



Analogfilter für Audio

Bachelorarbeit im Rahmen des Audioelektronik Seminars

verfasst von

Jan Dutz

Betreuer: DI David Fischer

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Filtertheorie	6
2.1	Einführung	6
2.1.1	Polkenngrößen	7
2.1.2	Einfluss der Polgüte	8
2.2	Filtertypen	10
2.3	Phasenverzerrungen und Gruppenlaufzeit	13
2.4	Standard-Approximationen	15
2.4.1	Butterworth-Approximation	15
2.4.2	Bessel-Approximation	17
2.4.3	Tschebyscheff-Approximation	17
2.5	Filterentwurf	19
2.5.1	Toleranzschema	19
2.5.2	Entwurf mittels Tabellen	20
2.5.3	Entwurfsbeispiel	21
3	Equalizer-Grundstrukturen	24
3.1	EQ-Charakteristiken	24
3.2	Equalizer mit invertierendem Verstärker	26
3.3	Equalizer mit zwei Summierverstärkern	30
4	Aktive Filter für Audio	33
4.1	Sallen-Key-Tiefpass	33
4.1.1	Dimensionierungsgleichungen	35
4.1.2	Dimensionierungsbeispiel und Simulation	37
4.2	Multiple-Feedback-Tiefpass	42
4.2.1	Dimensionierungsgleichungen	43
4.2.2	Simulation des Einflusses der begrenzten OPV-Bandbreite	44
4.2.3	Vergleich der Dimensionierungsverfahren	50
4.3	State-Variable-Filter	52
4.3.1	Übertragungsfunktionen und Dimensionierung	54
4.3.2	Filterstruktur mit unabhängig einstellbarer Güte	56
4.3.3	Simulation der modifizierten Filterstruktur	57
4.3.4	Simulation des Einflusses der begrenzten OPV-Bandbreite	59

4.4	Weitere Filtertechniken	63
4.4.1	Passive <i>RLC</i> -Filter	63
4.4.2	Aktive Filter basierend auf <i>RLC</i> -Strukturen	64
5	Realisierungsaspekte	66
6	Schlussbetrachtungen	68
	Literaturverzeichnis	70

1 Einleitung

Das Thema Analogfilter für Audioanwendungen ist breit gefächert: Im Audibereich gibt es vielfältige Einsatzbereiche für Filter, angefangen von der Signalaufbereitung, über die Störungsunterdrückung, bis zu Klanggestaltung und Klangsynthese.

Neben den Anwendungsbereichen gibt es weitere Aspekte, welche die Vielschichtigkeit dieses Themas verdeutlichen: Es kommen verschiedenste Filtertypen und Filtercharakteristiken zum Einsatz, von einfachen Tief- und Hochpässen erster Ordnung, über Shelving- und Peakfilter in Equalizern bis hin zu Filtern höherer Ordnung in Anti-Aliasing-Filtern und Frequenzweichen. Ein weiterer Aspekt der Vielfalt ist die Steuerung der Grenzfrequenz von Filtern: In manchen Anwendungen muss die Grenzfrequenz der Filter im Betrieb nicht verändert werden; Equalizer werden zumeist manuell mit Schaltern und Potentiometern eingestellt; bei dynamischen Filtern zur Klanggestaltung wird die Grenzfrequenz elektronisch über Spannungen oder Ströme gesteuert.

In vielen Anwendungen findet der Einsatz von Filtern in der digitalen Domäne statt, was die Signalaufbereitung vor und nach der Digitalwandlung als das relevanteste Teilgebiet analoger Filter erscheinen lässt. Da aber digitale Filter und Equalizer zum Teil nach analogen Vorbildern entworfen werden, besitzt auch die Theorie und Schaltungstechnik analoger Filter und Equalizer ihre Relevanz.

Motivation

Diese Arbeit soll einen Überblick über das Thema Analogfilter in Audioanwendungen bieten und dabei die Bereiche Filtertheorie, Filterschaltungen und deren Dimensionierung sowie Aspekte der Realisierung von Filtern, wie zum Beispiel die Wahl der Komponenten, berücksichtigen. Damit soll diese Arbeit als Grundlage für folgende Arbeiten und Projekte auf diesem Gebiet dienen.

Um dies zu erreichen musste das Themengebiet sinnvoll begrenzt werden: Bei den möglichen Anwendungen liegt der Fokus dieser Arbeit auf Equalizern, manuell einstellbaren Filtern sowie Anti-Aliasing- und Rekonstruktionsfiltern. Bei den behandelten Filterschaltungen liegt der Schwerpunkt auf aktiven Filtern in Kaskadentechnik.

Der Begriff Kaskadentechnik beschreibt das Zerlegen von Filtern höherer Ordnung in Teilfilter zweiter Ordnung; diese Teilfilter werden dann mit den weit verbreiteten Sallen-Key-, Multiple-Feedback-, oder State-Variable-Filterschaltungen realisiert.

Zum Inhalt

Die Arbeit beginnt mit einer Zusammenfassung der Filtertheorie. Schwerpunkte liegen dabei auf den verschiedenen Charakteristiken von Filtern zweiter Ordnung sowie der Frage, wie sich diese Charakteristiken in den Übertragungsfunktionen widerspiegeln. Das Thema Gruppenlaufzeit sowie die Filtercharakteristiken *Bessel*, *Butterworth*, und *Tschebyscheff* werden behandelt. In einem Beispiel zum Filterentwurf werden diese Charakteristiken miteinander verglichen.

Es folgt ein Kapitel über Equalizerschaltungen. Es werden zwei Schaltungsstrukturen vorgestellt, auf deren Basis verschiedene Shelving- und Peakfilter realisiert werden können.

Im Hauptteil dieser Arbeit werden die für die Kaskadentechnik wichtigen Schaltungen der Sallen-Key-, Multiple-Feedback-, und State-Variable-Filter diskutiert. Von ersteren beiden wird jeweils das Tiefpassfilter behandelt, um grundsätzliche Unterschiede zwischen beiden Schaltungsfamilien herauszuarbeiten. Es werden Beispieldimensionierungen durchgeführt und die dimensionierten Filterschaltungen werden simuliert. In den Simulationen werden die Auswirkungen von Bauteiltoleranzen sowie der Einfluss der Bandbreite der Operationsverstärker untersucht. Im Abschnitt zum State-Variable-Filter wird eine Schaltung vorgestellt, mit der sich in Verbindung mit den behandelten Equalizerschaltungen ein parametrisches Peakfilter realisieren lässt.

Das Kapitel Realisierungsaspekte behandelt die Eigenschaften passiver Bauelemente und deren Einsatzmöglichkeiten in Filterschaltungen.

2 Filtertheorie

2.1 Einführung

Die Filtertheorie beschäftigt sich mit der Beschreibung und dem Entwurf von Analogfiltern. Die Beschreibung von Analogfiltern erfolgt mittels Laplace-Übertragungsfunktionen. Die Übertragungsfunktionen werden zum Teil frequenznormiert dargestellt. Das bedeutet, dass die Variable der Übertragungsfunktion, die komplexe Frequenz s , auf die Einsatzkreisfrequenz ω_D des Filters bezogen wird. Die Einsatzkreisfrequenz ist die Frequenz, bei der sich das Ende des Durchlassbereiches des Filters befindet und die Dämpfung des Filters einsetzt. Zumeist wird ω_D als 3 dB-Grenzkreisfrequenz definiert; da dies aber nicht in allen Fällen sinnvoll ist, gibt es auch andere Definitionen der Einsatzkreisfrequenz. Die frequenznormierte Darstellung der Übertragungsfunktion ermöglicht eine einheitliche Beschreibung von Filtern unabhängig von deren Einsatzfrequenz und der verwendeten Schaltungstopologie. In der frequenznormierten Darstellung sind die Koeffizienten der Übertragungsfunktion dimensionslos. Das Prinzip der Frequenznormierung wird nun anhand des Beispiels eines RC -Tiefpasses 1. Ordnung verdeutlicht:

Die Übertragungsfunktion des Tiefpasses lautet $H(s) = \frac{1}{1+sRC}$, die 3 dB-Grenzkreisfrequenz liegt bei $\omega_g = \frac{1}{RC}$. In diesem Fall entspricht die Einsatzkreisfrequenz ω_D , auf die normiert wird, der 3 dB-Grenzkreisfrequenz ω_g des Filters. Bei der Frequenznormierung wird von den Frequenzvariablen ω, s auf die normierten Frequenzvariablen Ω, S übergegangen. Die Normierungsvorschrift lautet:

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_D} \qquad \text{bzw.} \quad S = \frac{s}{\omega_D} \qquad (2.1)$$

Die frequenznormierte Übertragungsfunktion des RC -Tiefpasses lautet nun:

$$H(S) = \frac{1}{1+S}$$

Mittels der sogenannten *Filtertransformationen* lassen sich die verschiedenen Filtercharakteristiken (*Hochpass, Bandpass, usw.*) auf Tiefpassfilter in frequenznormierter Darstellung zurückführen. Die Entwurfsmethoden der Filtertheorie beziehen sich daher meist auf ein allgemeines Tiefpassfilter n -ter Ordnung der Form

$$H(S) = \frac{1}{1 + b_1 S + b_2 S^2 + \dots + b_n S^n}. \qquad (2.2)$$

Da es sich bei den in der Filtertheorie betrachteten Systemen um kausale *LZI*-Systeme handelt, sind Pol- und Nulstellen der Systeme entweder reell oder konjugiert-komplex. Nenner und Zähler der Übertragungsfunktionen können daher in quadratische Polynome zerlegt werden – somit können die Übertragungsfunktionen durch ein Produkt biquadratischer Teilfunktionen der Form

$$H(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2}{1 + b_1s + b_2s^2} \quad (2.3)$$

dargestellt werden.[10] Die Zerlegung von Übertragungsfunktionen in biquadratische Teilfunktionen hat in der Filtertheorie eine große Bedeutung: In dieser Form beschriebene Filter können durch eine Serienschaltung aktiver Filter zweiter Ordnung ohne weitere Umformungen der Übertragungsfunktion realisiert werden; in vielen Tabellenwerken zum Filterentwurf werden die Filterkoeffizienten für in Biquads zerlegte Übertragungsfunktionen angegeben. Zudem können die Koeffizienten der quadratischen Nennerpolynome durch die Polkenngößen *Polfrequenz* ω_P und *Polgüte* Q_P ausgedrückt werden. Diese, den Schwingkreiskenngrößen Resonanzfrequenz und Güte äquivalenten Größen ermöglichen es, Rückschlüsse über wichtige Eigenschaften des Filters zu ziehen.

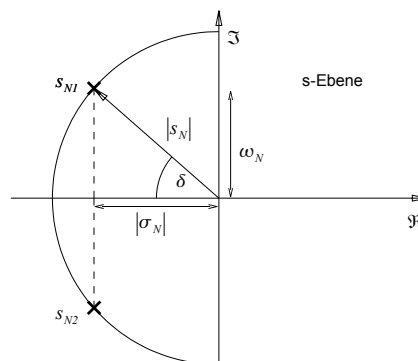


Abbildung 2.1: Zur Definition der Polkenngößen – Lage des konjugiert-komplexen Polpaares $s_{N1,2}$ in der s -Ebene

2.1.1 Polkenngößen

Es folgt die Definition der Polkenngößen nach *v. Wangenheim* [10]. Die biquadratische Übertragungsfunktion besitzt zwei Polstellen s_{N1}, s_{N2} . In der Filtertheorie ist

vor allem der Fall konjugiert-komplexer Polstellen relevant. Für das in Abbildung 2.1 dargestellte konjugiert-komplexe Polpaar $s_{N1,2}$ gelten folgende Gleichungen:

$$s_{N1,2} = \sigma_N \pm j\omega_N \quad \text{und} \quad s_{N1}s_{N2} = \sigma_N^2 + \omega_N^2 = |s_N|^2 \quad (2.4)$$

Die Polfrequenz ω_P und die Polgüte Q_P sind wie folgt definiert:[10]

$$\omega_P = |s_N| \quad \frac{1}{Q_P} = \frac{2|\sigma_N|}{|s_N|} = 2 \cos \delta \quad (2.5)$$

Die Polfrequenz entspricht dem Betrag der Polstellen; die Polgüte ist vom Winkel δ zwischen den komplexen Zeigern der Pole und der reellen Achse in der linken s -Halbebene abhängig. Die biquadratische Übertragungsfunktion in der Polkenngrößen-Darstellung des Nenners lautet:

$$H(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2}{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (2.6)$$

Für eine Polgüte von $Q_P = 0,5$ fallen beide Pole zu einer doppelten Polstelle auf der negativ-reellen Achse zusammen. Dies ist der Fall der *kritischen Dämpfung*. Für steigende Polgüten wandert das Polpaar auf einer Kreisbahn um den Ursprung der s -Ebene in Richtung imaginäre Achse. Der Radius dieses Kreises entspricht der Polfrequenz ω_P . Für Werte $Q_P < 0,5$ ergeben sich zwei reelle Polstellen. Obige Definition der Polgüte ist in diesem Fall nicht mehr anwendbar.[10]

Mit passiven RC -Schaltungen können nur Filter mit Polgüten $Q_P \leq 0,5$ realisiert werden; zur Erzeugung konjugiert-komplexer Polstellen werden aktive RC - oder passive RLC -Schaltungen benötigt. Die Polgüte bestimmt wichtige Eigenschaften eines Filters im Frequenz- sowie im Zeitbereich: Sie ist sowohl maßgeblich für das Auftreten von Resonanzüberhöhungen im Amplitudengang als auch für Überschwingen in der Sprungantwort eines Filters.

In der frequenznormierten Darstellung einer Übertragungsfunktion wird die Polfrequenz auf die Einsatzfrequenz bezogen. Es entsteht die normierte Polfrequenz $\Omega_P = \omega_P/\omega_D$, die Polgüte bleibt unverändert.

2.1.2 Einfluss der Polgüte

Anhand eines Tiefpassfilters zweiter Ordnung mit der Übertragungsfunktion

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} + \frac{s^2}{\omega_P^2}}$$

wird nun der Einfluss der Polgüte auf den Frequenzgang eines Filters untersucht. Abbildung 2.2 stellt den Amplitudengang des Tiefpassfilters für verschiedene Polgüten Q_P bei konstanter Polfrequenz $\omega_P = 1 \text{ rad/s}$ dar. Aus dem Plot lässt sich entnehmen, dass eine Erhöhung der Polgüte bei gleichbleibender Polfrequenz die 3 dB-Grenzfrequenz des Filters erhöht. Mit steigender Polgüte setzt die Filterwirkung abrupter ein und der asymptotische Verlauf des Amplitudengangs von -40 dB/Dekade wird bei niedrigeren Frequenzen erreicht. Wenn ein Tiefpassfilter zweiter Ordnung eine Polgüte von $Q_P = 1/\sqrt{2}$ besitzt, stimmen Polfrequenz und 3 dB-Grenzfrequenz überein. Diese Auslegung des Filters entspricht der *Butterworth*-Abstimmung. In der englischsprachigen Literatur wird diese Abstimmung auch *maximally flat* genannt, da bei einer weiteren Erhöhung der Güte Resonanzüberhöhungen nahe der Polfrequenz auftreten.

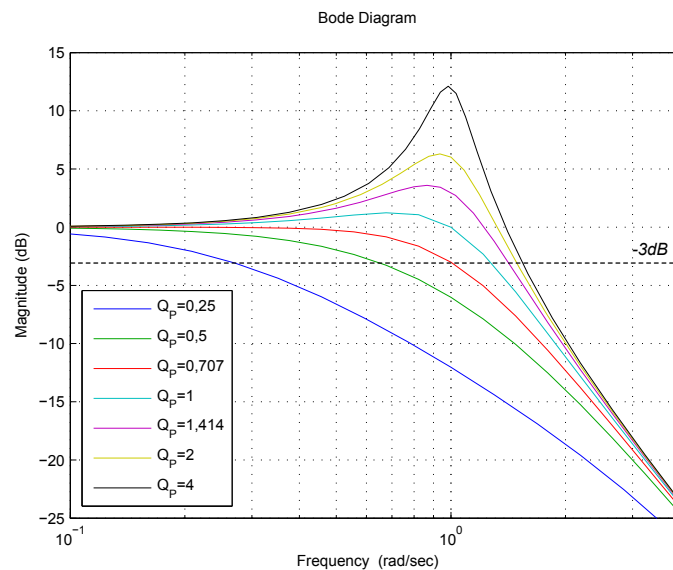


Abbildung 2.2: Amplitudengang Tiefpass 2.Ordnung für verschiedene Polgüten, bei einer Polfrequenz $\omega_P = 1$

Eine wichtige Anforderung an Filter ist ein möglichst schmaler und steilflankiger Übergang vom Durchlass- in den Sperrbereich. Die nominelle Flankensteilheit eines Filters von $n \cdot 20 \text{ dB/Dekade}$ (n ist die Filterordnung) soll möglichst schnell erreicht werden. Diese Forderung kann nur mit Polgüten größer als 0,5 erfüllt werden. Filter mit einem schmalen Übergangsbereich besitzen somit immer konjugiert-komplexe Polstellen. Im Blickfeld der Filtertheorie liegen solche Filter, die ausschließlich konjugiert-komplexe Polpaare besitzen, beziehungsweise bei ungerader Filterordnung, einen reellen Pol und ansonsten konjugiert-komplexe Polstellen.

Je höher die Polgüte, desto stärker werden die Phasenänderungen im Bereich der Pol-

frequenz. Weicht der Phasengang von einem zur Frequenz proportionalem Verlauf ab, führt dies zu einer nicht konstanten *Gruppenlaufzeit*. Eine nicht konstante Gruppenlaufzeit hat zur Folge, dass spektrale Komponenten eines Signals beim Durchlaufen des Filters unterschiedlich stark verzögert werden. Dadurch wird die Wellenform des Signals bei gleichbleibendem harmonischen Gehalt verändert. Dies kann besonders bei transienten Audiosignalen unerwünscht sein. Phasenverzerrungen und Gruppenlaufzeit werden in Kapitel 2.3 behandelt.

Die Forderung nach einem möglichst steilflankigen Filter lässt sich bei gegebener Filterordnung nicht mit der Forderung nach möglichst geringen Phasenverzerrungen vereinen. Die sogenannten *Standardapproximationen* (zum Beispiel *Bessel*, *Butterworth*, *Tschebyscheff*) sind Kompromisslösungen zwischen diesen konkurrierenden Zielen beim Filterentwurf. Die Standardapproximationen werden in Kapitel 2.4 behandelt.

2.2 Filtertypen

Das Nennerpolynom einer biquadratischen Übertragungsfunktion gibt Auskunft über die Lage der Polstellen - und somit über die Resonanzeigenschaften eines Filters. Der Filtertyp wird durch den Zähler der Übertragungsfunktion bestimmt. Dies lässt sich auf einfache Art und Weise anhand von *RLC*-Filtern zweiter Ordnung veranschaulichen. In Abbildung 2.3 sind die Schaltungen der vier Grundfiltertypen Tiefpass, Hochpass, Bandpass, und Bandsperre als *RLC*-Vierpol dargestellt. Die Schaltungen bestehen aus einem *RLC*-Serienschwingkreis; die unterschiedlichen Filtercharakteristiken ergeben sich dadurch, dass die Ausgangsspannung an unterschiedlichen Punkten des Schwingkreises abgegriffen wird. Die Übertragungsfunktionen der vier Filtertypen besitzen somit das gleiche Nennerpolynom und unterscheiden sich nur in ihrem Zähler.

Für die Übertragungsfunktion des *RLC*-Tiefpasses ergibt sich:

$$H_{\text{TP}}(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R + sL} = \frac{1}{1 + sRC + s^2LC} = \frac{1}{N(s)} \quad (2.7)$$

Für Bandpass, Hochpass und Bandsperre lauten die Übertragungsfunktionen:

$$H_{\text{BP}} = \frac{sRC}{N(s)} \quad H_{\text{HP}} = \frac{s^2LC}{N(s)} \quad H_{\text{BS}} = \frac{1 + s^2LC}{N(s)} \quad (2.8)$$

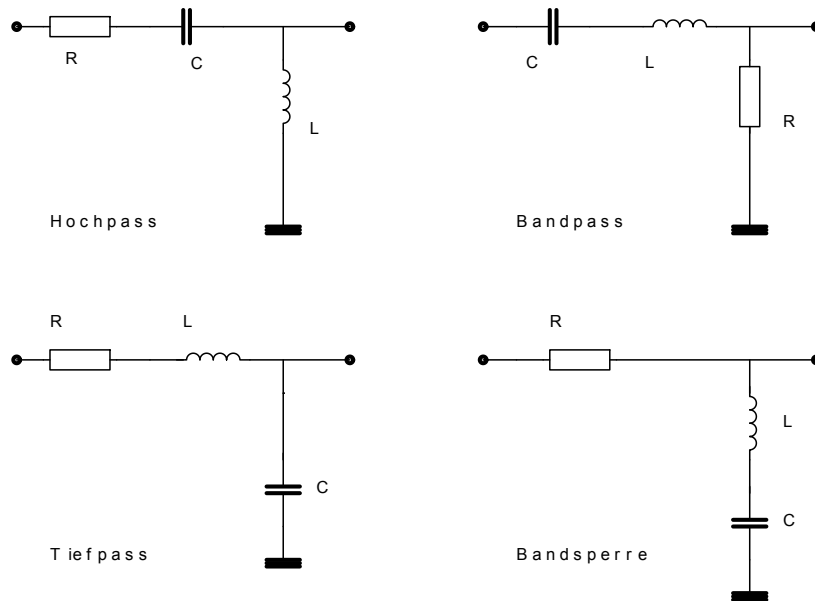


Abbildung 2.3: Die vier Grund-Filtertypen als RLC -Vierpol

Die Kenngrößen eines Serienschwingkreises sind die Resonanzfrequenz ω_0 sowie die Güte Q :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (2.9)$$

Diese Gleichungen lassen sich nach den in den Übertragungsfunktionen vorkommenden Koeffizienten RC und LC auflösen:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} & \Rightarrow & \qquad LC = \frac{1}{\omega_0^2} \\ \omega_0 Q &= \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C \cdot LC}} & \Rightarrow & \qquad RC = \frac{1}{\omega_0 Q} \end{aligned}$$

Somit lassen sich die Übertragungsfunktionen in den Gleichungen 2.8 durch die Schwingkreiskenngrößen ausdrücken. In der äquivalenten Darstellung mit ω_P und Q_P lauten die allgemeinen Übertragungsfunktionen der vier Grundfiltertypen zweiter Ordnung (Tiefpass, Bandpass, Hochpass, Bandsperre):[10]

$$H_{\text{TP}}(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} + \frac{s^2}{\omega_P^2}} \qquad H_{\text{BP}}(s) = \frac{A_M \frac{s}{\omega_P Q_P}}{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} + \frac{s^2}{\omega_P^2}} \qquad (2.10)$$

$$H_{\text{HP}}(s) = \frac{A_{\infty} \frac{s^2}{\omega_P^2}}{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} + \frac{s^2}{\omega_P^2}} \quad H_{\text{BS}}(s) = \frac{1 + \frac{s^2}{\omega_P^2}}{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} + \frac{s^2}{\omega_P^2}} \quad (2.11)$$

Dabei sind A_0, A_M, A_{∞} die Grundverstärkungen der Filter. Durch die Darstellung der Filterfunktionen mit den Polkenngrößen lässt sich erkennen, welche Koeffizienten eines Filters beim Verändern der Einsatzfrequenz mit verändert werden. Dies ist in Hinblick auf durchstimmbare Filter von Bedeutung, wenn die Einsatzfrequenz unabhängig von anderen Filtereigenschaften wie der Güte oder der Grundverstärkung einstellbar sein soll.

