\hat{\underline{p}}_r$  werden wieder in Gl. (2.1) eingesetzt:

$$\begin{aligned} \underline{p}(x) &= \frac{1}{2} \cdot (\underline{p}_0 + \underline{Z}_K \cdot \underline{v}_0) \cdot e^{-\Gamma \cdot x} + \frac{1}{2} \cdot (\underline{p}_0 - \underline{Z}_K \cdot \underline{v}_0) \cdot e^{\Gamma \cdot x} = \frac{1}{2} \cdot (e^{-\Gamma \cdot x} + e^{\Gamma \cdot x}) \cdot \underline{p}_0 + \underline{Z}_K \cdot \frac{1}{2} \cdot (e^{-\Gamma \cdot x} - e^{\Gamma \cdot x}) \cdot \underline{v}_0 = \\ &= \cosh(\Gamma \cdot x) \cdot \underline{p}_0 - \underline{Z}_K \cdot \sinh(\Gamma \cdot x) \cdot \underline{v}_0 \end{aligned}$$

Und in Gl. (2.2) eingesetzt:

$$\begin{aligned} \underline{v}(x) &= \frac{1}{\underline{Z}_K} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\underline{p}_0 + \underline{Z}_K \cdot \underline{v}_0) \cdot e^{-\Gamma \cdot x} - \frac{1}{\underline{Z}_K} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\underline{p}_0 - \underline{Z}_K \cdot \underline{v}_0) \cdot e^{\Gamma \cdot x} = \frac{1}{\underline{Z}_K} \cdot \frac{1}{2} \cdot (e^{-\Gamma \cdot x} - e^{\Gamma \cdot x}) \cdot \underline{p}_0 + \frac{1}{2} \cdot (e^{-\Gamma \cdot x} + e^{\Gamma \cdot x}) \cdot \underline{v}_0 = \\ &= -\frac{1}{\underline{Z}_K} \cdot \sinh(\Gamma \cdot x) \cdot \underline{p}_0 + \cosh(\Gamma \cdot x) \cdot \underline{v}_0 \end{aligned}$$

Die letzten beiden Ergebnisse zusammengefasst in Matrixschreibweise:

$$\begin{bmatrix} \underline{p}(x) \\ \underline{v}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma \cdot x) & -\underline{Z}_K \cdot \sinh(\Gamma \cdot x) \\ -\frac{1}{\underline{Z}_K} \cdot \sinh(\Gamma \cdot x) & \cosh(\Gamma \cdot x) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{p}_0 \\ \underline{v}_0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

An der Stelle  $x = l$  (Länge des Zweitores, siehe Abb. 5.1) gilt somit:

$$\begin{bmatrix} \underline{p}_l \\ \underline{v}_l \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{p}_0 \\ \underline{v}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma \cdot l) & -\underline{Z}_K \cdot \sinh(\Gamma \cdot l) \\ -\frac{1}{\underline{Z}_K} \cdot \sinh(\Gamma \cdot l) & \cosh(\Gamma \cdot l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{p}_0 \\ \underline{v}_0 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma \cdot l) & \underline{Z}_K \cdot \sinh(\Gamma \cdot l) \\ \frac{1}{\underline{Z}_K} \cdot \sinh(\Gamma \cdot l) & \cosh(\Gamma \cdot l) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

**Spezialfall „verlustlos“** ( $\mu = 0$ )

$$\underline{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \cos(k \cdot l) & jZ_0 \cdot \sin(k \cdot l) \\ \frac{j}{Z_0} \cdot \sin(k \cdot l) & \cos(k \cdot l) \end{bmatrix}$$

Die einzelnen Kettenmatrizen der Zweitore lauten also:

$$\underline{\mathbf{T}}_{mu} = \begin{bmatrix} \cos(k \cdot s_{mu}) & jZ_0 \cdot \sin(k \cdot s_{mu}) \\ \frac{j}{Z_0} \cdot \sin(k \cdot s_{mu}) & \cos(k \cdot s_{mu}) \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{T}}_{md} = \begin{bmatrix} \cos(k \cdot s_{md}) & jZ_0 \cdot \sin(k \cdot s_{md}) \\ \frac{j}{Z_0} \cdot \sin(k \cdot s_{md}) & \cos(k \cdot s_{md}) \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{T}}_u = \begin{bmatrix} \cos(k \cdot s_u) & jZ_0 \cdot \sin(k \cdot s_u) \\ \frac{j}{Z_0} \cdot \sin(k \cdot s_u) & \cos(k \cdot s_u) \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{T}}_d = \begin{bmatrix} \cos(k \cdot s_d) & jZ_0 \cdot \sin(k \cdot s_d) \\ \frac{j}{Z_0} \cdot \sin(k \cdot s_d) & \cos(k \cdot s_d) \end{bmatrix}$$

## 5.2 Bestimmung der Kettenmatrixparameter eines verlustbehafteten inhomogenen Zweitores

(Komplexstriche und Querstriche werden während der Herleitung zur Schreibvereinfachung weggelassen.)

Aus Gl. (2.13) folgt für die beiden Messungen (eingestrichene Größen bezeichnen die Messung 1, zweigestrichene Größen bezeichnen die Messung 2):

$$\begin{bmatrix} p'_2 \\ v'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p'_3 \\ v'_3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} p''_2 \\ v''_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p''_3 \\ v''_3 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Durch Einsetzen der entsprechenden Ausdrücke für  $v'_2$ ,  $v''_2$  und  $v'_3$ ,  $v''_3$  [Gln. (2.16) und (2.17)] in Gl. (5.4) erhält man für die Kettenmatrixparameter:

$$\begin{aligned} p'_2 &= T_{11} \cdot p'_3 + T_{12} \cdot v'_3 = T_{11} \cdot p'_3 + \frac{T_{12}}{T_{12md}} \cdot (T_{22md} \cdot p'_3 - \Delta_{md} \cdot p'_4) \quad \left| \cdot \frac{1}{p'_3} \right. \\ H'_{32} &= T_{11} + \frac{T_{12}}{T_{12md}} \cdot (T_{22md} - \Delta_{md} \cdot H'_{34}) \\ H''_{32} &= T_{11} + \frac{T_{12}}{T_{12md}} \cdot (T_{22md} - \Delta_{md} \cdot H''_{34}) \quad | \cdot (-1) \\ \hline H'_{32} - H''_{32} &= \frac{T_{12}}{T_{12md}} \cdot \Delta_{md} \cdot (H''_{34} - H'_{34}) \\ \hline T_{12} &= T_{12md} \cdot \frac{H'_{32} - H''_{32}}{\Delta_{md} \cdot (H''_{34} - H'_{34})} = T_{12md} \cdot X_1 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Aus Gl. (5.5) oben folgt:

$$H'_{32} = T_{11} + X_1 \cdot \underbrace{(T_{22md} - \Delta_{md} \cdot H'_{34})}_{\tilde{X}_2} \qquad \underline{\underline{T_{11} = H'_{32} - X_1 \cdot X_2}}$$

Weiters folgt mit den Gln. (2.16) und (2.17) aus Gl. (5.4):

$$\begin{aligned} v'_2 &= T_{21} \cdot p'_3 + T_{22} \cdot v'_3 \\ \frac{1}{T_{12mu}} \cdot (p'_1 - T_{11mu} \cdot p'_2) &= T_{21} \cdot p'_3 + \frac{T_{22}}{T_{12md}} \cdot (T_{22md} \cdot p'_3 - \Delta_{md} \cdot p'_4) \quad \left| \cdot \frac{T_{12md}}{p'_3} \right. \end{aligned}$$

$$\frac{T_{12md}}{T_{12mu}} \cdot (H'_{31} - T_{11mu} \cdot H'_{32}) = T_{12md} \cdot T_{21} + T_{22} \cdot (T_{22md} - \Delta_{md} \cdot H'_{34})$$

$$\frac{T_{12md}}{T_{12mu}} \cdot (H''_{31} - T_{11mu} \cdot H''_{32}) = T_{12md} \cdot T_{21} + T_{22} \cdot (T_{22md} - \Delta_{md} \cdot H''_{34}) \quad | \cdot (-1) \quad (5.6)$$


---


$$\frac{T_{12md}}{T_{12mu}} \cdot [H'_{31} - H''_{31} - T_{11mu} \cdot (H'_{32} - H''_{32})] = T_{22} \cdot \Delta_{md} \cdot (H''_{34} - H'_{34})$$

$$\underline{\underline{T_{22} = \frac{T_{12md}}{T_{12mu}} \cdot \left[ \frac{H'_{31} - H''_{31}}{\Delta_{md} \cdot (H''_{34} - H'_{34})} - T_{11mu} \cdot \frac{H'_{32} - H''_{32}}{\Delta_{md} \cdot (H''_{34} - H'_{34})} \right] = \frac{T_{12md}}{T_{12mu}} \cdot (X_3 - T_{11mu} \cdot X_1)}}$$