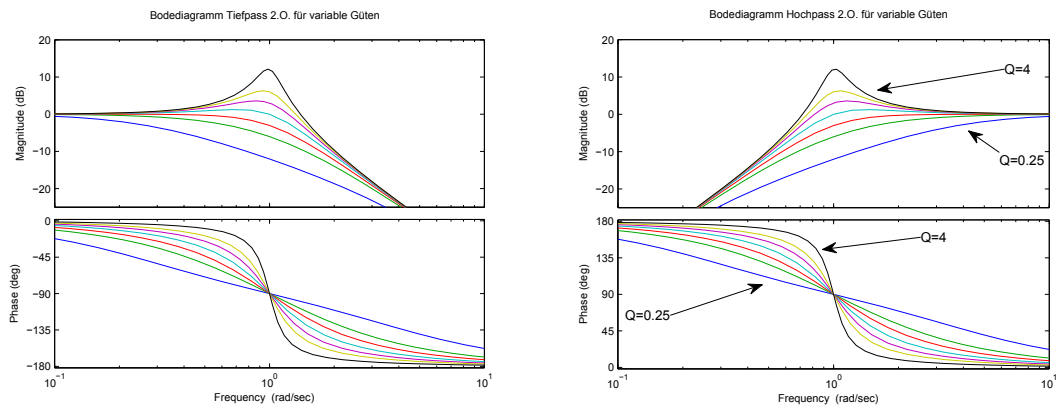


Abbildung 2.4: Bodediagramme von Tiefpass und Hochpass zweiter Ordnung für verschiedene Güten

In Abbildung 2.4 sind die Frequenzgänge von Tiefpass und Hochpass zweiter Ordnung für eine Polfrequenz $\omega_P = 1 \text{ rad/s}$ und variablen Polgüten im Bereich zwischen 0,25 und 4 dargestellt. Man erkennt jeweils, dass die Frequenz, bei der die Dämpfung 3 dB beträgt, im Allgemeinen nicht der Polfrequenz entspricht. Für hohe Güten nähert sich die 3 dB-Grenzfrequenz einem Endwert, und die Stelle der Resonanzüberhöhung nähert sich der Polfrequenz.

Abbildung 2.5 zeigt die Bodediagramme von Bandpass- und Sperrfilter für variable Polgüten bei einer Polfrequenz von eins. Es ist ersichtlich, dass sich die Phasengänge von Tiefpass, Hochpass und Bandpass nur durch einen Offset unterscheiden. Diese Filtertypen haben die Gemeinsamkeit, dass ihre Nullstellen entweder bei Null oder im Unendlichen liegen; im Übertragungsbereich der Filter liegen somit keine Nullstellen. Aus diesem Grund werden die Filtertypen Band- Hoch- und Tiefpass als Allpolfilter bezeichnet.[8]

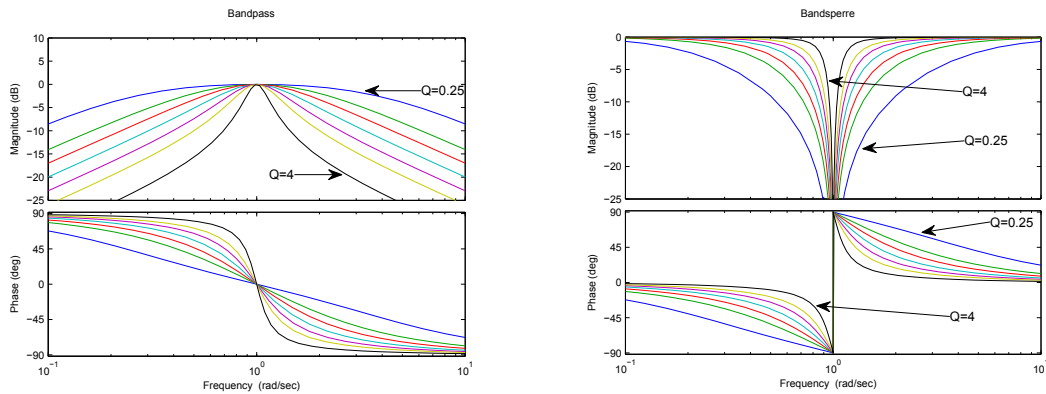


Abbildung 2.5: Bodediagramme von Bandpass und Bandsperre zweiter Ordnung für verschiedene Güten

2.3 Phasenverzerrungen und Gruppenlaufzeit

Das Phasenverhalten und die davon abhängige Gruppenlaufzeit sind wichtige Kenngrößen von Filtern für Audioanwendungen. Im folgenden werden die Definitionen von Phasenverzerrung und Gruppenlaufzeit nach *Preis* [7] wiedergegeben.

Ein ideales verzerrungsfreies System besitzt die Impulsantwort:

$$h(t) = K\delta(t - T) \quad (2.12)$$

Es skaliert das Eingangssignal mit dem konstanten Faktor K und verzögert es um T . Der Frequenzgang eines solchen Systems lautet:

$$H(\omega) = Ke^{-j\omega T} \quad (2.13)$$

Die Verzögerung im Zeitbereich um T führt zu einer Multiplikation des Spektrums mit $e^{-j\omega T}$. Der Frequenzgang des idealen verzerrungsfreien Systems besteht aus einem konstanten Amplitudengang $|H(\omega)| = K$ und einem linearen, Frequenz-proportionalen Phasengang $\Phi(\omega) = -T\omega$. Lineare Verzerrungen treten auf, wenn der Amplitudengang nicht konstant ist (Dämpfungsverzerrungen), sowie wenn der Phasengang keine lineare Funktion von ω ist (Laufzeitverzerrungen).[8]

Die Gruppenlaufzeit t_G ist die negative Ableitung des Phasengangs $\Phi(\omega)$ nach der Frequenz:

$$t_G(\omega) = -\frac{d\Phi}{d\omega} \quad (2.14)$$

Für ein ideales Verzögerungssystem ist die Gruppenlaufzeit konstant. Die Gruppenlaufzeit ist ein Maß dafür, wie lange ein Filter bei einer bestimmten Frequenz nachschwingt. Eine negative Gruppenlaufzeit verletzt nicht das Kausalitätsprinzip.[6]

Der Verlauf der Gruppenlaufzeit über die Frequenz wird bei analogen Filtern mittels der *normierten Gruppenlaufzeit* T_G beschrieben:[3]

$$T_G = t_G \cdot f_D = t_G \cdot \frac{\omega_D}{2\pi} \quad (2.15)$$

$$T_G = -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (2.16)$$

In Gleichung 2.15 wird die Gruppenlaufzeit dabei auf die Periodendauer T_D der Einsatzfrequenz f_D normiert. Für T_D gilt:

$$\frac{1}{T_D} = f_D = \frac{\omega_D}{2\pi}$$

Mit Hilfe von Plots der normierten Gruppenlaufzeit T_G lässt sich der Verlauf der Gruppenlaufzeit t_G für eine beliebige Einsatzfrequenz ω_D eines Filters abschätzen. Dazu muss der Plot denormiert werden, das heißt die Y-Achse wird mit $\frac{2\pi}{\omega_D}$, und die X-Achse mit ω_D skaliert.

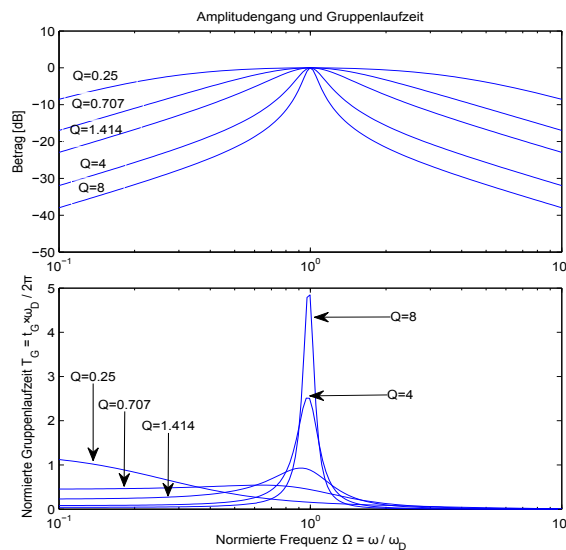


Abbildung 2.6: Amplitudengang und Gruppenlaufzeit Bandpass zweiter Ordnung

Abbildung 2.6 zeigt die normierte Gruppenlaufzeit T_G sowie den Amplitudengang eines Bandpassfilters zweiter Ordnung für variable Güten. Aus dem Plot kann man entnehmen, dass die Gruppenlaufzeit eines Bandpassfilters zweiter Ordnung, mit der

Mittenfrequenz $f_D = 1$ kHz und einer Güte $Q = 8$ ein schmalbandiges Maximum von knapp 5 ms besitzt. Für diesen Frequenzbereich ist das ein hoher Wert, der deutlich über den in der Literatur [7] angegebenen Perzeptionsschwellen liegt. Diese bewegen sich für mittlere und hohe Frequenzen je nach Messverfahren und Programmmaterial zwischen 0,5 ms und 2 ms, für tiefe Frequenzen zwischen 3 ms und 5 ms.

2.4 Standard-Approximationen

Die sogenannten Standard-Approximationen sind Verfahren zur Gewinnung der Koeffizienten von Tiefpassfiltern. Die Standard-Approximationen sind nur für Tiefpässe definiert; dank der Filtertransformationen kann aber ein mittels der Standard-Approximationen entworfenes Tiefpassfilter in ein Filter beliebiger Charakteristik umgerechnet werden.

In den folgenden Abschnitten werden die Standard-Approximationen *Butterworth*, *Bessel*, *Tschebyscheff* beschrieben.

2.4.1 Butterworth-Approximation

Die Butterworth-Approximation führt zu einem monoton fallenden Betragsfrequenzgang, der bis zum Ende des Durchgangsbereich ω_D möglichst flach verläuft. Mathematisch führt dies zu der Forderung, wonach der Nenner der Betragsquadrat-Funktion

$$|\underline{H}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + k_2\Omega^2 + k_4\Omega^4 + \dots + k\Omega^{2n}} \quad (2.17)$$

nur von der höchsten vorkommenden Potenz von Ω abhängen soll:[3]

$$|\underline{H}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + k\Omega^{2n}} \quad (2.18)$$

Der Betrag des Nenners steigt somit für $0 < \Omega < 1$ möglichst langsam und der Betragsfrequenzgang verläuft möglichst flach bis der Term $k\Omega^{2n}$ betragsmäßig gleich eins ist. Mit dem Faktor k kann man festlegen, wie groß die Dämpfung bei $\Omega = 1$ sein soll. Zur Bestimmung von k wird $\Omega = 1$ gesetzt:

$$|\underline{H}(j\Omega)|^2 \Big|_{\Omega=1} = \frac{1}{1 + k} \quad (2.19)$$

Für eine Betragsdämpfung von 3 dB bei $\omega = \omega_D$ beziehungsweise $\Omega = 1$ folgt $k = 1$. Zur Ermittlung der Polstellen wird nun die Variable $j\Omega$ durch S ersetzt.

Die $2n$ Polstellen von $|\underline{H}(S)|^2$ liegen gleichmäßig verteilt auf einem Kreis in der s -Ebene mit dem Radius $\sqrt[2n]{\frac{1}{k}}$:

$$\underline{s}_{1\dots 2n} = \sqrt[2n]{\frac{1}{k}} \cdot \sqrt[2n]{-1} \quad (2.20)$$

Von diesen Polstellen ordnet man n in der linken Halbebene befindliche Polstellen $\underline{H}(S)$ zu.[10] Aus den Polstellen lassen sich mit Gleichung 2.5 die Polkenngößen Ω_P und Q_P bestimmen. Für Tiefpassfilter zweiter und dritter Ordnung sind die Poldaten der Butterworth-Approximation in Tabelle 2.1 dargestellt. Mit der Matlab-Funktion *butter* lassen sich die Koeffizienten eines zeitkontinuierlichen Butterworth-Filters für eine gegebene Ordnung und 3 dB-Grenzfrequenz bestimmen.

Ordnung	konj.-kompl.-Polpaar	reeller Pol
2	$\Omega_P = 1 \quad Q_P = 0,707$	-
3	$\Omega_P = 1 \quad Q_P = 1$	$\Omega_P = 1$

Tabelle 2.1: Poldaten des Butterworth-Tiefpasses, normiert auf 3 dB-Grenzfrequenz

In Abbildung 2.7 rechts sind Amplitudengang und Gruppenlaufzeit von Butterworth-Tiefpassen zweiter bis zehnter Ordnung dargestellt.

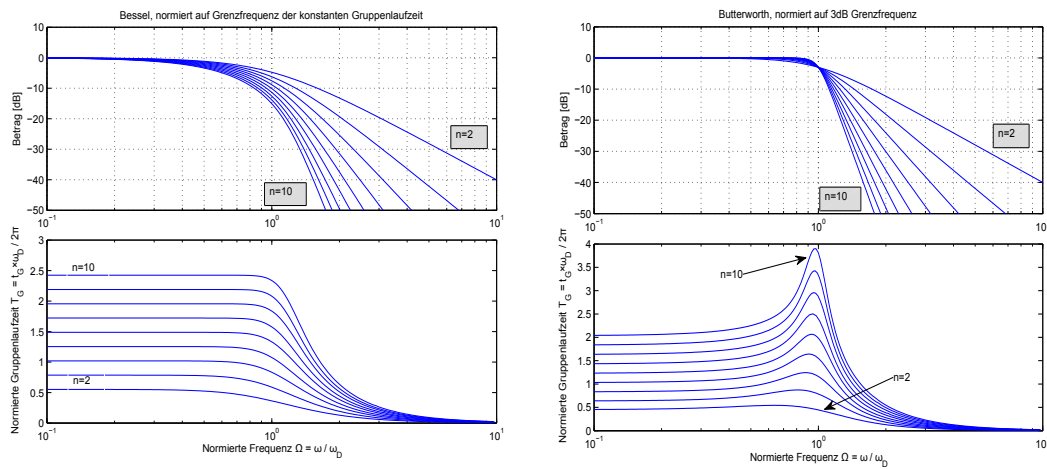


Abbildung 2.7: Frequenzverhalten von Bessel- und Butterworth-Approximation

2.4.2 Bessel-Approximation

Abbildung 2.7 links zeigt Amplitudengang und Gruppenlaufzeit von Bessel-Filtern zweiter bis zehnter Ordnung. Wie in der Abbildung ersichtlich führt die Bessel-Approximation zu Filtern mit einem maximal flachen Verlauf der Gruppenlaufzeit, bei einem im Vergleich zur Butterworth-Charakteristik weicheren Dämpfungsverlauf im Übergangsbereich. Die Plots wurden mit Hilfe der Matlab-Funktion *besself* erzeugt; die mittels dieser Funktion berechneten Filterkoeffizienten sind so normiert, dass bis $\Omega = 1$ die Gruppenlaufzeit annähernd konstant ist. Für eine Grenzfrequenz des Amplitudengangs müssen die Koeffizienten auf eine gewünschte Dämpfung bei $\Omega = 1$ normiert werden.

Nach *Tietze u. Schenk* [3] können die Bessel-Koeffizienten $b_{i=1\dots n}$ für einen allgemeinen Tiefpass der Form

$$H(S) = \frac{1}{1 + b_1 S + b_2 S^2 + \dots + b_n S^n} \quad (2.21)$$

mit folgender rekursiven Beziehung berechnet werden:

$$b_1 = 1 \qquad b_i = \frac{2(n-i+1)}{i(2n-i+1)} \cdot b_{i-1} \quad (2.22)$$

Die so gewonnenen Koeffizienten müssen aber ebenso für eine gewünschte Dämpfung bei $\Omega = 1$ umgerechnet werden. In Tabelle 2.2 sind die Poldaten für Bessel-Tiefpässe zweiter und dritter Ordnung aufgeführt; die Daten sind auf eine 3 dB-Grenzfrequenz normiert.

Ordnung	konj.-kompl.-Polpaar	reeller Pol
2	$\Omega_P = 1,27 \quad Q_P = 0,58$	-
3	$\Omega_P = 1,44 \quad Q_P = 0,69$	$\Omega_P = 1,32$

Tabelle 2.2: Poldaten des Bessel-Tiefpasses, normiert auf 3 dB-Grenzfrequenz

2.4.3 Tschebyscheff-Approximation

Während Butterworth- und Bessel-Approximationen einen monoton fallenden Amplitudengang erzeugen, besitzt der Dämpfungsverlauf von Tschebyscheff-Filtern eine Welligkeit im Durchlassbereich. Die Gruppenlaufzeit besitzt einen ausgeprägten Peak bei $\Omega = 1$. Auf die Berechnung der Koeffizienten von Tschebyscheff-Tiefpässen wird hier nicht eingegangen. Die Matlab-Funktion *cheby1* berechnet die Koeffizienten eines Tschebyscheff-Filters abhängig von der Ordnung und der angegebenen Welligkeit im Durchlassbereich in dB. Tschebyscheff-Tiefpässe werden zumeist nicht auf eine 3 dB-Grenzfrequenz normiert, sondern auf die Frequenz, bei der die Dämpfung der

Welligkeit entspricht. In den Tabellen 2.3 und 2.4 sind die Poldaten von Tschebyscheff-Tiefpässen zweiter und dritter Ordnung für Welligkeiten von 0,5 dB und 1 dB aufgeführt.

Ordnung	konj.-kompl.-Polpaar	reeller Pol
2	$\Omega_P = 1,23 \quad Q_P = 0,86$	-
3	$\Omega_P = 1,07 \quad Q_P = 1,06$	$\Omega_P = 0,62$

Tabelle 2.3: Poldaten Tschebyscheff-Tiefpass, 0,5 dB Welligkeit

Ordnung	konj.-kompl.-Polpaar	reeller Pol
2	$\Omega_P = 1,05 \quad Q_P = 0,95$	-
3	$\Omega_P = 1 \quad Q_P = 2,02$	$\Omega_P = 0,49$

Tabelle 2.4: Poldaten Tschebyscheff-Tiefpass, 1 dB Welligkeit

In Abbildung 2.8 sind die normierten Amplitudengänge und Gruppenlaufzeiten für Tschebyscheff-Filter mit 0,5 dB und 1 dB Welligkeit zu sehen.

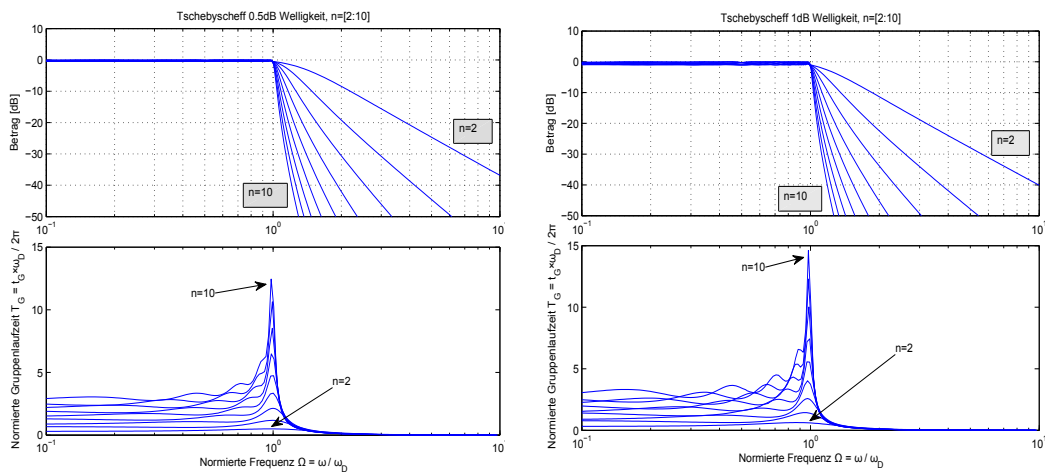


Abbildung 2.8: Frequenzverhalten Tschebyscheff mit 0.5 und 1 dB Welligkeit

2.5 Filterentwurf

Die in Abschnitt 2 beschriebenen Filter zweiter Ordnung besitzen mit den Polkenngößen Ω_P und Q_P , sowie einem eventuell hinzukommenden konstanten Verstärkungsfaktor A drei Kenngrößen, die beim Entwurf bestimmt werden müssen. Für Filter höherer Ordnung steigt die Anzahl der zu bestimmenden Parameter. Um die Komplexität beim Entwurf zu reduzieren, werden Filter höherer Ordnung mittels sogenannter Tiefpassprototypen entworfen. Das bedeutet, dass unabhängig von dem gewünschten Filtertyp zuerst ein Tiefpassfilter mit den gewünschten Dämpfungseigenschaften entwickelt wird. Mittels der Filtertransformationen wird der entworfene Tiefpassprototyp dann in ein Filter mit gewünschter Charakteristik umgesetzt.