Aus Gl. (5.6) oben folgt:

$$\frac{T_{12md}}{T_{12mu}} \cdot \underbrace{(H'_{31} - T_{11mu} \cdot H'_{32})}_{X_4} = T_{12md} \cdot T_{21} + \frac{T_{12md}}{T_{12mu}} \cdot \underbrace{(T_{22md} - \Delta_{md} \cdot H'_{34})}_{X_2} \cdot (X_3 - T_{11mu} \cdot X_1)$$

$$\underline{\underline{T_{21} = \frac{1}{T_{12mu}} \cdot [X_4 - X_2 \cdot (X_3 - T_{11mu} \cdot X_1)]}}$$

Die Kettenmatrix eines allgemeinen Zweitores (bestimmt durch zwei Messungen) lautet also:

$$\bar{\underline{\underline{T}}} = \begin{bmatrix} \underline{H}'_{32} - \underline{X}_1 \cdot \underline{X}_2 & \underline{T}_{12md} \cdot \underline{X}_1 \\ \frac{1}{\underline{T}_{12mu}} \cdot [\underline{X}_4 - \underline{X}_2 \cdot (\underline{X}_3 - \underline{T}_{11mu} \cdot \underline{X}_1)] & \frac{\underline{T}_{12md}}{\underline{T}_{12mu}} \cdot (\underline{X}_3 - \underline{T}_{11mu} \cdot \underline{X}_1) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{T}}_u^{-1} \cdot \bar{\underline{\underline{T}}} \cdot \underline{\underline{T}}_d^{-1} \quad (5.8)$$

$$\underline{\underline{X}}_1 = \frac{\underline{H}'_{32} - \underline{H}''_{32}}{\Delta_{md} \cdot (\underline{H}''_{34} - \underline{H}'_{34})} \quad \underline{\underline{X}}_2 = \underline{T}_{22md} - \Delta_{md} \cdot \underline{H}'_{34}$$

$$\underline{\underline{X}}_3 = \frac{\underline{H}'_{31} - \underline{H}''_{31}}{\Delta_{md} \cdot (\underline{H}''_{34} - \underline{H}'_{34})} \quad \underline{\underline{X}}_4 = \underline{H}'_{31} - \underline{T}_{11mu} \cdot \underline{H}'_{32}$$

### 5.3 Berechnung der akustischen Parameter

Folgende akustische Parameter werden in diesem Kapitel in Abhängigkeit von Gesamtschalldruckspektren (*Trennungsmethode*), Übertragungsfunktionen und Kettenmatrixparametern (*Kettenmatrixmethode*) dargestellt:

Reflexionsfaktor und Schallabsorptionsgrad für senkrechten Schalleinfall, Transmissionsfaktor, Durchgangsdämpfung (Transmission Loss, TL) und Wandimpedanz. Alle Parameter werden sowohl für den allgemeinen Fall, als auch für den Spezialfall der Verlustlosigkeit abgeleitet.

#### 5.3.1 Reflexionsfaktor, Reflexionsgrad und Schallabsorptionsgrad für senkrechten Schalleinfall

*Trennungsmethode / Übertragungsfunktionsmethode*

Aus Gl. (2.1), Gl. (2.8) und Gl. (2.9) folgt:

$$\underline{r}(0) = \frac{\underline{p}_r(0)}{\underline{p}_i(0)} = \frac{\hat{\underline{p}}_r}{\hat{\underline{p}}_i} = \frac{\underline{p}_2 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} - \underline{p}_1 \cdot e^{-\Gamma \cdot x_2}}{\underline{p}_1 \cdot e^{\Gamma \cdot x_2} - \underline{p}_2 \cdot e^{\Gamma \cdot x_1}} \quad \alpha(0) = 1 - |\underline{r}(0)|^2 \quad (5.9)$$

$$\underline{r}(0) = \frac{\underline{H}_{12} \cdot e^{-\Gamma \cdot x_1} - e^{-\Gamma \cdot x_2}}{e^{\Gamma \cdot x_2} - \underline{H}_{12} \cdot e^{\Gamma \cdot x_1}} = \frac{\underline{H}_{12} - e^{\Gamma \cdot (x_1 - x_2)}}{e^{-\Gamma \cdot (x_1 - x_2)} - \underline{H}_{12}} \cdot e^{-2\Gamma \cdot x_1}$$

Spezialfall „verlustlos“ ( $\mu = 0$ )

$$\underline{r}(0) = \frac{\underline{p}_2 \cdot e^{-jkx_1} - \underline{p}_1 \cdot e^{-jkx_2}}{\underline{p}_1 \cdot e^{jkx_2} - \underline{p}_2 \cdot e^{jkx_1}} \quad \underline{r}(0) = \frac{\underline{H}_{12} - e^{jk \cdot (x_1 - x_2)}}{e^{-jk \cdot (x_1 - x_2)} - \underline{H}_{12}} \cdot e^{-j2kx_1} \quad (5.10)$$

Abgesehen von einigen Zusatzgrößen sind für die Berechnung von  $\underline{r}(0)$  und  $\alpha(0)$  die an zwei Positionen gemessenen Schalldrücke  $\underline{p}_1$  und  $\underline{p}_2$  bzw. die Übertragungsfunktion  $\underline{H}_{12}$  zwischen den beiden Messpunkten notwendig.

Um die Verhältnisse von absorbiertener und reflektierter Energie darzustellen ist es zweckmäßig den Reflexionsfaktor durch den Reflexionsgrad  $R$  zu ersetzen.

$$R = |\underline{r}|^2$$

**Kettenmatrixmethode**

Aus den Gln. (2.1) und (2.2) folgt für  $x = 0$  (unmittelbar vor dem Messobjekt, siehe Abb. 5-1) zusammen mit Gl. (5.9)

$$\underline{p}_0 = \hat{\underline{p}}_{iu} + \hat{\underline{p}}_{ru} = \hat{\underline{p}}_{iu} \cdot [1 + \underline{r}(0)] \quad \underline{v}_0 = \frac{\hat{\underline{p}}_{iu}}{Z_0} \cdot [1 - \underline{r}(0)]$$

Und für  $x = l$  (unmittelbar nach dem Messobjekt):

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{p}_r(l)}{\underline{p}_i(l)} = \frac{\hat{\underline{p}}_{rd}}{\hat{\underline{p}}_{id}} \cdot e^{2\Gamma \cdot l} \quad (5.11)$$

$$\underline{p}_l = \hat{\underline{p}}_{id} \cdot e^{-\Gamma \cdot l} \cdot [1 + \underline{r}(l)] \quad \underline{v}_l = \frac{\hat{\underline{p}}_{id}}{Z_0} \cdot e^{-\Gamma \cdot l} \cdot [1 - \underline{r}(l)]$$

$\hat{\underline{p}}_{id}$  und  $\hat{\underline{p}}_{rd}$  folgen aus den beiden Gln. (2.8) und (2.9):

$$\hat{\underline{p}}_{id} = \underline{p}_3 \cdot \frac{e^{\Gamma \cdot x_4} - \underline{H}_{34} \cdot e^{\Gamma \cdot x_3}}{2 \cdot \sinh(\Gamma \cdot s_{md})} \quad \hat{\underline{p}}_{rd} = \underline{p}_3 \cdot \frac{\underline{H}_{34} \cdot e^{-\Gamma \cdot x_3} - e^{-\Gamma \cdot x_4}}{2 \cdot \sinh(\Gamma \cdot s_{md})}$$

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{H}_{34} \cdot e^{-\Gamma \cdot x_3} - e^{-\Gamma \cdot x_4}}{e^{\Gamma \cdot x_4} - \underline{H}_{34} \cdot e^{\Gamma \cdot x_3}} \cdot e^{2\Gamma \cdot l}$$

Aus Gl. (2.12) folgt:

$$\begin{aligned} \underline{p}_0 &= \underline{T}_{11} \cdot \underline{p}_l + \underline{T}_{12} \cdot \underline{v}_l \\ \underline{v}_0 &= \underline{T}_{21} \cdot \underline{p}_l + \underline{T}_{22} \cdot \underline{v}_l \end{aligned} \quad (5.12)$$