2.5.1 Toleranzschema

Der erste Schritt beim Filterentwurf ist das Festlegen der Anforderungen an das zu entwerfende Filter. Diese werden im sogenannten *Toleranzschema* formuliert. Das Toleranzschema beschreibt den zulässigen Bereich des Amplitudenganges eines normierten Tiefpassfilters. Dazu wird der Frequenzgang des Filters in drei Arbeitsbereiche unterteilt (siehe Abbildung 2.9):

- Im *Durchlassbereich* soll das Nutzsignal möglichst nicht beeinträchtigt werden; es wird die maximal erlaubte Welligkeit des Amplitudenganges angegeben. Das Verhältnis $\frac{A_{D,min}}{A_{D,max}}$ legt die Breite des Toleranzbereiches im Durchlassbereich fest. A_D ist hierbei die Grundverstärkung des Filters.
- Der *Übergangsbereich* beginnt bei $\Omega = 1$ und endet bei $\Omega = \Omega_S$. In diesem Bereich soll die Dämpfung des Filters bis auf die im Sperrbereich angegebene Mindestdämpfung anwachsen.
- Bei Beginn des *Sperrbereiches* bei Ω_S wird die Mindestdämpfung des Filters spezifiziert. Sie wird mit dem Quotient $\frac{A_{S,max}}{A_{D,max}}$ angegeben.[10]

Bei Tiefpässen werden Frequenzbezogene Anforderungen durch die Anwendung der Normierungsvorschrift aus Gleichung 1.1 in das Toleranzschema überführt. Für den Beginn des Sperrbereiches ergibt sich also:

$$\Omega_S = \frac{\omega_S}{\omega_D}$$

Für die Überführung eines Hochpassfilters in ein normiertes Tiefpassfilter gilt allgemein

$$\Omega = \frac{\omega_D}{\omega} \tag{2.23}$$

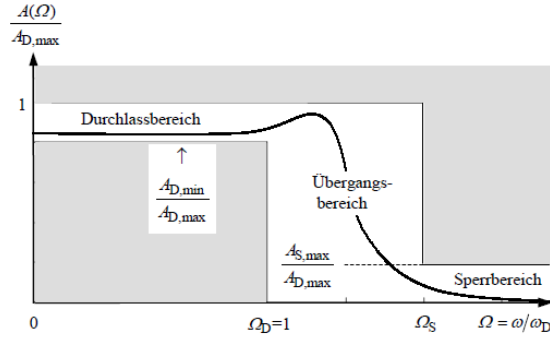


Abbildung 2.9: Toleranzschema ¹

Diese Vorschrift entspricht, neben einer Skalierung der Frequenzachse durch die Normierung, einer Spiegelung des Amplitudengangs an der Einsatzfrequenz Ω_D . Somit gilt, wenn ein Hochpassfilter entworfen werden soll:

$$\Omega_S = \frac{\omega_D}{\omega_S}$$

Anhand der im Toleranzschema formulierten Anforderungen kann nun eine geeignete Filter-Approximation gewählt werden. Mit Hilfe von Tabellen der Filterkoeffizienten oder der Poldaten kann nun die Übertragungsfunktion des entworfenen Tiefpassfilters aufgestellt werden

2.5.2 Entwurf mittels Tabellen

Je nachdem, in welcher Form die Entwurfstabellen aufbereitet sind, müssen die Tabellendaten in die passende Form der allgemeinen Tiefpassübertragungsfunktion eingesetzt werden.

- Im *Tietze u. Schenk* [3] werden die Filterdaten als Koeffizienten α_i und β_i eines Tiefpassfilters der Form

$$H(S) = A_0 \cdot \prod_i \frac{1}{1 + \alpha_i S + \beta_i S^2}$$

dargestellt. Bei ungerader Filterordnung ist b_1 null.

¹Grafik entnommen aus [10]

- In dieser Arbeit werden die Filterdaten durch die normierte Polfrequenz Ω_P und die Polgüte Q_P ausgedrückt. Diese Darstellung wurde von *v. Wangenheim* [10] übernommen. Die zugehörige Übertragungsfunktion lautet:

$$H(S) = A_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{S}{\Omega_{P,R}}} \cdot \prod_i \frac{1}{1 + \frac{S}{\Omega_{P,i}Q_{P,i}} + \frac{S^2}{\Omega_{P,i}^2}} \quad (2.24)$$

Dabei ist $\Omega_{P,R}$ die Polfrequenz des bei ungerader Filterordnung auftretenden reellen Pols. Bei gerader Filterordnung fällt der Term $\frac{1}{1+S/\Omega_{P,R}}$ weg.

Die normierte Übertragungsfunktion des entworfenen Tiefpassprototypen kann nun mit Gleichung 2.1 denormiert, oder mit Gleichung 2.23 in ein Hochpassfilter transformiert werden.

2.5.3 Entwurfsbeispiel

In diesem Abschnitt wird als Beispiel zum Filterentwurf ein Tiefpassprototyp entwickelt. Das Filter soll eine Dämpfung von 0,5 dB bei der Einsatzfrequenz, also bei $\Omega = 1$, besitzen. Das Filter wird je einmal als Bessel-, Butterworth- und Tschebyscheff-Tiefpass ausgelegt, sodass die verschiedenen Charakteristiken verglichen werden können.

Die in den Tabellen 2.1 und 2.2 angegebenen Poldaten für Butterworth- und Bessel-Tiefpass dritter Ordnung sind auf eine 3 dB-Dämpfung bei ω_D normiert. Daher müssen die Filterdaten für die hier geforderte Dämpfung bei ω_D neu berechnet werden.

Ermittlung der Bessel-Koeffizienten

Mittels der Rekursionsformel aus Gleichung 2.22 werden die Koeffizienten eines Bessel-Tiefpasses dritter Ordnung gewonnen. Es ergibt sich folgende, unskalierte Übertragungsfunktion:

$$H(j\Omega) = \frac{1}{1 + j\Omega + \frac{4}{10}(j\Omega)^2 + \frac{8}{120}(j\Omega)^3}$$

Um die gewünschte Dämpfung bei $\Omega = 1$ zu erhalten, muss Ω skaliert werden. Zur Ermittlung des Skalierungsfaktors wird die Betragsquadratfunktion $|H(j\Omega)|^2$ mit der gewünschten Leistungsdämpfung bei $\Omega = 1$ gleichgesetzt:

$$|H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{\left(1 - \frac{4}{10}\Omega^2\right)^2 + \left(\Omega - \frac{8}{120}\Omega^3\right)^2} = 10^{-\frac{0,5}{10}}$$

Die Lösungen dieser Gleichung wurden mit Matlab ermittelt. Als Skalierungsfaktor ist nur die positiv-reelle Lösung

$$\Omega = 0,752$$

sinnvoll. Die Frequenzvariable Ω muss mit 0,752 skaliert werden, damit die Dämpfung bei $\Omega = 1$ 0,5 dB beträgt. In die Übertragungsfunktion eingesetzt ergibt dies:

$$H(j\Omega \cdot 0,752) = \frac{1}{1 + 0,752j\Omega + 0,225(j\Omega)^2 + 0,028(j\Omega)^3}$$

Aus dem Nennerpolynom wurden die Poldaten des entworfenen Besselfilters berechnet:

Typ	konj.-kompl.-Polpaar	reeller Pol
Bessel	$\Omega_P = 3,39 \quad Q_P = 0,68$	$\Omega_P = 3,18$

Ermittlung der Butterworth-Poldaten

Zur Ermittlung der Butterworth-Poldaten wird die Betragsquadratfunktion des Butterworth-Tiefpasses aus Gleichung 2.18 bei $\Omega = 1$ ausgewertet und mit der gewünschten Leistungsdämpfung gleichgesetzt:

$$|H(j\Omega)|^2 \Big|_{\Omega=1} = \frac{1}{1+k} = 10^{\frac{-0,5}{10}}$$

$$\Rightarrow k = 0,122$$

Mit Gleichung 2.20 lässt sich der Betrag der Polstellen ermitteln:

$$|\underline{s}_{1\dots n}| = \sqrt[2n]{\frac{1}{k}} \quad \text{Mit Gl. 2.5 folgt} \quad \Omega_{P,1\dots n} = \sqrt[2n]{\frac{1}{k}} = 1,42$$

Bei der Normierung des Butterworth-Filters auf die geforderte Dämpfung wird der Winkel der Polstellen, abhängig vom Term $\sqrt[2n]{-1}$ in Gleichung 2.20, nicht verändert. Somit bleibt auch die Polgüte des konjugiert-komplexen Polpaares unverändert und kann aus Tabelle 2.1 übernommen werden. Die Poldaten des neu normierten Butterworth-Filters sind:

Typ	konj.-kompl.-Polpaar	reeller Pol
Butterworth	$\Omega_P = 1,42 \quad Q_P = 1$	$\Omega_P = 1,42$

Vergleich der Filtercharakteristiken

Die Poldaten des Tschebyscheff-Filters können aus Tabelle 2.3 übernommen werden, da der Tschebyscheff-Tiefpass mit 0,5 dB Welligkeit schon auf eine 0,5 dB-Dämpfung bei der Durchlassgrenze normiert ist.

Abbildung 2.10 stellt den Frequenzgang sowie die normierte Gruppenlaufzeit der entworfenen Filter dar. Alle drei Filter sind auf die gleiche Dämpfung bei $\Omega = 1$ normiert, wie die Detailansicht des Amplitudenganges zeigt. In der Grobansicht des Amplitudenganges ist zu erkennen, dass die Dämpfung des Tschebyscheff-Filters bei bedeutend niedrigeren Frequenzen als die des Bessel-Filters einsetzt. Die normierte Gruppenlaufzeit des Tschebyscheff-Filters zeigt einen schmalen Peak bei $\Omega = 1$. Für eine Einsatzfrequenz des Filters bei $\omega_D = 20$ kHz würde der Zahlenwert dieses Peaks aber im $10 \mu\text{s}$ -Bereich liegen, was sicher unterhalb der Perzeptionsschwelle liegt.[7]

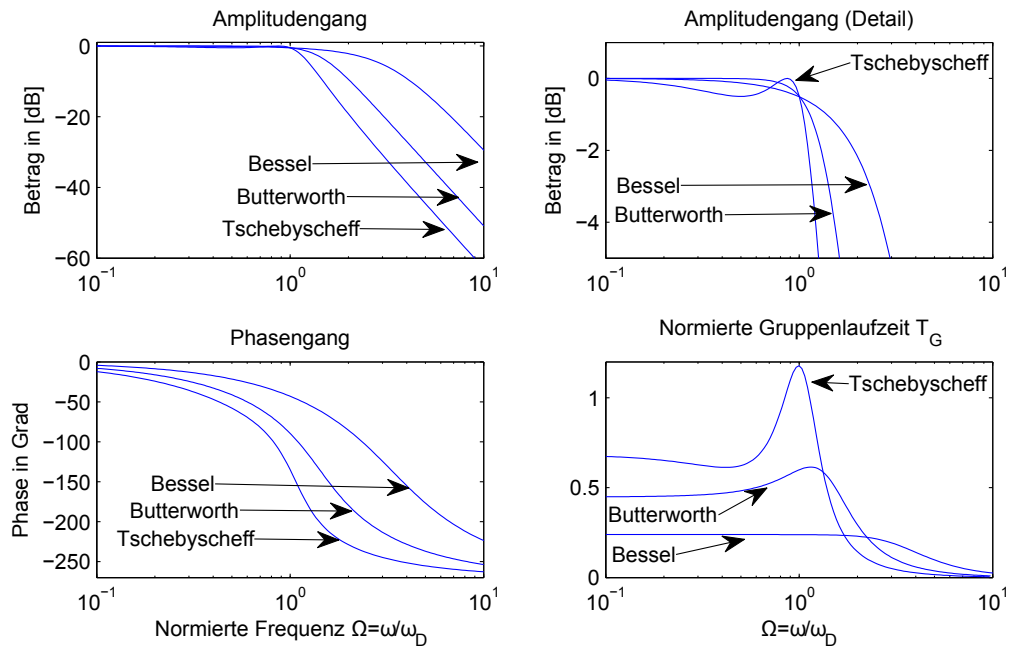


Abbildung 2.10: Vergleich der entworfenen Filter

3 Equalizer-Grundstrukturen

In diesem Abschnitt werden zwei Equalizer-Schaltungstypen diskutiert. Beide Schaltungen enthalten als Hauptbestandteil einen Filter-Funktionsblock, der die Charakteristik des Equalizers festlegt. Je nach verwendetem Filtertyp arbeiten die Schaltungen als Shelvingfilter oder als Peakfilter. Neben Equalizerschaltungen mit eingebetteten Filtern zur Erzeugung des gewünschten Frequenzganges gibt es eine zweite Gruppe von Equalizerschaltungen, deren Frequenzabhängigkeit mit komplexen Impedanzen wie zum Beispiel Serienschwingkreisen erzeugt wird. Equalizer dieser Art werden hier nicht behandelt.

Die Equalizerschaltungen werden auf die Charakteristik ihrer Anhebungs- und Absenkungskennlinien hin untersucht. Dazu wird mit beiden Schaltungen jeweils ein Peakfilter entworfen und simuliert. Die Schaltungstopologie der in den Equalizerstrukturen enthaltenen Filter wird dabei offen gelassen; in der Simulation werden die Filter mit Laplace-Funktionsblöcken modelliert. Eine Filterschaltung, welche besonders für den Einsatz in Equalizerschaltungen geeignet ist und mit der sich ein voll parametrisches Peakfilter realisieren lässt, wird in Abschnitt 4.3.3 vorgestellt.

3.1 EQ-Charakteristiken

Vor der Diskussion der Schaltungen werden im folgenden drei Eigenschaften von Equalizern erläutert, welche vor allem für Peakfilter relevant sind. Diese Eigenschaften werden hier nach *Bohn* [2] wiedergegeben.

Symmetrie der Kennlinien

Ein Equalizer besitzt symmetrische Kennlinien, wenn die Amplitudengänge von Anhebung und Absenkung symmetrisch zur 0 dB-Linie verlaufen. Diese Achsensymmetrie in der logarithmischen Darstellung wird dann erreicht, wenn die Übertragungsfunktion des Equalizers bei Anhebungen reziprok zu der Übertragungsfunktion bei Absenkungen ist. Es wird sich zeigen, dass beide vorgestellten Equalizerschaltungen symmetrische Kennlinien besitzen, da die Dämpfungsfunktion durch eine Rückkopplungsschaltung realisiert wird. Wird die Absenkungsfunktion von Equalizern durch

eine Subtraktion der unerwünschten Signalanteile ausgeführt, ergeben sich unsymmetrische Kennlinien; die Absenkungen sind in diesem Fall schmalbandiger als die Anhebungen.

Proportional-Q-Charakteristik

Peakfilter mit Proportional-Q-Charakteristik besitzen die Eigenschaft, dass sich bei geringen Anhebungen oder Absenkungen die Glocke der Filterkurve über ein breites Frequenzband erstreckt, jedoch für steigende Anhebungen oder Absenkungen immer schmaler wird. Mathematisch gesehen steigt die Güte des Peakfilters mit dem Betrag von Anhebung oder Absenkung.

Constant-Q-Charakteristik

Eine Proportional-Q-Charakteristik ist bei Peakfiltern nicht immer günstig: In einem graphischen Equalizer führt die Verwendung von Proportional-Q-Peakfiltern dazu, dass sich zwei benachbarte Bänder nur für eine bestimmte Höhe der Anhebung perfekt ergänzen, da sich die 3dB-Grenzfrequenzen oberhalb und unterhalb der Centerfrequenz mit der Höhe der Anhebung verschieben. Um einen graphischen Equalizer so auszulegen, dass die Filterkurve die Faderstellung graphisch wiedergibt, müssen die 3dB-Grenzfrequenzen der Peakfilter unabhängig von gewählten Anhebung sein. Dies ist der Fall bei Peakfiltern mit Constant-Q-Charakteristik. Abbildung 3.1 verdeutlicht die Verhältnisse bei Peakfiltern mit Proportional- und Constant-Q-Charakteristik.

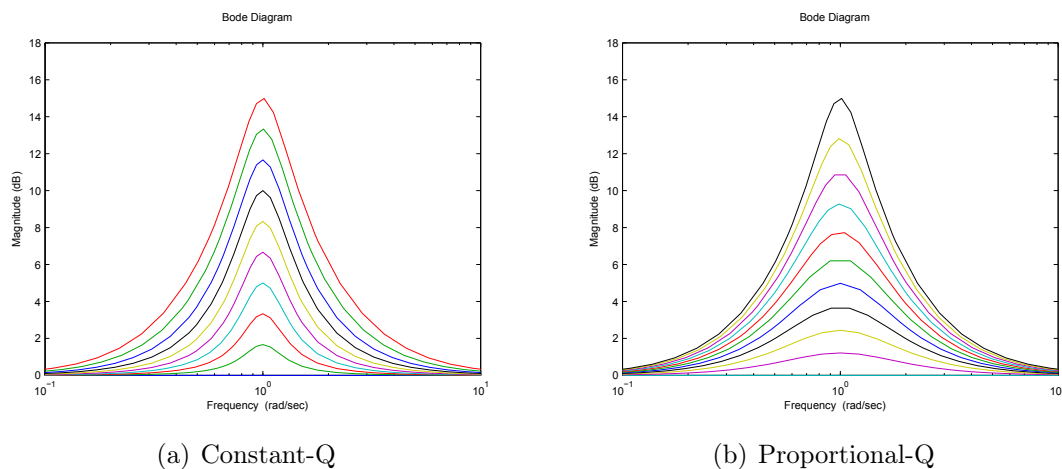


Abbildung 3.1: Equalizer-Charakteristiken

3.2 Equalizer mit invertierendem Verstärker

Die erste behandelte Equalizerschaltung besteht aus einem als invertierenden Verstärker beschalteten OPV, einem Potentiometer mit linearer Kennlinie und einem Filter-Funktionsblock. In Abbildung 3.2 ist die Schaltungsstruktur nach *Self* [9] dargestellt.

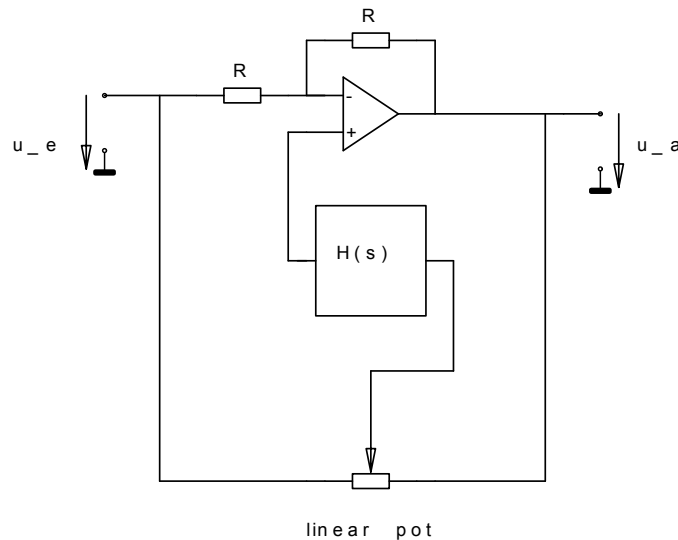


Abbildung 3.2: Equalizerschaltung mit invertierendem Verstärker

Mit dem Potentiometer wird zwischen dem Eingangssignal und dem Ausgangssignal überblendet; diese Mischung durchläuft das Filter $H(s)$ und wird zum Eingangssignal hinzu addiert. Mit dem Potentiometer wird gleichsam zwischen einer Vorwärtskopplung und einer Rückkopplung überblendet. Mathematisch lässt sich das wie folgt formulieren: Wenn α die Stellung des Potentiometers in den Grenzen $[0, 1]$ ist, gilt für die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Equalizers:

$$G(s) = \frac{-1 + 2\alpha H(s)}{-1 + (1 - \alpha) \cdot 2H(s)} = -\frac{1 - 2\alpha H(s)}{1 - (1 - \alpha) \cdot 2H(s)} \quad (3.1)$$

Der auftretende Faktor zwei ergibt sich daraus, dass der OPV, vom positiven Eingang aus gesehen, einen nicht invertierenden Verstärker darstellt.

Das Filternetzwerk $H(s)$ kann invertierend oder nicht invertierend ausgelegt sein. Für ein nicht invertierendes Filter gilt zu beachten, dass je nach Grundverstärkung des Filters, und der Potentiometerstellung, der Nenner von $G(s)$ zu null wird, und somit

die Schaltung instabil werden kann. Die Grundverstärkung eines nicht invertierenden Filters muss kleiner als 0,5 gewählt werden, damit die Schaltung stabil bleibt.

Im folgenden wird davon ausgegangen, dass die Equalizerstruktur mit einem invertierenden Bandpassfilter bestückt wird.

Auslegung als Peakfilter

Die Equalizerschaltung arbeitet als Peakfilter, wenn $H(s)$ ein Bandpassfilter darstellt. Es wird nun für $H(s)$ das Bandpassfilter zweiter Ordnung aus Gleichung 2.10 gewählt:

$$H(s) = -H_{\text{BP}}(s)$$

Eingesetzt in Gleichung 3.1 folgt für die Übertragungsfunktion des Peakfilters:

$$G(s) = -\frac{1 + 2\alpha H_{\text{BP}}(s)}{1 + (1 - \alpha) \cdot 2H_{\text{BP}}(s)}$$

Mit der Grundverstärkung A_M des Bandpassfilters lässt sich nun die maximal mögliche Anhebung und Absenkung des Peakfilters einstellen. Da die Verstärkung des Bandpassfilters bei der Mittenfrequenz der Grundverstärkung entspricht, gilt für den Betragsfrequenzgang des Peakfilters bei der Mittenfrequenz:

$$|G(s)| \Big|_{s=j\omega_p} = -\frac{1 + 2\alpha A_M}{1 + (1 - \alpha) \cdot A_M}$$

Für die beiden Endpositionen des Potentiometers bei $\alpha = 1$ und $\alpha = 0$ ergibt sich:

$$|G(s)| \Big|_{s=j\omega_p} = 1 + 2A_M \quad \text{beziehungsweise} \quad |G(s)| \Big|_{s=j\omega_p} = \frac{1}{1 + 2A_M}$$

An dieser Stelle wird die Reziprozität der Übertragungsfunktionen für Anhebung und Absenkung deutlich, die zu symmetrischen EQ-Kennlinien führt.

Die maximale Anhebung / Absenkung soll nun 15 dB betragen; der Verstärkungsfaktor des Peakfilters bei der Mittenfrequenz muss also

$$G(s) \Big|_{s=j\omega_p} = 1 + 2A_M = 10^{15/20} = 5,623$$

betragen. Für die Grundverstärkung des eingebetteten Bandpassfilters ergibt sich der Wert $A_M = 2,31$.