Nun werden  $\underline{p}_0, \underline{v}_0$  bzw.  $\underline{p}_l, \underline{v}_l$  eingesetzt:

$$\begin{aligned} 1 + \underline{r}(0) &= \underline{T}_{11} \cdot \frac{\hat{\underline{p}}_{id}}{\hat{\underline{p}}_{iu}} \cdot e^{-\Gamma \cdot l} \cdot [1 + \underline{r}(l)] + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} \cdot \frac{\hat{\underline{p}}_{id}}{\hat{\underline{p}}_{iu}} \cdot e^{-\Gamma \cdot l} \cdot [1 - \underline{r}(l)] \\ 1 - \underline{r}(0) &= \underline{T}_{21} \cdot Z_0 \cdot \frac{\hat{\underline{p}}_{id}}{\hat{\underline{p}}_{iu}} \cdot e^{-\Gamma \cdot l} \cdot [1 + \underline{r}(l)] + \underline{T}_{22} \cdot \frac{\hat{\underline{p}}_{id}}{\hat{\underline{p}}_{iu}} \cdot e^{-\Gamma \cdot l} \cdot [1 - \underline{r}(l)] \end{aligned} \quad (5.13)$$

Die Summe dieser beiden Gleichungen ergibt:

$$2 = \frac{\hat{p}_{id}}{\hat{p}_{iu}} \cdot e^{-\Gamma l} \cdot \left( \underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} \right) + r(l) \cdot \frac{\hat{p}_{id}}{\hat{p}_{iu}} \cdot e^{-\Gamma l} \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right) = \quad (5.14)$$

$$= \frac{\hat{p}_{id}}{\hat{p}_{iu}} \cdot e^{-\Gamma l} \cdot \left[ \underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + r(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right) \right]$$

$$\frac{\hat{p}_{id}}{\hat{p}_{iu}} = \frac{2 \cdot e^{\Gamma l}}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + r(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right)} \quad (5.15)$$

Aus Gl. (5.13) oben folgt:

$$r(0) = \frac{\hat{p}_{id}}{\hat{p}_{iu}} \cdot e^{-\Gamma l} \cdot \left[ \underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + r(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} \right) \right] - 1$$

Gl. (5.15) eingesetzt ergibt weiter:

$$r(0) = \frac{2 \cdot \left[ \underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + r(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} \right) \right]}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + r(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right)} - 1$$

$$\boxed{r(0) = \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} + r(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} \right)}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + r(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right)}} \quad (5.16)$$

$$\frac{\hat{p}_{id}}{\hat{p}_{iu}} = \frac{2 \cdot e^{\Gamma l}}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + r(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right)} \quad (5.17)$$

Spezialfall „verlustlos“ ( $\mu = 0$ )

$$\boxed{r(l) = \frac{H_{34} \cdot e^{-jkx_3} - e^{-jkx_4}}{e^{jkx_4} - H_{34} \cdot e^{jkx_3}} \cdot e^{j2kl}}$$

Spezialfall reflexionsarmer Abschluss des Messrohres downstream

$$\hat{p}_{rd} \ll \hat{p}_{id} \stackrel{\text{Gl.(5.13)}}{\Rightarrow} \underline{r}(l) \rightarrow 0 \Rightarrow \underline{r}(0) = \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22}}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22}}$$

Spezialfall schallharter Abschluss des Messrohres downstream

$$\underline{r}(l) \rightarrow 1 \Rightarrow \boxed{\underline{r}(0) = \frac{\underline{T}_{11} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0}{\underline{T}_{11} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0}}$$

### 5.3.2 Transmissionsfaktor und Durchgangsdämpfung (TL)

Die Durchgangsdämpfung (Transmission Loss, TL) eines akustischen Zweitores (Messobjekt) ist definiert als die Schalleistungspegeldifferenz zwischen der hinlaufenden (incident) Welle am Eingangstor und der transmittierten Welle am Ausgangstor unter der *Voraussetzung eines reflexionsarmen Abschlusses*.

$$TL = 10 \cdot \log \left( \frac{P_i}{P_t} \right)_{\hat{p}_{rd}=0} = 10 \cdot \log \left( \frac{\hat{p}_{iu} \cdot \hat{p}_{iu}^*}{\hat{p}_{id} \cdot \hat{p}_{id}^*} \right)_{\hat{p}_{rd}=0} = 20 \cdot \log \left| \frac{\hat{p}_{iu}}{\underline{p}_3} \right| \quad (5.18)$$

#### Trennungsmethode / Übertragungsfunktionsmethode

Die Trennungsmethode arbeitet ja grundsätzlich mit nur zwei Messpositionen (vor dem Messobjekt; upstream).