Nach dem Einsetzen von Gleichung 2.10 in Gleichung 3.1 lautet Die Übertragungsfunktion des mit dieser Equalizerschaltung gebildeten Peakfilters:

$$G(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} [1 + 2\alpha A_M] + \frac{s^2}{\omega_P^2}}{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} [1 + 2(1 - \alpha) A_M] + \frac{s^2}{\omega_P^2}} \quad \text{mit } \alpha = \begin{cases} 1 & \text{max. Anhebung} \\ 0,5 & \text{Neutralstellung} \\ 0 & \text{max. Absenkung} \end{cases} \quad (3.2)$$

Simulation des Peakfilters

Durch eine Simulation des Peakfilters wird die Frage geklärt, ob die Equalizerschaltung aus Abbildung 3.2 Proportional- oder Constant-Q Eigenschaften aufweist und ob die Anhebung in dB linear zur Potentiometerstellung erfolgt.

Die simulierte Schaltung ist in Abbildung 3.3 dargestellt. OPV und Bandpassfilter wurden in der Simulation durch Laplace-Übertragungsfunktionen modelliert. Für den OPV wurde dabei ein Einpol-Modell gewählt, mit einer Leerlaufverstärkung von 100 dB und einer 3 dB-Grenzfrequenz der Differenzverstärkung im 10 Hz-Bereich. Das Bandpassfilter besitzt die Polgüte $Q_P = 2$ und die Grundverstärkung $A_M = 2,5$.

Das Potentiometer wurde mit zwei Widerständen, deren Wert als Funktion des Parameters R ausgedrückt wurde, modelliert. Es wurde eine AC-Analyse der Schaltung mit einem linearen Parametersweep für R durchgeführt.

Die simulierten Frequenzgänge des Peakfilters sind in Abbildung 3.4 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der EQ eine Proportional-Q-Charakteristik besitzt und dass die Anhebung in dB nahezu linear zur Potentiometerstellung verläuft.

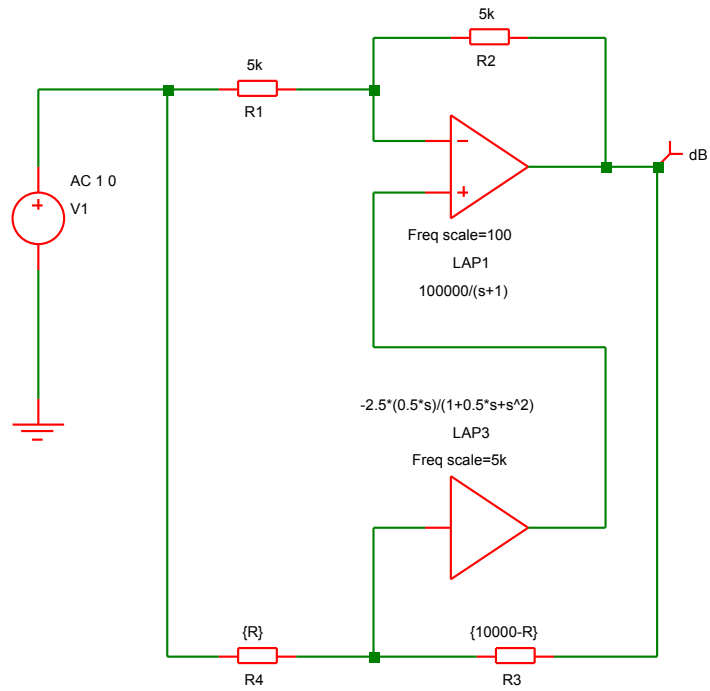


Abbildung 3.3: Simulierte Equalizerschaltung

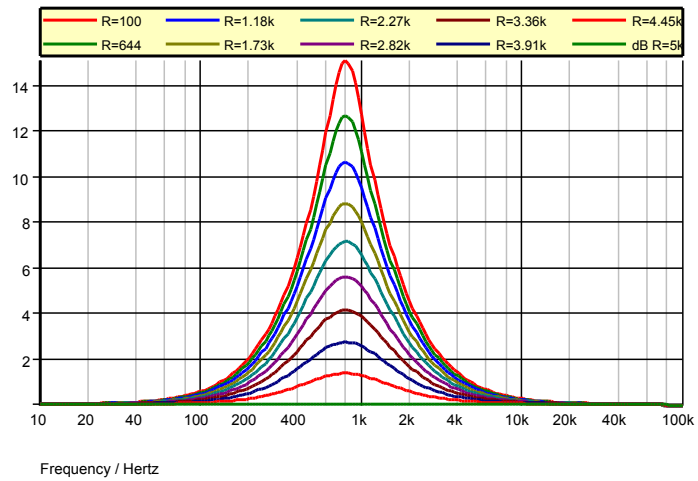


Abbildung 3.4: Simulierte Kennlinien des Peakfilters

3.3 Equalizer mit zwei Summierverstärkern

Die zweite hier behandelte Equalizerschaltung wurde von *Bohn* [2] als Schaltung für grafische Equalizer vorgestellt und besitzt Constant-Q-Charakteristik. Die Schaltung ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Als Besonderheit weist die Schaltung ein Potentiometer mit geerdetem Mittelabgriff auf.

Ähnlich der zuvor behandelten Schaltung wird das gefilterte Signal variabel vor- oder rückgekoppelt. Bei der 2-Summierer-Schaltung wird aber nicht stufenlos zwischen Vorwärtskopplung und Rückkopplung übergeblendet. Der geerdete Mittelabgriff des Potentiometers bewirkt, dass das gefilterte Signal entweder vor- oder rückgekoppelt wird.

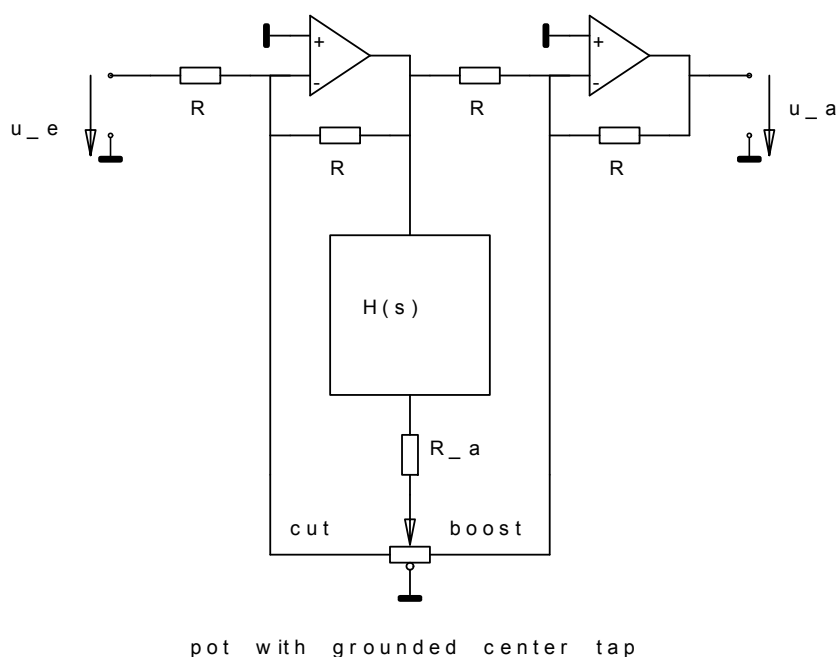


Abbildung 3.5: Equalizerschaltung mit Summierverstärkern

Mathematisch führt dies zu einer Fallunterscheidung zwischen der Anhebungs- und Absenkungsfunktion des Equalizers. Vor der Aufstellung der Übertragungsfunktion der Schaltung wird der Verstärkungsfaktor α definiert, mit dem das mit $H(s)$ gefilterte Signal vor- oder rückgekoppelt wird. Dieser Faktor besitzt den Wertebereich $[0, \frac{R}{R_a}]$: In der Mittelposition ist weder die Vorwärts- noch die Rückkopplung wirksam, da das untere Ende von R_a auf Masse liegt und somit kein Strom in die Summierverstärker fließt. In den Endpositionen des Potentiometers liegt selbiges nicht mehr im Signalweg

und der Stromfluss in einen der Summierverstärker wird nur durch R_a begrenzt.

$$G(s) = \begin{cases} 1 + \alpha H(s) & \text{Anhebung, Schleifer rechts der Mittelstellung} \\ \frac{1}{1 + \alpha H(s)} & \text{Absenkung, Schleifer links der Mittelstellung} \end{cases} \quad (3.3)$$

Auslegung als Peakfilter

Für eine Auslegung als Peakfilter muss $H(s)$ eine Bandpass-Charakteristik besitzen. Zur Aufstellung der Übertragungsfunktion eines auf Basis der 2-Summierer-Schaltung aufgebauten Peakfilters wird Gleichung 2.10 in Gleichung 3.3 eingesetzt. Nach Vereinfachungen ergibt sich:

$$G(s) = \begin{cases} \frac{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} [1 + \alpha A_M] + \frac{s^2}{\omega_P^2}}{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} + \frac{s^2}{\omega_P^2}} & \text{Anhebung} \\ \frac{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} + \frac{s^2}{\omega_P^2}}{1 + \frac{s}{\omega_P Q_P} [1 + \alpha A_M] + \frac{s^2}{\omega_P^2}} & \text{Absenkung} \end{cases} \quad (3.4)$$

Der Term $1 + \alpha A_M$ beschreibt den maximalen Verstärkungs- beziehungsweise Dämpfungsfaktor bei der Mittenfrequenz ω_P des Peakfilters.

Die Unterschiede zwischen der Proportional-Q- und der Constant-Q-Charakteristik werden in den Übertragungsfunktionen 3.4 und 3.2 deutlich: Eine Frequenzanhebung führt in beiden Fällen zur Skalierung der Koeffizienten. Bei der Funktion des Proportional-Q-Filters werden bei Anhebung und Absenkung Zähler- und Nennerpolynom verändert, wohingegen beim Constant-Q-Filter entweder das Zählerpolynom oder das Nennerpolynom beeinflusst wird.

Simulation

Die Simulation des Peakfilters bestätigte die Constant-Q-Charakteristik der Schaltung. Allerdings führte die Verwendung eines linearen Potentiometers mit geerdetem Mittelabgriff nicht zu einer Pegelanhebung proportional zur Potentiometerstellung. Ein interessantes Ergebnis brachte die Simulation mit einem linearen Potentiometer ohne Mittelabgriff: Die Kennlinien des Peakfilters zeigten für geringe Anhebungen Proportional-Q-Verhalten, welches in ein Constant-Q-Verhalten bei stärkeren Anhebungen überging. Das Ergebnis der Simulation ist in Abbildung 3.7 dargestellt, die simulierte Schaltung in Abbildung 3.6.

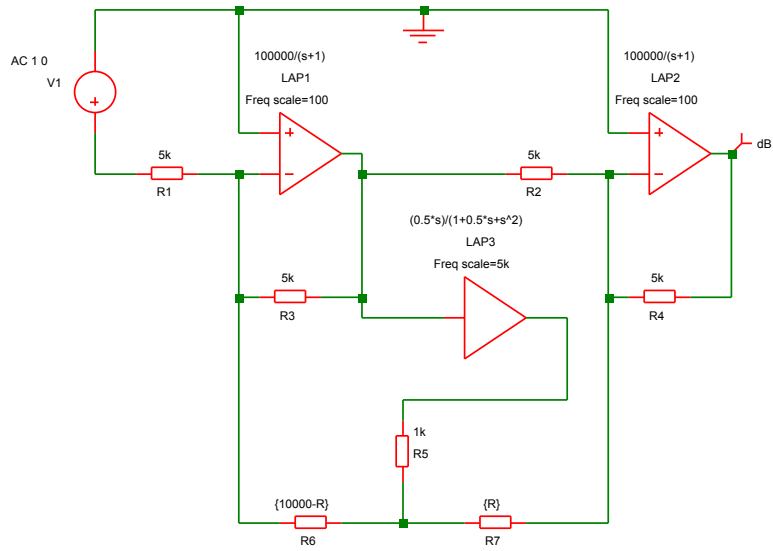


Abbildung 3.6: Simulierte Equalizerschaltung

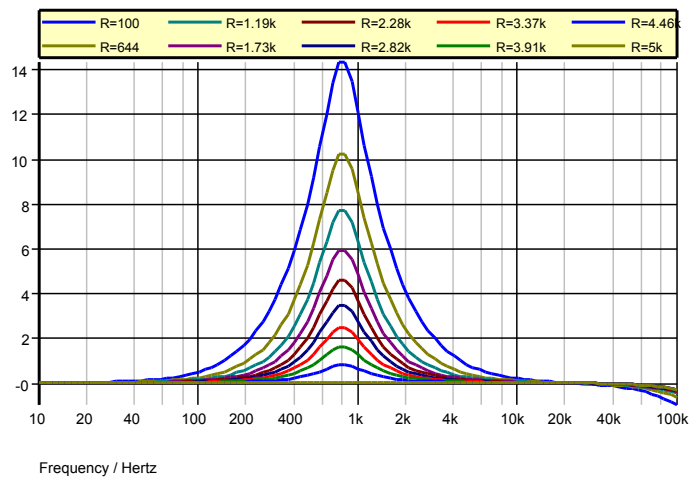


Abbildung 3.7: Simulierte Anhebungskennlinien

4 Aktive Filter für Audio

4.1 Sallen-Key-Tiefpass

Sallen-Key-Filter sind Schaltungen zur Realisierung von Filtern zweiter Ordnung. Sallen-Key-Filter werden in der Literatur auch *Filter mit Einfachmitkopplung* [3], oder auch *Voltage Controlled Voltage Source*, kurz *VCVS-Filter* genannt.[12] Grundlage der Sallen-Key-Schaltungen ist ein Verstärkungselement mit positiver Verstärkung $v > 1$ sowie ein Filternetzwerk mit positiver Rückkopplung. In Abbildung 4.1 ist die Schaltung eines Sallen-Key-Tiefpasses dargestellt.[10] Sallen-Key-Tiefpässe lassen sich so auslegen, dass die Grenzfrequenz mit einem Potentiometer durchgestimmt werden kann, ohne dass andere Filterparameter mit verändert werden. Sallen-Key-Filter kommen im Audibereich meist dann zum Einsatz, wenn eine variable Begrenzung des Audiospektrums verlangt wird.

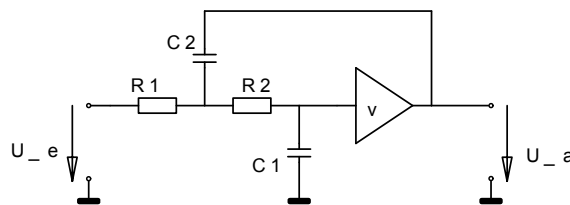


Abbildung 4.1: Sallen-Key-Tiefpass

Das Verstärkungselement eines Sallen-Key-Tiefpasses muss nicht zwingend ein OPV sein; es können stattdessen auch diskrete oder integrierte Buffer-Verstärker, sowie Current-Feedback-Amplifier zum Einsatz kommen.[3][10] In Abbildung 4.2 ist ein Sallen-Key-Tiefpass mit OPV als Verstärker dargestellt.

Eine wichtige Einschränkung besteht beim Sallen-Key-Tiefpass darin, dass die reale Schaltung ein Tiefpassverhalten nur bis in Frequenzbereiche zeigt, in denen der

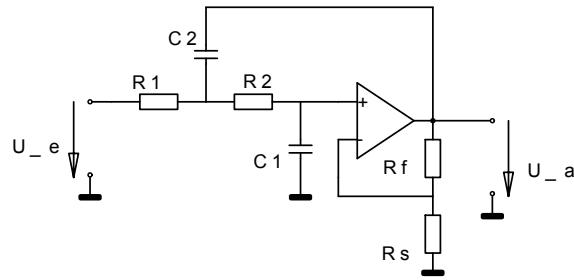


Abbildung 4.2: Sallen-Key-Tiefpass mit OPV

Verstärker noch als Verstärker arbeitet. Das ist maximal bis zum Erreichen der Transitfrequenz der Fall. Bereits unterhalb der Transitfrequenz wirkt sich der nicht vernachlässigbar kleine Ausgangswiderstand des Verstärkers aus, der mit der Frequenz ansteigt und mit C_2 einen Hochpass bildet. Dies wirkt der Tiefpasswirkung der Schaltung entgegen.[4]

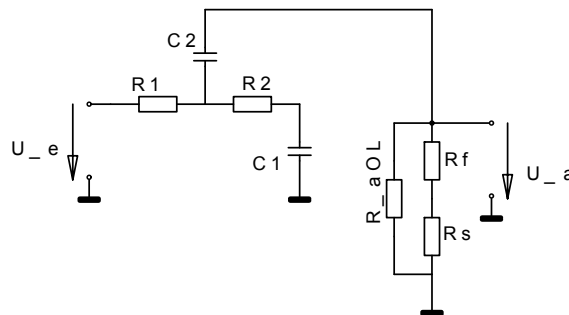


Abbildung 4.3: Ersatzschaltbild für hohe Frequenzen

Abbildung 4.3 zeigt das Ersatzschaltbild eines Sallen-Key-Tiefpassfilters für Frequenzen oberhalb der Transitfrequenz des OPVs.[4] In diesem Frequenzbereich liegt die Schleifenverstärkung unter eins, sodass vom OPV nur noch der Open-Loop-Ausgangswiderstand R_{aOL} wirksam ist. Für hohe Frequenzen bleibt die Dämpfung konstant und nimmt nicht mehr mit 40 dB/Dekade zu. Durch eine Kaskadierung mit einem RC -Tiefpass kann dieser Nachteil ausgeglichen werden. In Anwendungen, die eine gute Unterdrückung hoher Frequenzen erfordern, wie zum Beispiel Anti-Aliasing-Filter, werden Sallen-Key-Tiefpässe zweiter Ordnung nicht eingesetzt.

4.1.1 Dimensionierungsgleichungen

Für die Übertragungsfunktion eines Sallen-Key-Tiefpasses gilt nach [3]:

$$H(s) = \frac{v}{1 + [C_1(R_1 + R_2) + (1 - v)R_1C_2]s + R_1R_2C_1C_2s^2} \quad (4.1)$$

Der Faktor v entspricht der Verstärkung des nicht-invertierenden Verstärkers:

$$v = 1 + \frac{R_f}{R_s}.$$

Durch vorheriges Festlegen von Relationen zwischen den Bauteilwerten ergeben sich Spezialisierungen dieser Übertragungsfunktion, die zu einfachen Dimensionierungsgleichungen führen. In der Literatur [3][10] werden meist zwei solcher Festlegungen beschrieben, die zu verschiedenen Dimensionierungen führen. Bei der ersten Herangehensweise wird festgelegt, dass beide Widerstände und beide Kondensatoren gleich groß sein sollen. Diese Dimensionierung führt dazu, dass mit der Verstärkung v die Güte festgelegt wird. Die zweite Möglichkeit liegt in der Vorgabe der Verstärkung $v = 1$. In diesem Fall wird normalerweise so vorgegangen, dass das Verhältnis der beiden Kapazitäten gewählt wird und die Widerstände davon abhängig berechnet werden. Für Audioanwendungen ist aber oft die Forderung nach gleich großen Widerständen wichtig, um Stereopotentiometer zur Einstellung der Grenzfrequenz verwenden zu können. Daher wird hier bei der Spezialisierung $v = 1$ auch $R_1 = R_2$ vorgegeben.

Fall 1: $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$

Im Fall gleich großer Widerstände und Kondensatoren vereinfacht sich $H(s)$ zu:[3]

$$H(s) = \frac{v}{1 + RC[3 - v]s + R^2C^2s^2} \quad (4.2)$$

Nach [10] gelten folgende Dimensionierungsgleichungen, welche sich aus einem Koeffizientenvergleich mit der allgemeinen Übertragungsfunktion eines Tiefpasses zweiter Ordnung aus Gleichung 2.10 ergeben:

$$Q_P = \frac{1}{3 - v} \qquad \omega_P = \frac{1}{RC} \quad (4.3)$$

Mit der Verstärkung v kann also unabhängig von der Polfrequenz die Güte eingestellt werden. Durch Einsatz eines Doppelpotentiometers für R_1 und R_2 kann die Polfrequenz unabhängig von Güte und Verstärkung variabel gehalten werden. Die Verstärkung wird durch die Rückkopplungswiderstände des nicht-invertierenden Verstärkers eingestellt.

Je näher die Verstärkung gegen 3 geht, desto sensibler reagiert die Schaltung auf Toleranzen von R_f und R_s . Für Verstärkungen $v = 3$ wird die Schaltung instabil und schwingt. Nach *v. Wangenheim*[10] sind Polgüten bis $Q_P = 4$ praktikabel, was für

Audioanwendungen ausreichend ist, da die zumeist verwendeten Butterworth- und Bessel-Filter deutlich geringere Polgüten verlangen.

Fall 2: $v = 1$, $R_1 = R_2 = R$

Bei einer Verstärkung von $v = 1$ und gleichen Widerständen vereinfacht sich die Übertragungsfunktion $H(s)$ zu:

$$H(s) = \frac{1}{1 + 2RC_1s + R^2C_1C_2s^2} \quad (4.4)$$

Ein Koeffizientenvergleich mit Gl. 2.10 führt auf folgende Beziehungen:

$$\frac{1}{\omega_P Q_P} = 2RC_1 \qquad \frac{1}{\omega_P^2} = R^2C_1C_2 \quad (4.5)$$

Mit Gleichung 4.5 rechts ergibt sich für die Polfrequenz:

$$\omega_P = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}. \quad (4.6)$$

Eingesetzt in Gleichung 4.5 links ergibt sich für die Polgüte:

$$Q_P = \frac{R\sqrt{C_1C_2}}{2RC_1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \quad (4.7)$$

Wenn man das Verhältnis der Kapazitäten durch den Faktor $k_C = \frac{C_2}{C_1}$ ausdrückt, führt dies zu folgenden Dimensionierungsgleichungen für Fall 2:

$$Q_P = \frac{1}{2} \sqrt{k_C} \qquad \omega_P = \frac{1}{\sqrt{k_C}RC_1} \quad (4.8)$$

Bei der Dimensionierung legt man mit k_C die Güte des Filters fest und ist dann theoretisch frei in der Wahl von R und C_1 zur Erzeugung der passenden Zeitkonstante $RC_1 = 1/\omega_P\sqrt{k}$. In der Praxis wird diese Wahl durch den nötigen Abstand der Kapazitätswerte zu parasitären Kapazitäten und der maximal möglichen Belastung der Verstärker durch niedrige Impedanzen beschränkt.