Mit einer weiteren Messposition (drittes Mikrofon nach dem Messobjekt; downstream) und einem reflexionsarmen Abschluss (downstream wird die Trennung also rein akustisch durchgeführt) kann das zusätzliche Wellenspektrum  $\hat{p}_{id}$  bestimmt werden.

Durch Einsetzen von Gl. (2.8) in Gl. (5.18) ergibt sich:

$$TL = 20 \cdot \log \left| \frac{\underline{p}_1 \cdot e^{\Gamma \cdot x_2} - \underline{p}_2 \cdot e^{\Gamma \cdot x_1}}{2 \cdot \underline{p}_3 \cdot \sinh(\Gamma \cdot s_{mu})} \right|$$

$$TL = 20 \cdot \log \left| \underline{H}_{31} \cdot \frac{e^{\Gamma \cdot x_2} - \underline{H}_{12} \cdot e^{\Gamma \cdot x_1}}{2 \cdot \sinh(\Gamma \cdot s_{mu})} \right|$$

#### Spezialfall „verlustlos“ ( $\mu = 0$ )

$$TL = 20 \cdot \log \left| \frac{\underline{p}_1 \cdot e^{jkx_2} - \underline{p}_2 \cdot e^{jkx_1}}{2 \cdot \underline{p}_3 \cdot \sin(k \cdot s_{mu})} \right|$$

$$TL = 20 \cdot \log \left| \underline{H}_{31} \cdot \frac{e^{jkx_2} - \underline{H}_{12} \cdot e^{jkx_1}}{2 \cdot \sin(k \cdot s_{mu})} \right|$$

#### Kettenmatrixmethode

Der Quotient aus Wellenspektren in Gl. (5.15) ist physikalisch als *Transmissionsfaktor*  $\underline{t}(l)$  interpretierbar (siehe Abb. 5-1)

$$\underline{t}(l) = \frac{\hat{p}_{id}}{\hat{p}_{iu}} = \frac{2 \cdot e^{\Gamma \cdot l}}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + \underline{r}(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right)}$$

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{H}_{34} \cdot e^{-\Gamma \cdot x_3} - e^{-\Gamma \cdot x_4}}{e^{\Gamma \cdot x_4} - \underline{H}_{34} \cdot e^{\Gamma \cdot x_3}} \cdot e^{2\Gamma \cdot l}$$

Es sei hier nochmals darauf hingewiesen, dass die Kettenmatrixmethode Messungen an vier Positionen voraussetzt; jeweils zwei vor und zwei nach dem Messobjekt (siehe Abb. 5-1).

Spezialfall „verlustlos“ ( $\mu = 0$ )

$$\underline{t}(l) = \frac{2 \cdot e^{jkl}}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + \underline{r}(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right)}$$

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{H}_{34} \cdot e^{-jkx_3} - e^{-jkx_4}}{e^{jkx_4} - \underline{H}_{34} \cdot e^{jkx_3}} \cdot e^{j2kl}$$

Spezialfall reflexionsarmer Abschluss des Messrohres downstream

$$\hat{\underline{p}}_{rd} \ll \hat{\underline{p}}_{id} \stackrel{\text{Gl.(5.13)}}{\Rightarrow} \underline{r}(l) \rightarrow 0 \Rightarrow \underline{t}(l) = \frac{2 \cdot e^{jkl}}{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22}}$$

$$TL = 20 \cdot \log \left| \frac{1}{\underline{t}(l)} \right|_{\hat{\underline{p}}_{rd}=0} = 20 \cdot \log \left| \frac{1}{2} \cdot \left( \underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} \right) \right|$$

### 5.3.3 Wandimpedanz

#### *Trennungsmethode / Übertragungsfunktionsmethode*

Die Schallfeldimpedanz  $\underline{Z}(x)$  an einer beliebigen Stelle  $x$  des Schallfeldes ist definiert durch:

$$\underline{Z}(x) = \frac{p(x)}{v(x)}$$

Aus den Gln. (2.1) und (2.2) folgt für die Wandimpedanz  $\underline{W}$ :

$$\underline{W} = \underline{Z}(0) = \frac{p(0)}{v(0)} = Z_0 \cdot \frac{\hat{p}_i + \hat{p}_r}{\hat{p}_i - \hat{p}_r} \tag{5.19}$$