Bei dieser Dimensionierung ist alleine die Polfrequenz abhängig von R ; somit lässt sich die Polfrequenz durch gleichmäßiges Verändern von $R_1 = R_2 = R$ durchstimmen, ohne die Güte zu beeinflussen. Die Verstärkung im Durchlassbereich ist davon unabhängig immer eins. R_f und R_s werden weggelassen, und der Verstärker als Spannungsfolger beschaltet.

Für ein Butterworth-Filter zweiter Ordnung ergeben sich folgende einfache Formeln: $Q_P = 0,707 \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 0,5$ und $\omega_P = \frac{\sqrt{2}}{RC_1}$.

Bei dieser Dimensionierung kann es sich als nachteilig erweisen, dass man ein gewünschtes Kapazitätsverhältnis mit Standardbauteilen nicht einstellen kann, ohne sich die benötigten Werte mit mehreren parallel geschalteten Kondensatoren zusammensetzen zu müssen.

4.1.2 Dimensionierungsbeispiel und Simulation

In diesem Abschnitt wird ein Tiefpassfilter dritter Ordnung, bestehend aus der Sallen-Key-Schaltung und einem entkoppelten RC -Glieder, entwickelt. Bei der Dimensionierung des Sallen-Key-Teils der Schaltung wird nach beiden Verfahren aus Abschnitt 4.1.1 vorgegangen. Es ergeben sich somit zwei verschiedene Dimensionierungen, die simuliert und verglichen werden. Abbildung 4.4 zeigt die zu dimensionierende Schaltung. Das Filter soll eine Butterworth-Charakteristik und eine Dämpfung von 0,5 dB bei 20 kHz besitzen.

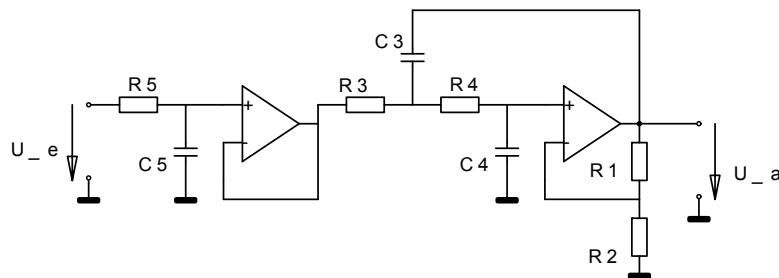


Abbildung 4.4: Zu dimensionierende Schaltung

Poldaten

Bei der Ermittlung der Poldaten wird auf das in Abschnitt 2.5.3 entwickelte Butterworth-Filter zurückgegriffen, dessen Dämpfung auf 0,5 dB bei $\Omega = 1$ normiert wurde. Die Poldaten des Prototyps sind:

- Ein reeller Pol bei $\Omega_P = 1,42$
- Ein konjugiert-komplexes Polpaar mit der Polfrequenz $\Omega_P = 1,42$ und der Polgüte $Q_P = 1$.

Die Übertragungsfunktion des Filterprototyps lautet:

$$H(S) = \frac{1}{1 + \frac{S}{1,42}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{S}{1,42} + \frac{S^2}{1,42^2}} \quad (4.9)$$

Die Übertragungsfunktion wird denormiert, indem S durch s/ω_D ersetzt wird. Die Übertragungsfunktion, die das Filter implementieren soll, lautet:

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_D 1,42}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_D 1,42} + \frac{s^2}{\omega_D^2 1,42^2}} \quad (4.10)$$

Wobei die Teilfunktion erster Ordnung durch den RC -Tiefpass und die Teilfunktion zweiter Ordnung durch das Sallen-Key-Filter realisiert wird. Die 3 dB-Grenzfrequenz des Filters liegt bei $\frac{\omega_P}{2\pi} = \frac{\omega_D \cdot \Omega_P}{2\pi} = 20 \text{ kHz} \cdot 1,42 = 28,4 \text{ kHz}$, da bei Butterworth-Filtern die Polfrequenz immer der 3 dB-Grenzfrequenz entspricht.

Dimensionierung des RC -Filters

Das Filter besitzt einen Pol bei

$$\omega_{P1} = \Omega_{P1} \cdot \omega_D = 1,42 \cdot 2\pi \cdot 20000 \text{ rad/s} = 178442 \text{ rad/s}$$

Für die Zeitkonstante $R_5 C_5$ folgt:

$$R_5 C_5 = \frac{1}{\omega_{P1}} = 5,604 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Diese Zeitkonstante lässt sich praktikabel mit Widerständen im $k\Omega$ - und Kondensatoren im nF -Bereich realisieren. Für den Kondensator wird mit $C_5 = 4,7 \text{ nF}$ ein Wert aus der E6-Serie gewählt. Rechnerisch muss der Wert des Widerstandes 1192Ω betragen, gewählt wird $R_5 = 1,2 \text{ k}\Omega$.

Dimensionierung des Sallen-Key-Filters nach Fall 1

Da die Polfrequenz des konjugiert-komplexen Polpaares gleich der Polfrequenz des RC -Tiefpasses ist, bietet sich eine Dimensionierung des Sallen-Key-Teils der Schaltung nach Fall 1 (gleiche Widerstände und gleiche Kondensatoren) an: Die Werte von R_5 und C_5 können für R_3, R_4 beziehungsweise C_3, C_4 übernommen werden. Aus $Q_P = 1$ folgt, dass die Verstärkung $\alpha = 2$ betragen muss. Damit müssen R_1, R_2 gleich groß sein. Abbildung 4.5 zeigt das dimensionierte Filter.

Dimensionierung des Sallen-Key-Filters nach Fall 2

Aus der Forderung nach $Q_P = 1$ folgt mit Gl. 4.8, dass das Verhältnis der Kondensatoren $k_C = 4$ betragen muss. Nun wird Gl. 4.8 rechts nach der Zeitkonstante RC_1 umgeformt:

$$RC_1 = \frac{1}{\omega_{P23} \sqrt{k_C}} = \frac{1}{2 \cdot \omega_{P23}} = 2,802 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Mit $C_2 = 6,8 \text{ nF}$ und $C_1 = 1,5 \text{ nF}$ wird k_C etwas größer als gefordert; Q_P beträgt mit diesen gewählten Werten 1,06, was sich in der Simulation als genügend genau

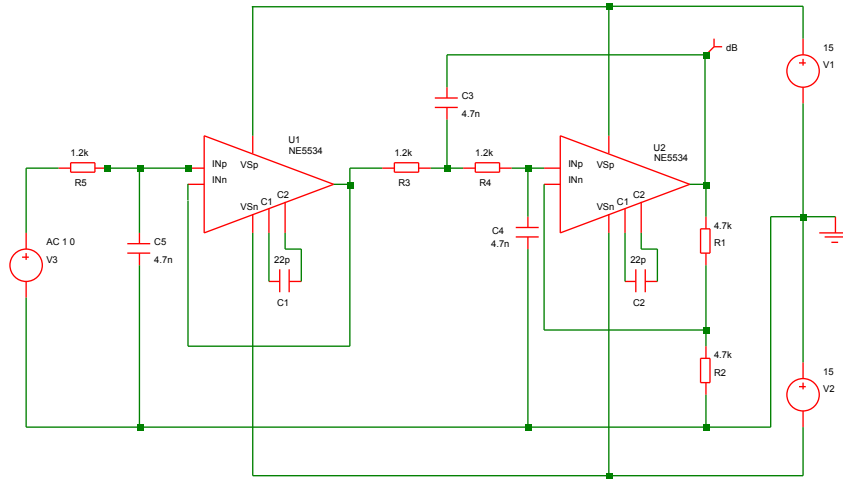


Abbildung 4.5: Dimensionierung nach Fall 1

erweisen wird. Rechnerisch ergibt sich für R_3, R_4 ein Wert von 1868Ω , gewählt wird $R_{3,4} = 1,8 \text{ k}\Omega$. Der Verstärker wird als Spannungsfollower beschaltet und R_1, R_2 fallen weg. Die Dimensionierung ist in Abbildung 4.6 dargestellt. $R_5 = 1,8 \text{ k}\Omega$ wurde neu gewählt und der entsprechende Wert für C_5 berechnet.

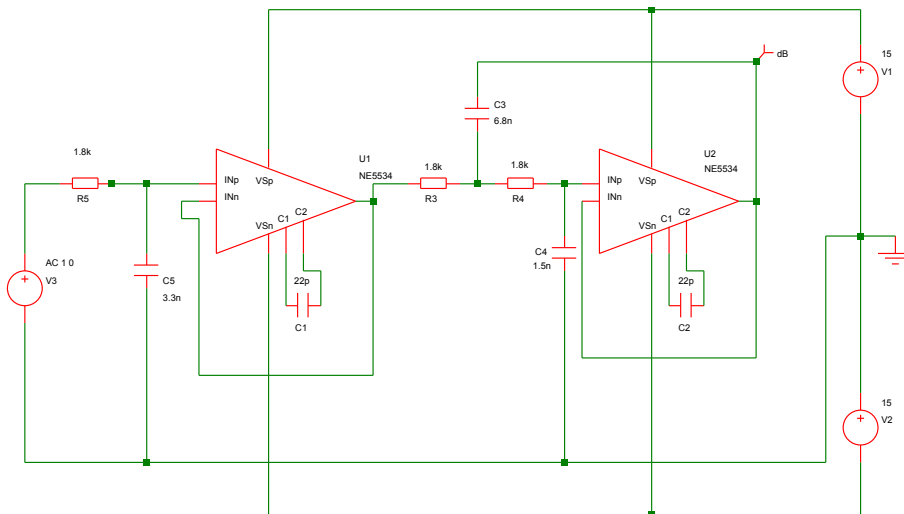


Abbildung 4.6: Dimensionierung nach Fall 2

Simulation

Beide Dimensionierungsvarianten wurden in der Simulation daraufhin untersucht, wie genau sie die vorgegebene Übertragungsfunktion umsetzen. Dafür wurde mit dem

SPICE-Programm Simetrix eine AC-Analyse durchgeführt. Desweiteren wurden mittels Monte-Carlo-Analysen die Empfindlichkeiten der Dimensionierungen auf Bauteiltoleranzen untersucht. Zudem wurde das Rauschen der Schaltungen berechnet. Für das Verstärkermodell wurde das Modell eines NE5534 aus der Bibliothek des Simulators gewählt. Dieser nicht frequenzgangkompensierte OPV wird standardmäßig mit 22 pF kompensiert.

Ergebnisse

Zuerst wurde der Frequenzgang der ersten Dimensionierung simuliert. Der daraus resultierende Plot ist in Abbildung 4.7 zu sehen. Er zeigt den simulierten Amplitudengang. Die 3 dB-Grenzfrequenz von 28,2 kHz liegt sehr nahe am theoretischen Wert $\omega_P/2\pi = 28,4$ kHz. Im Plot ist ein nicht idealer Verlauf der Filterkurve ab dem Bereich über 400 kHz zu sehen; dort bleibt die Dämpfung für eine Dekade konstant, was auf die begrenzte Bandbreite des Verstärkers im Sallen-Key-Teil der Schaltung zurückzuführen ist.

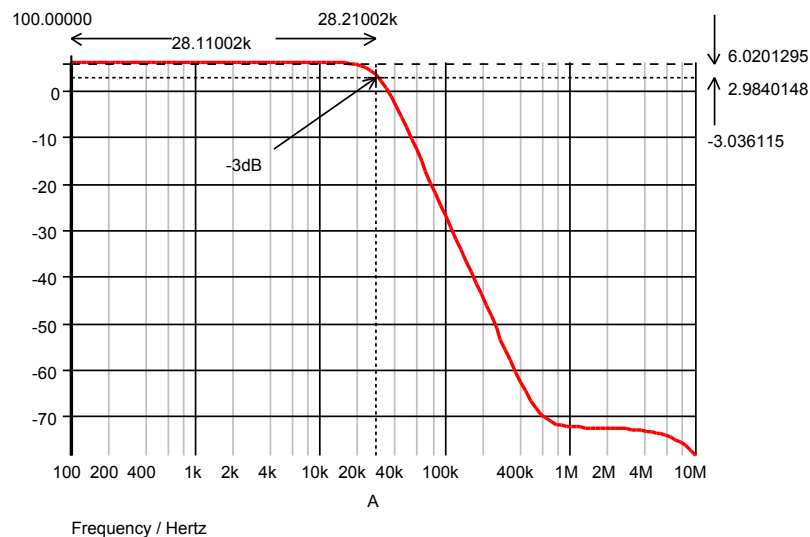


Abbildung 4.7: Simulierter Amplitudengang Dimensionierung 1

Abbildung 4.8 zeigt die Ergebnisse von zwei Monte-Carlo-Analysen. Beim ersten Durchlauf wurde die Toleranz aller Kapazitäten auf 20% gesetzt, beim zweiten auf 5%. Die Widerstandstoleranzen wurden bei beiden Durchläufen auf 1% gesetzt. Es ist ersichtlich, dass bei dieser Dimensionierung Kondensatoren mit geringer Toleranz benötigt werden, falls es zu keiner Resonanzüberhöhung im Bereich der Grenzfrequenz kommen darf.

Die AC-Analyse von Dimensionierung 2 zeigte bis auf den veränderten Verstärkungsfaktor keine Unterschiede im Amplitudengang. Die Monte-Carlo-Analyse zeigte aber,

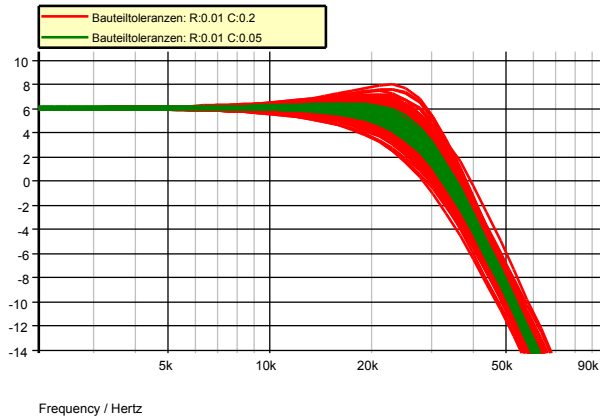


Abbildung 4.8: Monte-Carlo-Analyse Dimensionierung 1

dass Dimensionierung 2 weniger sensibel auf Bauteiltoleranzen reagiert als Dimensionierung 1. Abbildung 4.9 stellt die Plots der Monte-Carlo-Analysen von Dimensionierung 2 dar, die mit identischen Einstellungen für die Bauteiltoleranzen wie bei Dimensionierung 1 durchgeführt wurden. Bei 20% Kapazitätstoleranz weist Dimensionierung 2 mit höherer Wahrscheinlichkeit den gewünschten Amplitudengang auf.

Das für eine Rauschbandbreite von 20 kHz simulierte Rauschen lag für Dimensionierung 1 bei $5,231 \mu V \hat{=} -103,4 \text{ dBu}$ und für Dimensionierung 2 bei $2,454 \mu V \hat{=} -110 \text{ dBu}$. Dieser Unterschied lässt sich auf den Wegfall von R_f und R_s bei Fall 2 zurückführen. Diese Widerstände tragen in Fall 1 nicht nur durch ihr thermisches Rauschen zum Rauschen der gesamten Schaltung bei; der Rauschstrom des Verstärkers wird durch R_f in eine Rauschspannung umgesetzt, welche den Rauschpegel erhöht.

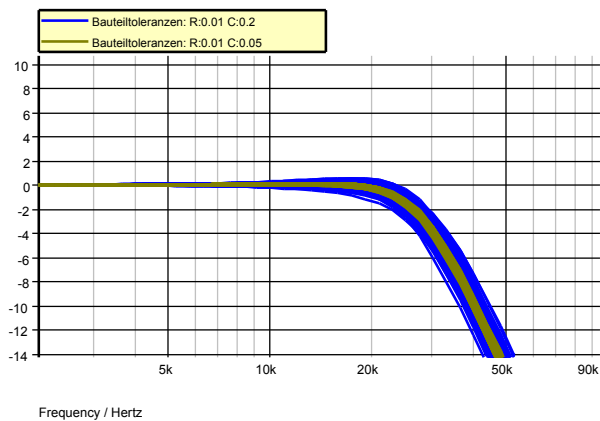


Abbildung 4.9: Monte-Carlo-Analyse Dimensionierung 2

4.2 Multiple-Feedback-Tiefpass

Multiple-Feedback-Filter, auch *Filter mit Mehrfachgegenkopplung* [3] oder *Filter mit zweifach-Gegenkopplung* [10] genannt, basieren auf einem invertierenden Verstärker mit einem frequenzabhängigen Rückkopplungsnetzwerk, das über zwei Wege mit dem Verstärkerausgang verbunden ist. MFB-Filter invertieren das Signal zusätzlich zu ihrer Filterwirkung. Im Unterschied zu Sallen-Key-Filtern geht bei MFB-Filtern die frequenzabhängige Differenzverstärkung $A_D(s)$ des OPVs in die Übertragungsfunktion mit ein. Für hohe Frequenzen sorgt der Rückgang von A_D für Abweichungen vom gewünschten Verhalten des Filters. Anders als beim Sallen-Key-Tiefpass führt beim MFB-Tiefpass das nicht ideale Verhalten des Verstärkers nicht zum Verlust der Tiefpass-Charakteristik. Dies ist auch anhand des in Abbildung 4.10 dargestellten Schaltbildes des MFB-Tiefpasses zu erkennen: Der aus R_1 und C_2 gebildete Tiefpass erster Ordnung bleibt unabhängig von der Funktion des Verstärkers bei hohen Frequenzen wirksam.

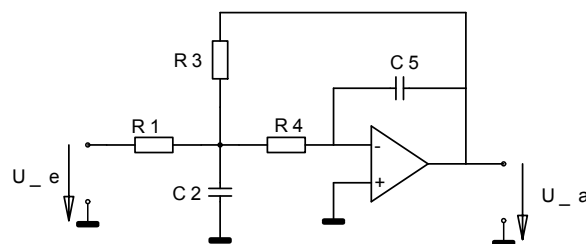


Abbildung 4.10: Multiple-Feedback-Tiefpass

Das Verstärkungselement eines Multiple-Feedback-Filters muss ein OPV mit Spannungseingängen sein. Current-Feedback-Amplifier können ohne zusätzliche Maßnahmen nicht verwendet werden, da diese mit einem Rückkopplungswiderstand mit einem gewissen Mindestwert beschaltet werden müssen. Dies ist beim MFB-Tiefpass mit C_5 nicht gegeben. R_4 und C_5 bilden mit dem OPV einen invertierenden Integrator; der verwendete OPV muss somit für eine Verstärkung von eins kompensiert sein.[3]

Aufgrund des guten Verhaltens bei Frequenzen oberhalb der OPV-Transitfrequenz kommen MFB-Tiefpassfilter bei der Beschaltung von ADCs und DACs als Anti-Aliasing-, sowie als Rekonstruktionsfilter zum Einsatz.[9] Zur Beschaltung von differenziellen ADCs und DACs gibt es Abwandlungen der Schaltung aus Abbildung 4.10 mit symmetrischen Ein- oder Ausgängen. Mit einem *Fully Differential Amplifier* als Verstärkungselement lassen sich MFB-Tiefpässe komplett symmetrisch aufbauen.

4.2.1 Dimensionierungsgleichungen

Die Übertragungsfunktion des Multiple-Feedback-Filters mit Tiefpass-Charakteristik lautet:[10]

$$H(s) = -\frac{\frac{R_3}{R_1}}{1 + sC_5(R_3 + R_4 + \frac{R_3R_4}{R_1}) + s^2R_3R_4C_2C_5} \quad (4.11)$$

Das Filter besitzt eine Verstärkung $A_0 = \frac{R_3}{R_1}$ im Durchlassbereich. Für die Dimensionierungsgleichungen werden folgende Verhältnisse zwischen den Bauteilgrößen definiert:

$$\begin{aligned} C_5 &= C & C_2 &= k_C C \\ R_1 &= R & R_3 &= k_{R3} R & R_4 &= k_{R4} R \end{aligned}$$

Nach [10] gilt für die Tiefpasskenngrößen A_0, ω_P, Q_P eines MFB-Tiefpasses:

$$A_0 = -k_{R3} \quad \omega_P = \frac{1}{RC\sqrt{k_C k_{R3} k_{R4}}} \quad Q_P = \frac{\sqrt{k_C k_{R3} k_{R4}}}{k_{R3} + k_{R4}(1 + k_{R3})} \quad (4.12)$$

In der Gleichung für ω_P wird deutlich, warum Filter mit kontinuierlich einstellbarer Grenzfrequenz nicht als Multiple-Feedback-Filter realisiert werden: Soll ω_P mittels R verändert werden, müssten gleichzeitig R_1, R_3, R_4 proportional vergrößert, beziehungsweise verkleinert werden. Dies würde ein Drei-Ebenen-Potentiometer erfordern, dessen Ebenen auch noch unterschiedliche Widerstandswerte besitzen müssten, falls k_{R3} und k_{R4} ungleich eins sein sollen.

Bei der Dimensionierung eines MFB-Tiefpasses müssen fünf Bauteilwerte bestimmt werden. Da es aber nur drei Zielgrößen gibt, können zwei Bauteilwerte frei gewählt werden. Dies ermöglicht verschiedene Dimensionierungsverfahren, von denen zwei im folgenden Teil vorgestellt werden. Die erste vorgestellte Herangehensweise [10] besteht aus der Festlegung gleicher Widerstandswerte; auf diese Weise ergeben sich besonders einfache Bestimmungsgleichungen. Beim zweiten Verfahren [3][10] werden die Kapazitätswerte aus eine der Normreihen gewählt und die Widerstandswerte berechnet. Somit können Kondensatoren mit Standardwerten verwendet werden.

Fall 1: Gleiche Widerstände

Aus $R_1 = R_3 = R_4 = R$ folgt $k_{R3} = 1$ sowie $k_{R4} = 1$. Somit ist für diese Dimensionierung die Grundverstärkung des Filters auf $A_0 = -1$ festgelegt. Die Kenngrößen des MFB-Tiefpasses aus Gleichung 4.12 vereinfachen sich wie folgt:

$$\omega_P = \frac{1}{RC\sqrt{k_C}} \quad Q_P = \frac{\sqrt{k_C}}{3} \quad (4.13)$$

Die Polgüte Q_P hängt nur vom Kapazitätsverhältnis k_C ab. Bei der Dimensionierung wird abhängig von der gewünschten Polgüte zuerst das Kapazitätsverhältnis k_C berechnet und danach die Zeitkonstante RC bestimmt. Mit den Gleichung 4.13 ergibt sich: $k_C = 9Q_P^2$ und $RC = \frac{1}{\omega_P \sqrt{k_C}}$. Die benötigten Werte für R und C zur Erzielung dieser Zeitkonstante sollten, wie im Abschnitt zum Sallen-Key-Tiefpass beschrieben, aus dem $k\Omega$ - und nF -Bereich gewählt werden. Für die Absolutwerte der Kapazitäten gilt: $C_5 = C$ und $C_2 = k_C C$.

Fall 2: Standardkapazitäten

Bei der Dimensionierung mit Standardkapazitäten lässt sich die Grundverstärkung mittels k_{R3} beliebig festlegen. Danach wählt man ein Kapazitätsverhältnis k_C , welches sich gut mit Werten aus der gewünschten Normreihe realisieren lässt. Dabei muss nach *v. Wangenheim* [10] folgende Bedingung eingehalten werden:

$$k_C > 4Q_P^2(1 + k_{R3}) \quad (4.14)$$

Laut *Tietze u. Schenk* [3] ergibt sich die günstigste Dimensionierung, wenn man k_C nicht viel größer wählt als obige Bedingung vorschreibt. Über $C = C_5$ legt man den Absolutwert der Kapazitäten fest. Die noch fehlenden Größen R und k_{R4} berechnen sich durch folgende Gleichungen, wobei es zwei Lösungspaare A, B gibt:[10]

$$R_{(A,B)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{4Q_P^2(1 + k_{R3})}{k_C}}}{2k_{R3}Q_P\omega_P C} = \frac{1 \pm \sqrt{D}}{2k_{R3}Q_P\omega_P C} \quad (4.15)$$

$$k_{R4(A,B)} = \frac{1}{R_{(A,B)}^2 C^2 k_C k_{R3} \omega_P^2} = \frac{4k_{R3}Q_P^2}{k_C(1 \pm \sqrt{D})^2} \quad (4.16)$$

4.2.2 Simulation des Einflusses der begrenzten OPV-Bandbreite

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der begrenzten Bandbreite realer Operationsverstärker auf MFB-Tiefpassfilter untersucht. Die in Gleichung 4.11 angegebene Übertragungsfunktion eines MFB-Tiefpasses gilt nur für Frequenzen, bei denen die Differenzverstärkung A_D des OPVs noch genügend groß ist.[10] Bei universell Frequenzgang-kompensierten OPVs nimmt A_D bis zur Transitfrequenz f_t mit 20 dB/Dekade ab. In der Simulation wird der Einfluss der OPV-Bandbreite auf MFB-Filter bei verschiedenen Polgüten Q_P untersucht. Dazu werden AC-Analysen von Butterworth- und

Tschebyscheff-Filtern dritter Ordnung, welche aus einem MFB-Tiefpass und einem kaskadierten RC -Tiefpass bestehen, durchgeführt. Es werden mehrere Simulationen durchgeföhrt, wobei die Transitfrequenz des Verstärkermodells mit einem Parameter-Sweep variiert wird.

Modellierung des Verstärkers

Damit die Transitfrequenz in der Simulation durch einen Parameter-Sweep variiert werden kann, muss der Frequenzgang der Differenzverstärkung des OPVs mit gesteuerten Quellen und passiven Bauelementen modelliert werden. Die in Abbildung 4.11 dargestellte Ersatzschaltung wird verwendet, um einen Operationsverstärker mit frequenzabhängiger Differenzverstärkung bei ansonsten idealen Eigenschaften zu simulieren.

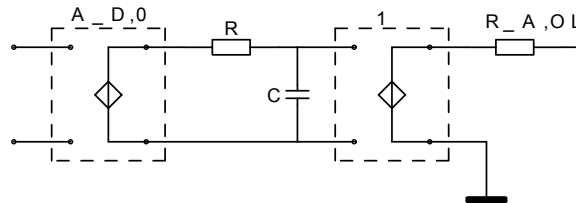


Abbildung 4.11: Modellierung der frequenzabhängigen Differenzverstärkung

Die erste der beiden spannungsgesteuerten Spannungsquellen implementiert die Leerlaufverstärkung des OPVs bei niedrigen Frequenzen. Mit dem RC -Glied wird das Tiefpassverhalten der Differenzverstärkung nachgebildet; diese Einpol-Modellierung ist nur für Frequenzgang-kompensierte OPVs gültig. Die zweite gesteuerte Quelle sorgt für eine Entkoppelung des Verstärkerausganges von dem RC -Glied; mit R_{aOL} wird der Open-Loop-Ausgangswiderstand des OPVs modelliert.

Die Zeitkonstante des RC -Tiefpasses zur Modellierung des Tiefpassverhaltens der Differenzverstärkung hängt durch folgende Gleichung mit der Transitfrequenz f_t und der Differenzverstärkung bei niedrigen Frequenzen $A_{D,0}$ zusammen:

$$RC = \frac{A_{D,0}}{2\pi f_t} \quad (4.17)$$

Mit einem Parameter-Sweep für R oder C lässt sich somit in der Simulation die Transitfrequenz des modellierten OPVs variieren. Bei den hier durchgeföhrt Simulationen wurde $C = 1$ gesetzt und R als Funktion von $A_{D,0}$ und dem *Gain-Bandwidth*

Product, im Folgenden GBP genannt, ausgedrückt:

$$R = \frac{A_{D,0}}{2\pi GBP} \quad (4.18)$$

Der Wert des Gain-Bandwidth Product entspricht der Transitfrequenz f_t . [4]

Dimensionierung der Filter

Die Auswirkungen verschieden hoher OPV-Bandbreiten auf MFB-Filter unterschiedlicher Polgüte werden anhand einer Simulation zweier Tiefpassfilter dritter Ordnung untersucht. Die Filter bestehen aus einem MFB-Tiefpass und einem kaskadierten RC -Tiefpass erster Ordnung. Die Schaltung ist in Abbildung 4.12 dargestellt.

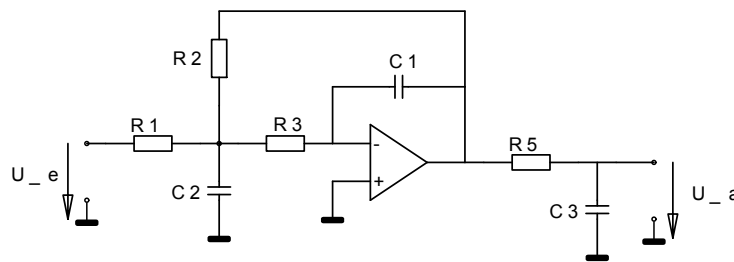


Abbildung 4.12: Schaltung der simulierten Filter

Das erste Filter soll eine Tschebyscheff-Charakteristik mit 1 dB Welligkeit besitzen. Nach Tabelle 2.3 muss der MFB-Teil der Schaltung folglich ein komplexes Polpaar mit den hier auf ganze Zahlen gerundeten Poldaten $\Omega_P = 1$ und $Q_P = 2$ erzeugen; der reelle Pol liegt bei $\Omega_P = 0,5$. Das zweite Filter soll als Butterworth-Tiefpass ausgelegt werden: Das komplexe Polpaar besitzt eine Polgüte $Q_P = 1$. Alle drei Pole liegen bei der Polfrequenz $\Omega_P = 1$. Die Grenze des Durchlassbereiches beider Filter soll bei $\omega_D = 2\pi \cdot 50 \text{ kHz}$ liegen. Der MFB-Teil der Filter wird jeweils mittels der zuvor als Fall 1 beschriebenen Herangehensweise dimensioniert. Somit sind die drei Widerstände der MFB-Filter gleich groß; es gilt: $R_1 = R_2 = R_3 = R$. Die Güte wird mit dem Kapazitätsverhältnis $k_C = \frac{C_2}{C_1}$ eingestellt.

- **Dimensionierung des Tschebyscheff-Filters**

Mit den Poldaten $\Omega_P = 1$, $Q_P = 2$ folgt für den MFB-Teil der Schaltung:

$$k_C = 9Q_P^2 = 36$$

$$RC_1 = \frac{1}{\Omega_P \cdot \omega_D \cdot \sqrt{k_C}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ kHz} \cdot 6} = 5,31 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

Zur Erzielung der Zeitkonstante RC_1 werden folgende Werte gewählt: $C_1 = 680 \text{ pF}$, $R = 787 \Omega$. Der rechnerische Wert für C_2 beträgt $24,48 \text{ nF}$, gewählt wird $C_2 = 24,2 \text{ nF}$. Dieser Wert kann mit den Werten 22 nF und $2,2 \text{ nF}$ aus der E6 Reihe zusammengesetzt werden. Der reelle Pol des aus R_5 und C_3 gebildeten Tiefpasses soll bei $\Omega_P = 0,5$ liegen. Daraus folgt für die Zeitkonstante R_5C_3 :

$$R_5C_3 = \frac{1}{\Omega_P \cdot \omega_D} = \frac{1}{\pi \cdot 50 \text{ kHz}} = 6,37 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Es werden folgende Werte gewählt: $C_3 = 6,8 \text{ nF}$, $R_5 = 931 \Omega$. Die dimensionierte Schaltung des Tschebyscheff-Filters ist in Abbildung 4.13 dargestellt. Der OPV wird mit der zuvor beschriebenen Ersatzschaltung modelliert, wobei der Open-Loop-Ausgangswiderstand, hier R_4 , mit $1 \text{ k}\Omega$ angesetzt wird. Für das Butterworth-Filter wird die OPV-Ersatzschaltung beibehalten.

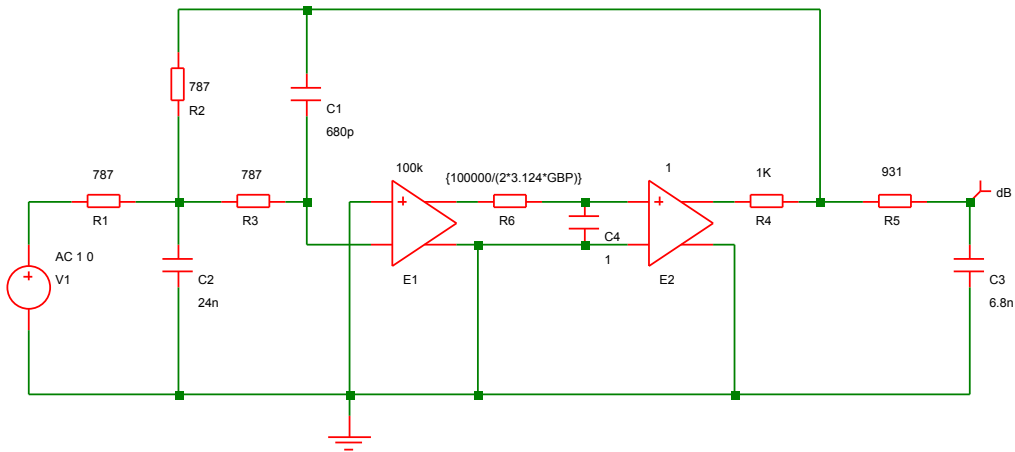


Abbildung 4.13: Dimensionierte Schaltung des Tschebyscheff-Filters

• Dimensionierung des Butterworth-Filters

Mit $\Omega_P = 1$ und $Q_P = 1$ folgt für die Bauteilwerte des MFB-Filters:

$$k_C = 9Q_P^2 = 9$$

$$RC_1 = \frac{1}{\Omega_P \cdot \omega_D \cdot \sqrt{k_C}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ kHz} \cdot 3} = 1,06 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Für die Kapazitäten werden die Werte $C_1 = 1 \text{ nF}$ und $C_2 = 9 \text{ nF}$ gewählt. Für die Widerstände ergibt sich rechnerisch der Wert $R = 1061 \Omega$, gewählt wird $R = 1070 \Omega$. Der reelle Pol des RC -Tiefpasses soll bei $\Omega_P = 1$ liegen. Es werden

folgende Werte gewählt: $C_3 = 3,3 \text{ nF}$, $R_5 = 931 \Omega$. Die dimensionierte Schaltung ist in Abbildung 4.14 dargestellt

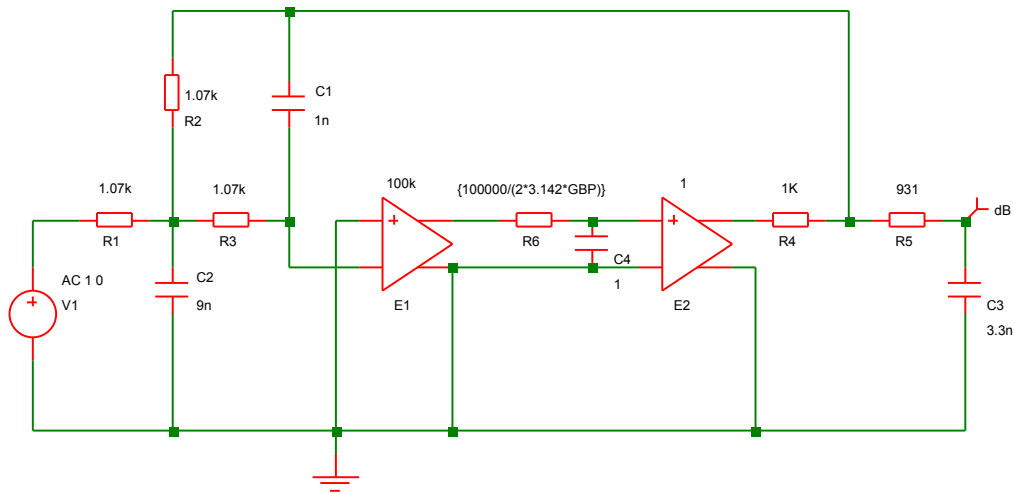


Abbildung 4.14: Dimensionierte Schaltung des Butterworth-Filters

Simulationen

Es wurden mehrere AC-Analysen der Schaltungen aus den Abbildungen 4.13 und 4.14 durchgeführt. Dabei wurde der Parameter GBP mit einem Parameter-Sweep von 500 kHz bis 50 MHz mit fünf Steps pro Dekade variiert. Pro Wert des Gain-Bandwidth Products GBP wurde der Frequenzgang des Filters ermittelt. Die Frequenzgänge wurden einer Performance-Analyse unterzogen: Die Grenzfrequenzen der simulierten Filter wurden pro Parameter-Step rechnerisch ermittelt, und als Funktion von GBP in einen Graphen eingetragen. Auf diese Weise wurde die Abhängigkeit der Grenzfrequenz des Filters von der Bandbreite des OPVs untersucht.

Ergebnisse

Die Amplitudengänge der Tschebyscheff- und Butterworth-Dimensionierung sind für verschiedene OPV-Bandbreiten in den Abbildungen 4.15 und 4.16 dargestellt. Die Plots zeigen, dass das Tschebyscheff-Filter sensibler auf eine zu geringe Bandbreite des OPVs reagiert als das Butterworth-Filter. Da sich die MFB-Filterstufen beider Dimensionierungen nur in der Polgüte unterscheiden, lässt sich der Schluss ziehen, dass eine umso höhere OPV-Bandbreite benötigt wird, je höher die Polgüte der Filterstufe ist.

Die Performance-Analysen beider Dimensionierungen verdeutlichen die zuvor gemachte Beobachtung, wonach für MFB-Tiefpassfilter mit hoher Polgüte ein OPV mit hö-

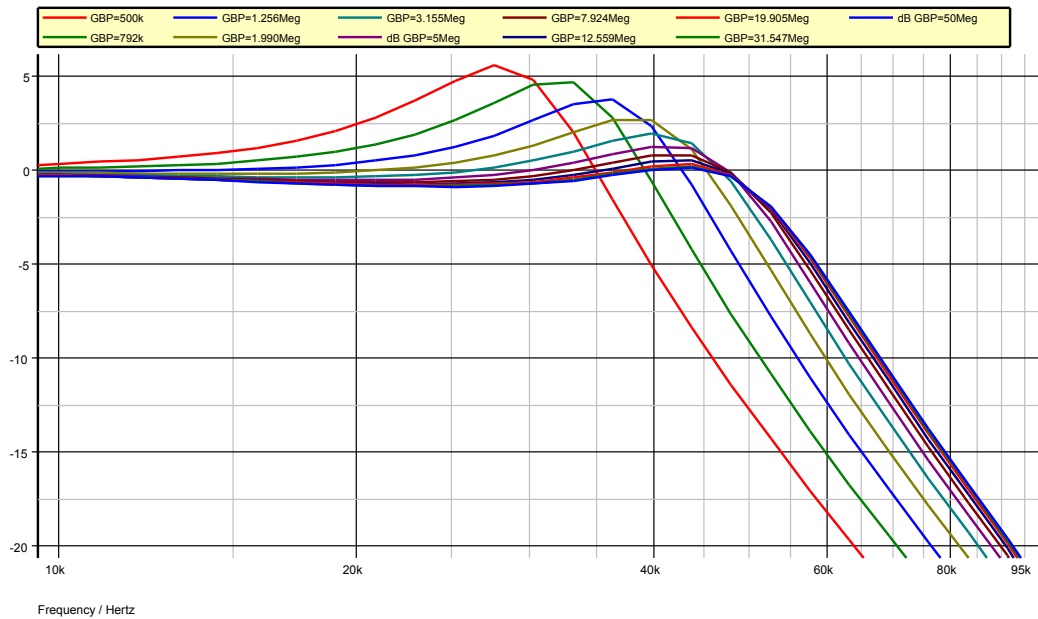


Abbildung 4.15: Simulierte Amplitudengänge des Tschebyscheff-Filters für verschiedene Werte des Parameters GBP (Gain-Bandwidth Product)

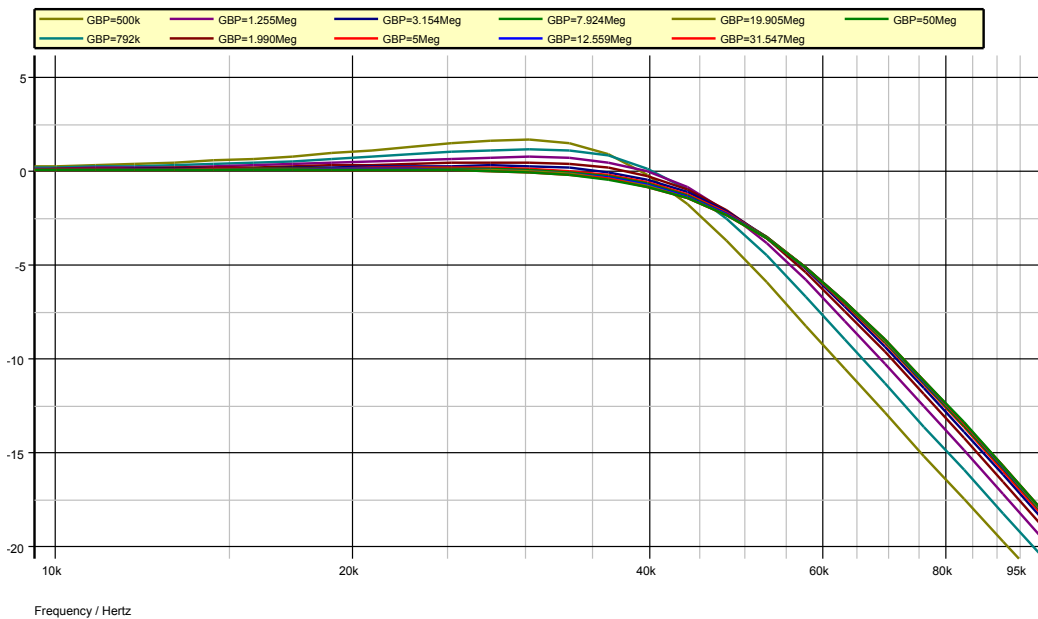


Abbildung 4.16: Simulierte Amplitudengänge des Butterworth-Filters für verschiedene Werte des Parameters GBP (Gain-Bandwidth Product)

herem Gain-Bandwidth Product benötigt wird als für Filter mit geringer Polgüte: Abbildungen 4.17 und 4.18 zeigen die aus den Simulationsdaten errechneten Grenzfrequenzen der Filter als Funktion des Bandbreiten-Parameters GBP. Es ist erkennbar, dass beim Butterworth-Filter die nominelle Grenzfrequenz von 50 kHz bei geringeren Werten von GBP erreicht wird als beim Tschebyscheff-Filter. Bei der Berechnung der Grenzfrequenz wurde deren unterschiedliche Definition bei Butterworth- und Tschebyscheff-Filtern berücksichtigt. Beim Butterworth-Filter ist die Grenzfrequenz als 3 dB-Grenzfrequenz definiert; Beim Tschebyscheff-Filter entspricht sie der Frequenz, bei der die Amplitude um die Welligkeit in dB abgesunken ist, in diesem Fall um 1 dB.