Für die *normierte Wandimpedanz*  $\underline{w}$  gilt daher mit Gl. (2.8) und Gl. (2.9):

$$\underline{w} = \frac{\underline{W}}{Z_0} = \frac{\underline{p}_1 \cdot (e^{\Gamma \cdot x_2} - e^{-\Gamma \cdot x_2}) - \underline{p}_2 \cdot (e^{\Gamma \cdot x_1} - e^{-\Gamma \cdot x_1})}{\underline{p}_1 \cdot (e^{\Gamma \cdot x_2} + e^{-\Gamma \cdot x_2}) - \underline{p}_2 \cdot (e^{\Gamma \cdot x_1} + e^{-\Gamma \cdot x_1})}$$

$$\underline{w} = \frac{\underline{p}_1 \cdot \sinh(\Gamma \cdot x_2) - \underline{p}_2 \cdot \sinh(\Gamma \cdot x_1)}{\underline{p}_1 \cdot \cosh(\Gamma \cdot x_2) - \underline{p}_2 \cdot \cosh(\Gamma \cdot x_1)}$$

$$\underline{w} = \frac{\sinh(\Gamma \cdot x_2) - \underline{H}_{12} \cdot \sinh(\Gamma \cdot x_1)}{\cosh(\Gamma \cdot x_2) - \underline{H}_{12} \cdot \cosh(\Gamma \cdot x_1)}$$

*Spezialfall „verlustlos“* ( $\mu = 0$ )

$$\underline{w} = j \frac{\underline{p}_1 \cdot \sin(k \cdot x_2) - \underline{p}_2 \cdot \sin(k \cdot x_1)}{\underline{p}_1 \cdot \cos(k \cdot x_2) - \underline{p}_2 \cdot \cos(k \cdot x_1)}$$

$$\underline{w} = j \frac{\sin(k \cdot x_2) - \underline{H}_{12} \cdot \sin(k \cdot x_1)}{\cos(k \cdot x_2) - \underline{H}_{12} \cdot \cos(k \cdot x_1)}$$

#### *Kettenmatrixmethode*

Aus Gl. (5.19) und Gl. (5.9) folgt durch Einsetzen von Gl. (5.16):

$$\underline{w} = \frac{1 + \underline{r}(0)}{1 - \underline{r}(0)} = \frac{1 + \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} + \underline{r}(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} \right)}{1 - \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + \underline{r}(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right)}{1 - \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} + \underline{r}(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} - \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} \right)}{1 - \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + \underline{r}(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22} \right)}}$$

$$\underline{w} = \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} + \underline{r}(l) \cdot \left( \underline{T}_{11} - \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0} \right)}{\underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22} + \underline{r}(l) \cdot (\underline{T}_{21} \cdot Z_0 - \underline{T}_{22})}$$

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{H}_{34} \cdot e^{-\Gamma \cdot x_3} - e^{-\Gamma \cdot x_4}}{e^{\Gamma \cdot x_4} - \underline{H}_{34} \cdot e^{\Gamma \cdot x_3}} \cdot e^{2\Gamma \cdot l}$$

Spezialfall „verlustlos“ ( $\mu = 0$ )

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{H}_{34} \cdot e^{-jkx_3} - e^{-jkx_4}}{e^{jkx_4} - \underline{H}_{34} \cdot e^{jkx_3}} \cdot e^{j2kl}$$

Spezialfall reflexionsarmer Abschluss des Messrohres downstream

$$\hat{p}_{rd} \ll \hat{p}_{id} \stackrel{\text{Gl.(5.13)}}{\Rightarrow} \underline{r}(l) \rightarrow 0 \Rightarrow \underline{w} = \frac{\underline{T}_{11} + \frac{\underline{T}_{12}}{Z_0}}{\underline{T}_{21} \cdot Z_0 + \underline{T}_{22}}$$

Spezialfall schallharter Abschluss des Messrohres downstream

$$\underline{r}(l) \rightarrow 1 \Rightarrow \underline{w} = \frac{\underline{T}_{11}}{\underline{T}_{21} \cdot Z_0}$$

## 6 Literaturverzeichnis

WESELAK W.; (2007)

Raumakustische Messtechnik, Kap. 2: Messungen in Messrohren, Skriptum SS 2007

TRUPPE W. / KAPPLER F.; (2008)

*Messsystem für akustische Zweitore , Diplomarbeit TU Graz*

MÖSER M.; (2009)

*Technische Akustik, Springer Verlag*

WEINZIERL S. (2008)

*Handbuch der Audiotechnik, Springer Verlag*