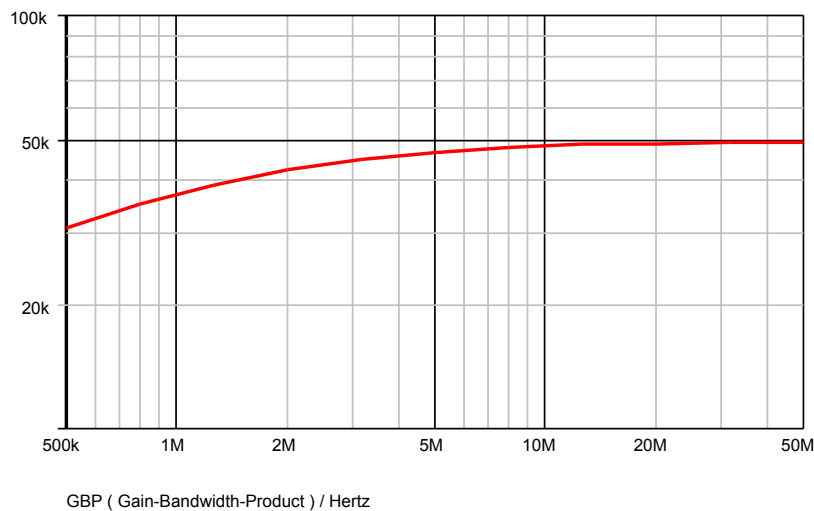


Abbildung 4.17: Grenzfrequenz des Tschebyscheff-Filters als Funktion des Gain-Bandwidth Products

4.2.3 Vergleich der Dimensionierungsverfahren

Im vorherigen Abschnitt wurden die MFB-Filterstufen mittels des Verfahrens aus Fall 1 dimensioniert. Um beide Dimensionierungsverfahren zu vergleichen, wurde die MFB-Filterstufe des aus vorherigem Abschnitt bekannten Butterworth-Filters nach dem Verfahren aus Fall 2 erneut dimensioniert. Die Werte der frei wählbaren Kapazitäten wurden in derselben Größenordnung wie bei Dimensionierung 1 gewählt. Dies führte bei der Berechnung der übrigen Bauteilwerte zu sehr ähnlichen Ergebnissen wie bei Dimensionierung 1.

In Simulationen beider Dimensionierungen waren keine Unterschiede in der Performance auszumachen. Die Sensibilität auf Bauteiltoleranzen war in beiden Fällen ge-

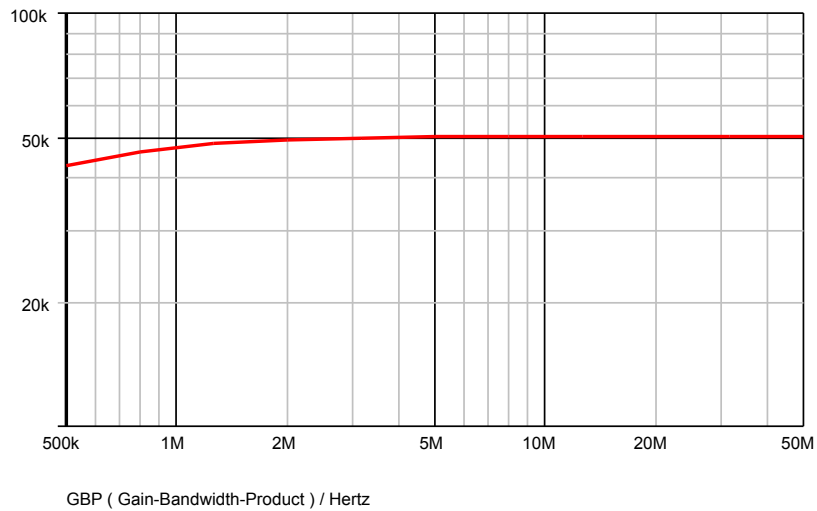


Abbildung 4.18: Grenzfrequenz des Butterworth-Filters als Funktion des Gain-Bandwidth Products

ring: Bereits mit Kapazitätstoleranzen von 20% konnten Amplitudengänge erzielt werden, deren Abweichungen vom idealen Verlauf geringer als 0,5 dB waren. In Abbildung 4.19 sind die Ergebnisse der Monte-Carlo-Analysen der nach Fall 1 und Fall 2 dimensionierten Schaltungen dargestellt.

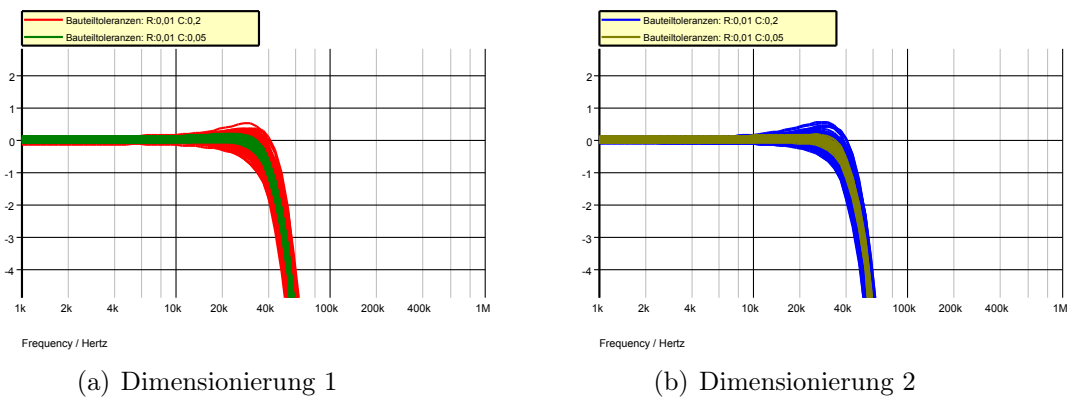


Abbildung 4.19: Monte-Carlo-Analysen der Amplitudengänge

4.3 State-Variable-Filter

Das State-Variable-Filter ist ein auf aktiven Integratorschaltungen basierendes Filter zweiter Ordnung, das die Filtertypen Tiefpass, Bandpass und Hochpass an unterschiedlichen Abgriffen der Schaltung bereitstellt. Es wird auch als *Zustandsvariablenfilter* oder, aufgrund der drei genannten gleichzeitig verfügbaren Filtertypen, als *Universalfilter* bezeichnet. Wenn die Ausgänge der drei Filtertypen gewichtet summiert werden, lässt sich auf Basis des State-Variable-Filters ein Filter mit allgemeiner biquadratischer Übertragungsfunktion erzeugen; daher wird das State-Variable-Filter auch als *Biquad-Filter* bezeichnet.[10] Das State-Variable-Filter in der sogenannten *KHN*¹-Struktur ist in Abbildung 4.20 dargestellt.[10] Eine weitere Form des State-Variable-Filters ist als *Tow-Thomas*-Struktur bekannt; diese wird hier nicht behandelt.

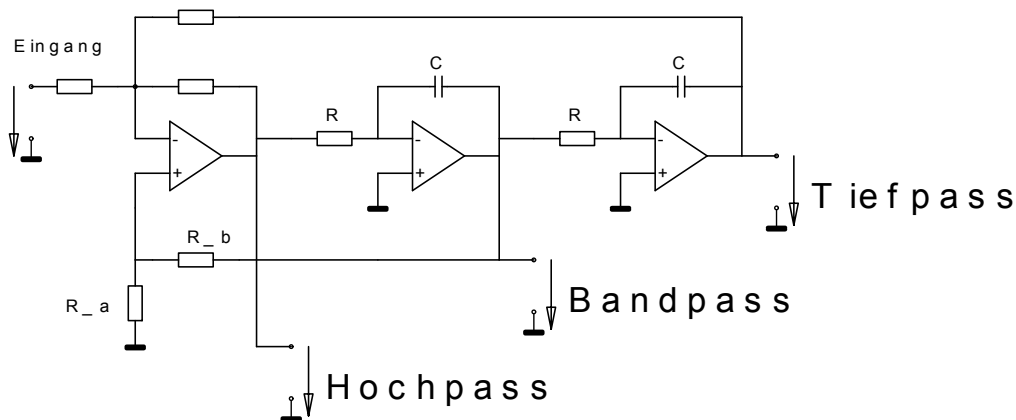


Abbildung 4.20: State-Variable-Filter in KHN-Struktur

Im folgenden wird die Bezeichnung KHN-Struktur synonym für das State-Variable-Filter in KHN-Struktur gebraucht.

Hochpass- und Tiefpass-Ausgang des KHN-Filters invertieren das Eingangssignal; der Bandpass-Ausgang ist nicht invertierend. Die Polfrequenz des Filters ist von der Zeitkonstante RC der invertierenden Integratoren abhängig; die Polgüte wird primär über den Spannungsteiler aus R_A und R_B festgelegt. Durch eine geschickte Wahl der verbleibenden Widerstände am Eingangs-Differenzverstärker lässt sich das KHN-Filter so auslegen, dass Polfrequenz und Polgüte über RC beziehungsweise R_A , R_B unabhängig voneinander eingestellt und variiert werden können. Das KHN-Filter ist prädestiniert

¹Kerwin, Huelsman, Newcomb. State variable synthesis for insensitive integrated circuit transfer functions. *IEEE Transactions on Circuit Theory* 1968.

für Anwendungen, in denen die Durchstimmbarkeit der Polfrequenz gefordert ist, ohne dass dabei die Polgüte beeinflusst wird. Im Audibereich werden State-Variable-Filter zum Beispiel in parametrischen Equalizern [9] sowie als *Voltage-Controlled-Filter* in Synthesizern eingesetzt. In letzterem Fall wird dabei auf OTA²-basierte Integratoren zurückgegriffen, deren Zeitkonstante sich über einen Steuerstrom steuern lässt.[5]

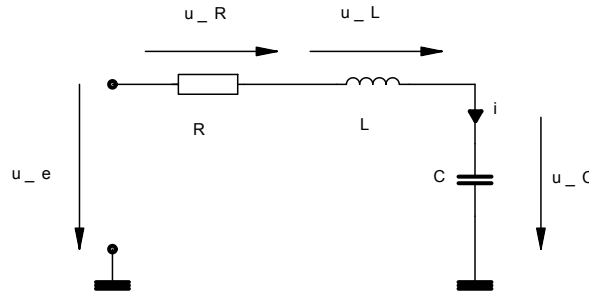


Abbildung 4.21: RLC-Vierpol als Grundlage der KHN-Struktur

Zustandsvariablen-Technik

Die Schaltungsstruktur des State-Variable-Filter, zu deutsch *Zustandsvariablen-Filter* entsteht bei der Anwendung der sogenannten Zustandsvariablen-Technik auf einen passiven *RLC*-Vierpol zweiter Ordnung. In diesem Abschnitt wird dieser Zusammenhang nachvollzogen. Bei der Zustandsvariablen-Technik werden die sich aus den Strom-Spannungsbeziehungen passiver *RLC*-Schaltungen ergebenden Differenzialgleichungen mit aktiven Verstärkerelementen nachgebildet.[10] Die sich aus den Bauteilgesetzen von Spule und Kondensator ergebenden Differenzialgleichungen eines *RLC*-Vierpols zweiter Ordnung, dargestellt in Abbildung 4.21, lauten:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{1}{L}u_c + \frac{1}{L}u_e \quad (4.19)$$

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{1}{C}i \quad (4.20)$$

Mit den Zustandsvariablen $x_1 \hat{=} i$, $x_2 \hat{=} u_c$ und der Eingangsgröße $u \hat{=} u_e$ lassen sich diese Differenzialgleichungen als System der Form $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$ darstellen:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{pmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/C & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \end{pmatrix} u \quad (4.21)$$

In Abbildung 4.22 ist das zu diesem Differenzialgleichungssystem gehörige Strukturbild dargestellt. Die dargestellte Struktur ähnelt bereits dem State-Variable-Filter.

²Operational-Tranconductance-Amplifier

Zum KHN-Filter gelangt man durch die Verwendung von invertierenden Integratoren anstelle der $1/s$ -Blöcke, und eines Differenzverstärkers, welcher die Funktion des Summationspunktes realisiert.

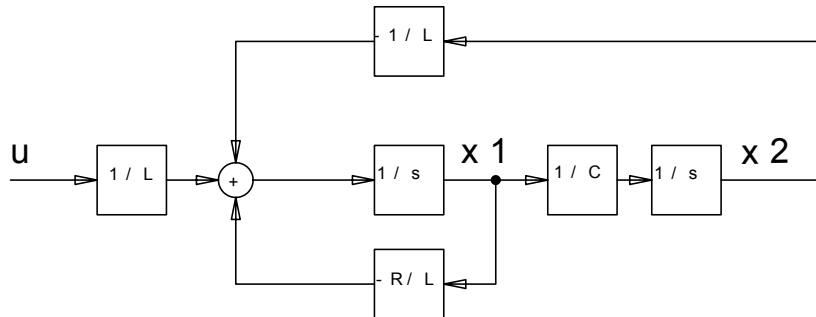


Abbildung 4.22: Strukturbild der Zustandsvariablen-Darstellung eines RLC-Vierpols

4.3.1 Übertragungsfunktionen und Dimensionierung

Abbildung 4.23 zeigt die Schaltung des State-Variable-Filters in KHN-Struktur.[10] Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die invertierenden Integratoren als Funktionsblöcke dargestellt. Um die Darstellung der Übertragungsfunktion und der Dimensionierungsgleichungen zu vereinfachen, werden im weiteren Verlauf die Zeitkonstanten der Integratoren als gleich groß angenommen.

Im folgenden werden die Übertragungsfunktionen der drei Filterausgänge Tiefpass, Bandpass und Hochpass angegeben. Das gemeinsame Nennerpolynom der drei Filtertypen lautet:[10]

$$N(s) = 1 + sRC \frac{R_A}{R_A + R_B} \left(1 + \frac{R_T}{R_R} + \frac{R_T}{R_E} \right) + s^2 R^2 C^2 \frac{R_T}{R_R} \quad (4.22)$$

Die Übertragungsfunktionen der Filtertypen lauten:[10]

$$H_{HP}(s) = -\frac{(R_T/R_E)s^2 R^2 C^2}{N(s)} \quad H_{BP}(s) = \frac{(R_T/R_E)sRC}{N(s)} \quad H_{TP}(s) = -\frac{(R_T/R_E)}{N(s)} \quad (4.23)$$

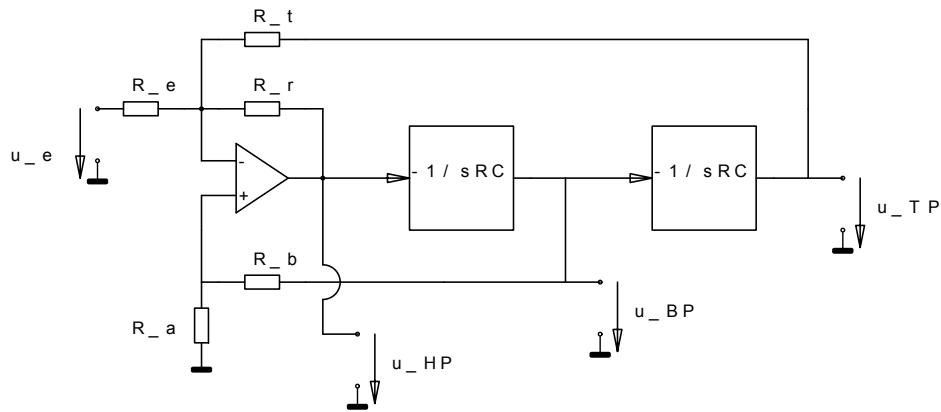


Abbildung 4.23: KHN-Filter

Zur weiteren Vereinfachung der Darstellung werden folgende Widerstandsverhältnisse festgelegt: $R_T/R_E = 1$ und $R_T/R_R = 1$. Für die Übertragungsfunktionen folgt:

$$\text{Hochpass: } H_{\text{HP}}(s) = - \frac{s^2 R^2 C^2}{1 + sRC \frac{3R_A}{R_A + R_B} + s^2 R^2 C^2} \quad (4.24)$$

$$\text{Bandpass: } H_{\text{BP}}(s) = \frac{sRC}{1 + sRC \frac{3R_A}{R_A + R_B} + s^2 R^2 C^2} \quad (4.25)$$

$$\text{Tiefpass: } H_{\text{TP}}(s) = - \frac{1}{1 + sRC \frac{3R_A}{R_A + R_B} + s^2 R^2 C^2} \quad (4.26)$$

Ein Koeffizientenvergleich mit der jeweiligen allgemeinen Übertragungsfunktion aus Gleichung 2.10 bzw. 2.11 führt auf folgende Bestimmungsgleichungen für die Polkenngrößen:

$$\omega_P = \frac{1}{RC} \qquad Q_P = \frac{R_A + R_B}{3R_A} \quad (4.27)$$

Mit den gewählten Widerstandsverhältnissen sind die Verstärkungen im Durchlassbereich von Hochpass und Tiefpass betragsmäßig eins. Beim Bandpass gilt für die Grundverstärkung A_M : [10]

$$A_M = Q_P \quad (4.28)$$

Beim State-Variable-Filter in KHN-Struktur ist die Grundverstärkung des Bandpasses abhängig von der Polgüte. Somit lässt sich die Polgüte nicht variieren, ohne dabei die Verstärkung bei der Resonanzfrequenz zu beeinflussen. In manchen Anwendungen, wie zum Beispiel parametrische Equalizer, ist aber das unabhängige Einstellen von Güte und Grundverstärkung eines Bandpassfilters gefordert. Im folgenden Abschnitt wird eine Modifikation der KHN-Struktur vorgestellt, die das Verändern der Güte unabhängig von der Grundverstärkung erlaubt.

4.3.2 Filterstruktur mit unabhängig einstellbarer Güte

Eine Möglichkeit, die KHN-Struktur zu modifizieren, damit sich beim Bandpassfilter eine unabhängig von der Grundverstärkung einstellbare Güte ergibt, liegt in der Verlegung des Filtereingangs vom negativen Eingang zum positiven Eingang des als Differenzverstärker beschalteten OPVs. Dies führt auf die in Abbildung 4.24 dargestellte Schaltung. Die $-1/sRC$ -Funktionsblöcke sind aus Gründen der Übersichtlichkeit anstelle der invertierenden Integratoren dargestellt. Die dargestellte Filterstruktur ist Bestandteil einer bei Self [9] beschriebenen Equalizerschaltung.

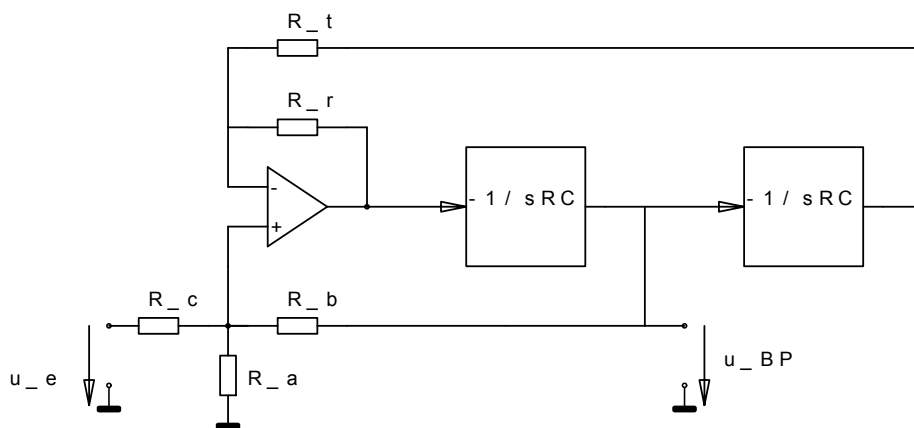


Abbildung 4.24: Modifizierte KHN-Struktur

Im folgenden wird die Übertragungsfunktion des Bandpass-Ausganges dieser nun modifizierten KHN-Struktur hergeleitet. Zur Aufstellung der Eingangs-Ausgangs-Beziehung werden folgende Koeffizienten definiert:

$$\alpha = \frac{R_A || R_B}{R_A || R_B + R_C} \qquad \beta = \frac{R_A || R_C}{R_A || R_C + R_B}$$

Desweiteren soll gelten: $R_T = R_R$. Der als Differenzverstärker beschaltete OPV besitzt somit, vom positiven Eingang aus gesehen, eine Verstärkung von zwei. Die Eingangs-Ausgangs-Beziehung im Laplace-Bereich lautet:

$$U_{BP} = U_e \cdot 2\alpha \left(-\frac{1}{sRC} \right) + U_{BP} \cdot 2\beta \left(-\frac{1}{sRC} \right) - U_{BP} \frac{1}{s^2 R^2 C^2} \quad (4.29)$$

$$\Rightarrow U_{BP} \left[1 + 2\beta \frac{1}{sRC} + \frac{1}{s^2 R^2 C^2} \right] = U_e \cdot 2\alpha \left(-\frac{1}{sRC} \right)$$

Für die Bandpass-Übertragungsfunktion des modifizierten KHN-Filters folgt:

$$H_{BP}(s) = \frac{U_{BP}}{U_e} = -\frac{2\alpha \frac{1}{sRC}}{1 + 2\beta \frac{1}{sRC} + \frac{1}{s^2 R^2 C^2}} = -\frac{2\alpha sRC}{1 + 2\beta sRC + s^2 R^2 C^2} \quad (4.30)$$

Für die Polgüte Q_P und die Grundverstärkung A_M ergibt ein Koeffizientenvergleich mit Gleichung 2.10:

$$2\beta = \frac{1}{Q} \quad \Rightarrow Q_P = \frac{1}{2\beta} \quad (4.31)$$

$$2\alpha = \frac{A_M}{Q_P} \quad \Rightarrow A_M = \frac{\alpha}{\beta} \quad (4.32)$$

A_M wird konstant eins, wenn α gleich β ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn R_C gleich R_B ist. Es folgt dann für α bzw. β :

$$\alpha = \beta = \frac{R_A || R_B}{R_A || R_B + R_B} = \frac{R_A}{2R_A + R_B} \quad (4.33)$$

Für die Polgüte ergibt sich dann:

$$Q_P = \frac{1}{2\beta} = \frac{2R_A + R_B}{2R_A} = \frac{R_A + \frac{R_B}{2}}{R_A} \quad (4.34)$$

Somit kann über R_A die Polgüte Q_P verändert werden, ohne dass dabei die Grundverstärkung des Bandpassfilters beeinflusst wird.

4.3.3 Simulation der modifizierten Filterstruktur

In diesem Abschnitt wird der Frequenzgang des modifizierten KHN-Filters aus Abbildung 4.24 simuliert. Das Ausgangssignal wird dabei am Bandpass-Ausgang des Filters abgegriffen. Um das Verhalten des Filters bei Veränderung der Güte zu überprüfen,

wird ein Parameter-Sweep für den Widerstand R_A durchgeführt. Aus den erzeugten Frequenzgängen werden jeweils die Bandpass-Bandweite und die Güte des Filters errechnet.

Dimensionierung

Für die Bauteile R und C der invertierenden Integratoren werden folgende Werte gewählt: $R = 47 \text{ k}\Omega$, $C = 2,2 \text{ nF}$. Dies ergibt rechnerisch eine Polfrequenz $\omega_P = \frac{1}{RC} = 2\pi \cdot 1,54 \text{ kHz}$. R_R und R_T werden mit $1 \text{ k}\Omega$ angesetzt; R_B und R_C mit $10 \text{ k}\Omega$. Für R_A wird ein Parameter-Sweep von 500Ω bis $50 \text{ k}\Omega$ durchgeführt. Die Polgüte Q_P des dimensionierten Filters beträgt mit Gleichung 4.34 für den Anfangs- und Endwert von R_A rechnerisch:

$$R_A = 500 \Omega \Rightarrow Q_P = 11 \qquad R_A = 50 \text{ k}\Omega \Rightarrow Q_P = 1,1$$

Die dimensionierte Schaltung ist in Abbildung 4.25 dargestellt.

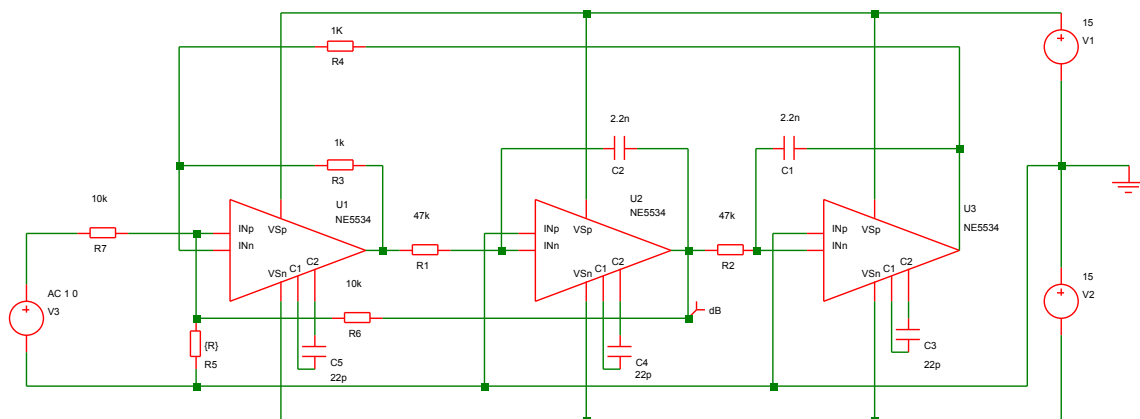


Abbildung 4.25: Dimensioniertes State-Variable-Filter

Simulationsergebnisse

Abbildung 4.26 zeigt das Ergebnis der AC-Analyse des modifizierten KHN-Filters. Durch den Parameter-Sweep des Widerstandes R_A wurden mehrere Amplitudengänge des Bandpassfilters für unterschiedliche Güten erzeugt. Wie erwünscht, bleibt bei einer Veränderung der Polgüte über R_A die Grundverstärkung des Filters konstant. Die Werte des Parameter-Sweeps von R_A waren logarithmisch unterteilt. Um die berechneten Werte für die Güte zu überprüfen sowie eine Kennlinie der Güte abhängig von R_A zu gewinnen, wurde für alle Amplitudengänge die 3 dB-Bandpass-Bandweite berechnet. Die Bandpass-Bandweite des Filters als Funktion von R_A ist in Abbildung

4.27 links dargestellt. Die Güte lässt sich aus der Bandweite wie folgt berechnen:

$$Q = \frac{\text{Resonanzfrequenz}}{3 \text{ dB-Bandweite}} \quad (4.35)$$

Die aus den Simulationsdaten ermittelte Güte als Funktion von R_A ist in Abbildung 4.27 rechts dargestellt. Die simulierten Werte der Güte bei den Endwerten von R_A stimmen mit den vorher berechneten Werten überein. Es ist zu erkennen, dass sich die Güte des modifizierten KHN-Filters für steigende Werte von R_A einem Mindestwert von eins annähert.

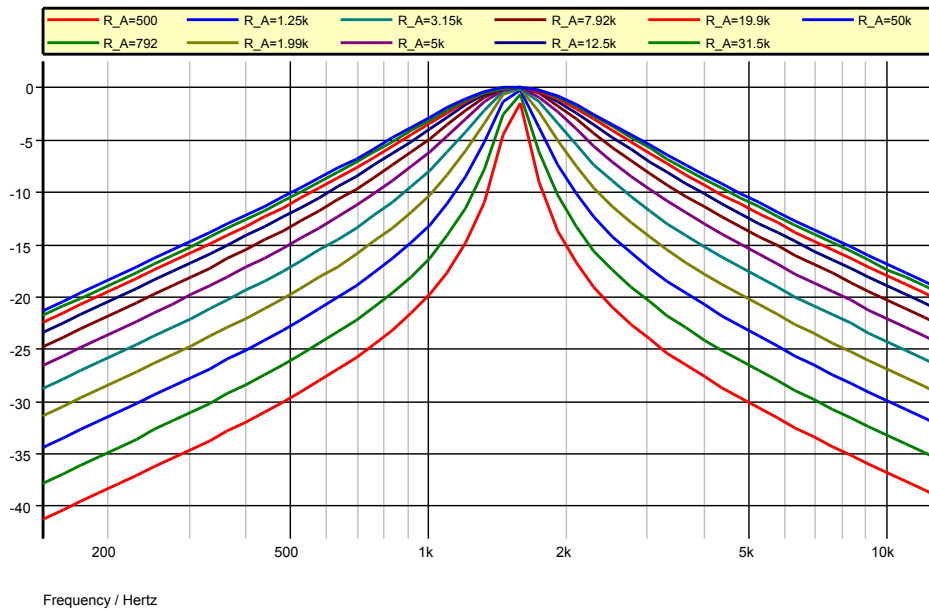


Abbildung 4.26: Amplitudengänge des modifizierten KHN-Filters für verschiedene Werte von R_A

4.3.4 Simulation des Einflusses der begrenzten OPV-Bandbreite

Die invertierenden Integratoren und der Differenzverstärker eines State-Variable-Filters werden mit OPV-Schaltungen realisiert und sind somit den Einflüssen des nicht idealen Verhaltens realer OPVs bei hohen Frequenzen ausgesetzt. In diesem Abschnitt wird das Verhalten des State-Variable-Filters aus Abbildung 4.24 bei begrenzten OPV-Bandbreiten in einer Simulation untersucht. Bei den Simulationen wird die im Abschnitt zum MFB-Filter beschriebene Ersatzschaltung eines OPVs verwendet, welche das Tiefpassverhalten der Differenzverstärkung und den Open-Loop-Ausgangs-

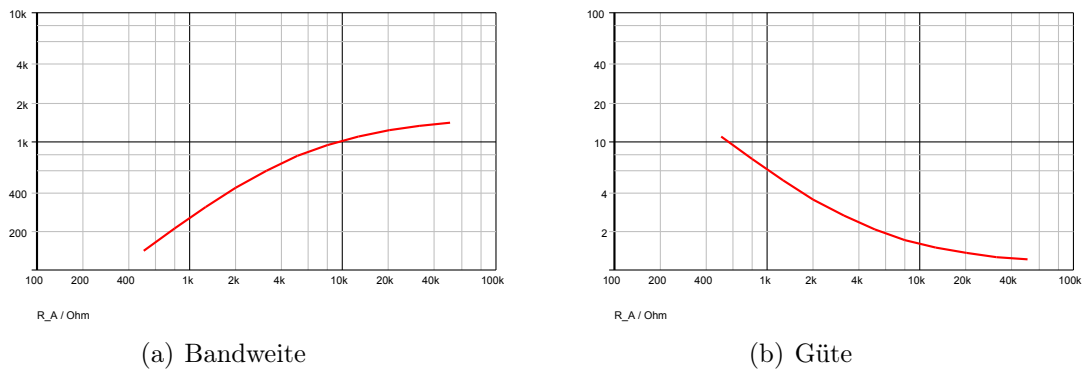


Abbildung 4.27: Bandpass-Bandweite und Güte des modifizierten KHN-Filters für verschiedene Werte von R_A

widerstand eines realen OPVs modelliert. Untersucht wird das Bandpassfilter aus vorherigem Abschnitt. Abbildung 4.28 zeigt die simulierte Schaltung

Simulation und Ergebnisse

Es wurden zwei lineare Sweeps des Gain-Bandwidth Products durchgeführt, einmal mit einem Open-Loop-Ausgangswiderstand $R_{aOL} = 1 \text{ k}\Omega$ und einmal mit $R_{aOL} = 100 \Omega$. Die simulierten Frequenzgänge sind in Abbildung 4.29 dargestellt. Der Plot zeigt, dass ein kleiner Open-Loop-Ausgangswiderstand ebenso ein Kriterium bei der Wahl des OPVs darstellen kann wie eine möglichst hohe Transitfrequenz. Durch eine Verringerung von R_{aOL} um eine Dekade, konnte in der Simulation der Frequenzbereich, bei dem der Frequenzgang des Filters beginnt vom idealen Verlauf abzuweichen, um fast eine Dekade nach oben verschoben werden.

Es ist wichtig zu erwähnen, dass die OPV-Bandbreite nur einer von vielen möglichen Aspekten nicht idealen Verhaltens realer Schaltungen ist.

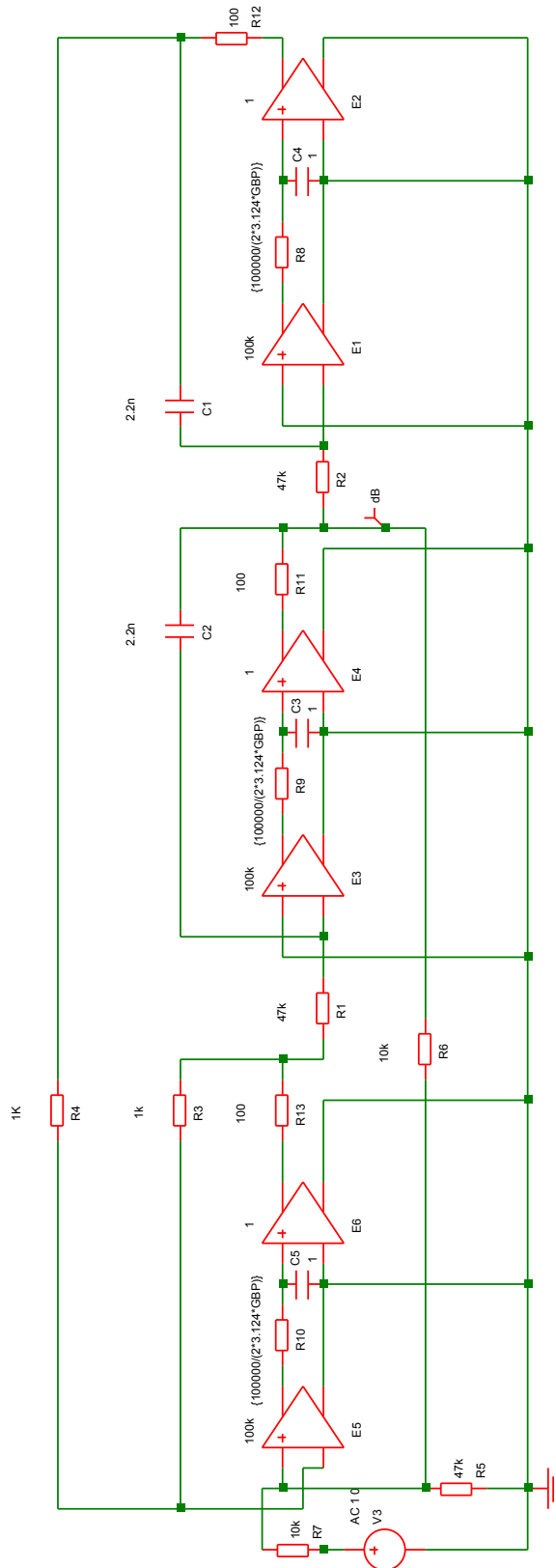


Abbildung 4.28: Schaltung zur Simulation des Einflusses begrenzter OPV-Bandbreiten

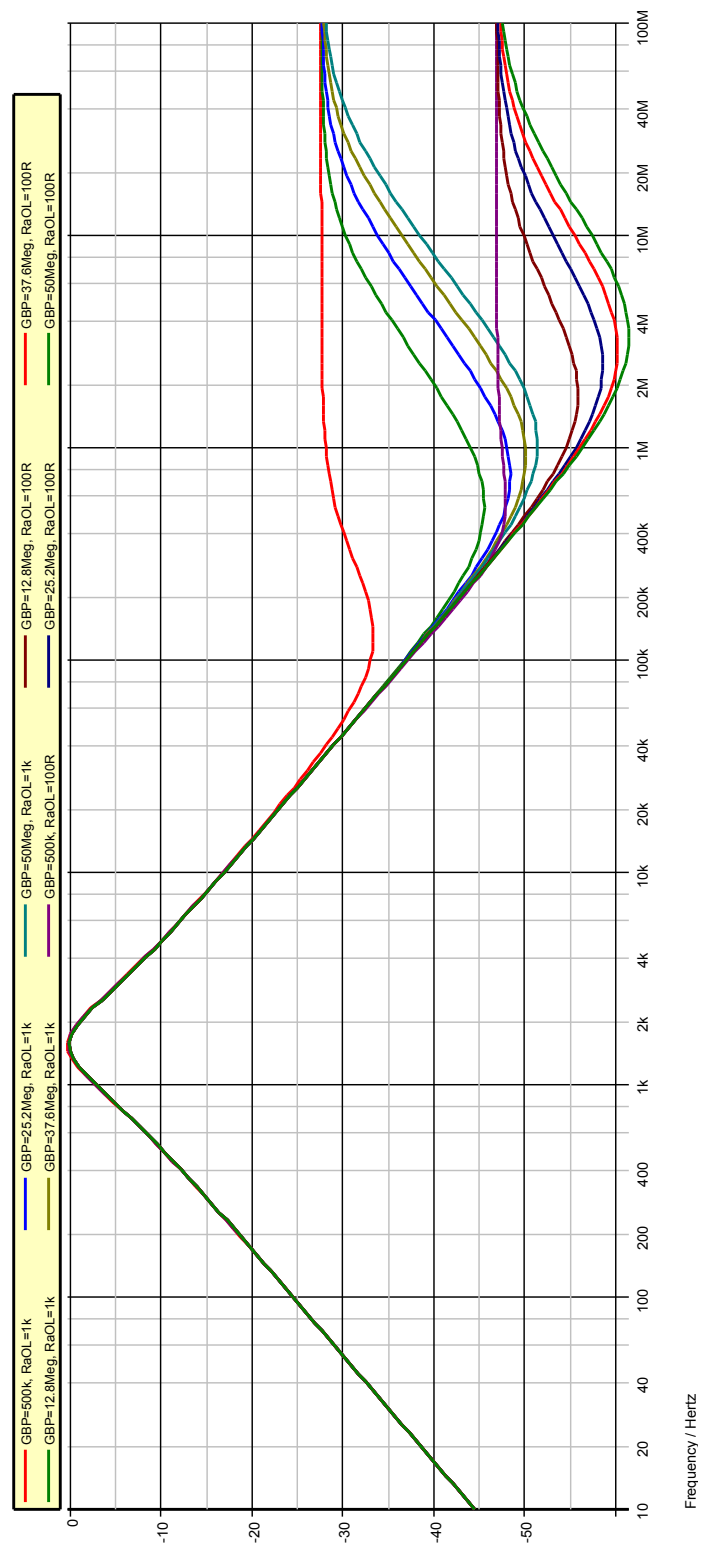


Abbildung 4.29: Simulierte Frequenzgänge für verschiedene OPV-Bandbreiten (GBP) und Ausgangswiderstände (R_{aOL})

4.4 Weitere Filtertechniken

4.4.1 Passive *RLC*-Filter

Passive *RLC*-Filter werden als Kettenleiter-Schaltung ausgeführt. Bei einem Tiefpassfilter befinden sich in den Längszweigen des Kettenleiters Induktivitäten und in den Querszweigen Kapazitäten. Diese Schaltung wird auch als *RLC-Abzweigstruktur* bezeichnet.[10] Für den Entwurf passiver *RLC*-Filter gibt es spezielle Entwurfstabellen, in denen die Bauteilwerte von *RLC*-Tiefpässen für verschiedene Ordnungen und Charakteristiken angegeben werden. Die Werte sind dabei auf die Einsatzfrequenz und die Lastimpedanz des Filters normiert. Abbildung 4.30 stellt ein *RLC*-Tiefpassfilter fünfter Ordnung mit Butterworth-Charakteristik dar. Neben den Bauelementen sind die auf eine Einsatzfrequenz von 1 rad/s und eine Lastimpedanz von 1Ω normierten Bauteilwerte angegeben.[11]

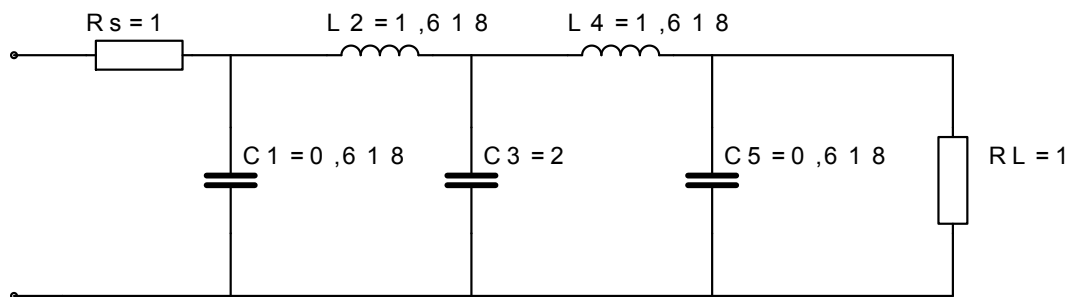


Abbildung 4.30: Passiver Butterworth-Tiefpass 5. Ordnung

Mit Hilfe von Transformationsvorschriften lassen sich die normierten Bauelemente auf die gewünschte Einsatzfrequenz des Tiefpassfilters umrechnen, sowie das Tiefpassfilter in einen anderen Filtertyp überführen. Zu einem *RLC*-Hochpass gelangt man durch das Vertauschen von Spulen und Kondensatoren. Für die Umrechnung der normierten Bauteilwerte L^* , C^* auf die Einsatzfrequenz ω_D und die gewünschte Lastimpedanz R gelten folgende Beziehungen:[11]

$$L = \frac{RL^*}{\omega_D} \qquad C = \frac{C^*}{\omega_D R} \qquad (4.36)$$

Für die Transformation in ein Hochpassfilter gilt:

$$L = \frac{R}{\omega_D C^*} \qquad C = \frac{1}{\omega_D RL^*} \qquad (4.37)$$

4.4.2 Aktive Filter basierend auf RLC -Strukturen

Damit auf die meist teuren und großen Induktivitäten verzichtet werden kann gibt es Möglichkeiten der aktiven spulenlosen Realisierung dimensionierter RLC -Filter. Eine dieser Möglichkeiten ist die im Abschnitt zum State-Variable-Filter beschriebene Zustandsvariablen-Technik, mit der das passive Filter als Analogrechenschaltung aus Integratoren, Summierern und Koeffizientengliedern implementiert wird.

Die elektronische Simulation der Induktivitäten mit aktiven RC -Schaltungen stellt eine weitere Realisierungsmöglichkeit eines RLC -Filters dar. Einseitig geerdete Induktivitäten können mit dem sogenannten *General Impedance Converter* elektronisch nachgebildet werden. Abbildung 4.31 stellt die Schaltung des General Impedanz Converters, kurz GIC, dar.

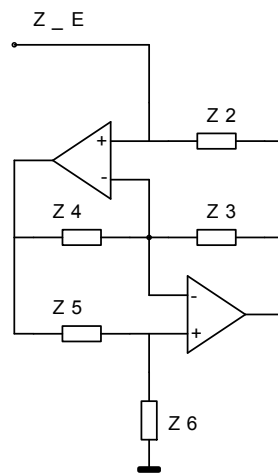


Abbildung 4.31: General Impedance Converter

Die Gesamtimpedanz Z_E des GIC aus Abbildung 4.31 lautet:[10]

$$Z_E = \frac{Z_2 Z_4 Z_6}{Z_3 Z_5} \quad (4.38)$$

Einseitig geerdete Induktivitäten, zum Beispiel die eines RLC -Hochpassfilters, können mit dem GIC synthetisiert werden. Dazu muss entweder Z_3 oder Z_5 aus einem Kondensator, sowie die verbleibenden Impedanzen aus Widerständen bestehen. Für $Z_5 = 1/sC_5$ folgt:

$$Z_E = \frac{R_2 R_4 R_6 s C_5}{R_3} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{R_2 R_4 R_6 C_5}{R_3}$$

FDNR-Technik

Mit einem GIC können nur Induktivitäten nachgebildet werden, die einseitig mit Masse verbunden sind. Um auch RLC -Tiefpässe, deren Spulen sich in den Längszweigen befinden, mittels GIC-Schaltungen realisieren zu können, wendet man die sogenannte *FDNR-Technik* an. Dabei wird die Übertragungsfunktion der als Grundlage dienenden RLC -Schaltung mit dem Term $\frac{1}{\tau s}$ erweitert. Die Koeffizienten dieser erweiterten Übertragungsfunktion können nun als transformierte Bauelemente gedeutet werden.[10] Durch dieses Vorgehen, auch *Bruton-Transformation* genannt, werden Induktivitäten in reelle Impedanzen transformiert. Kapazitäten werden in ein künstliches Bauelement D transformiert, auch *Frequency Dependant Negative Resistor* genannt, welches mit einem GIC realisiert werden kann. Die folgenden Gleichungen stellen die Transformationsbeziehungen dar. Dabei sind R^*, L^*, C^* die Bauelemente der Ausgangsschaltung; τ ist ein frei wählbarer Skalierungsfaktor, um zu realistischen Bauteilwerten zu gelangen.

$$R^* \quad \begin{matrix} (\cdot \frac{1}{\tau s}) \\ \longrightarrow \end{matrix} \quad \frac{R^*}{\tau s} = \frac{1}{sC} \quad (4.39)$$

$$sL^* \quad \begin{matrix} (\cdot \frac{1}{\tau s}) \\ \longrightarrow \end{matrix} \quad \frac{L^*}{\tau} = R \quad (4.40)$$

$$\frac{1}{sC^*} \quad \begin{matrix} (\cdot \frac{1}{\tau s}) \\ \longrightarrow \end{matrix} \quad \frac{1}{\tau s^2 C^*} = \frac{1}{s^2 D} \quad (4.41)$$

Das neu entstandene Bauelement D besitzt folgende Impedanz:

$$Z_D = \frac{1}{s^2 D} \quad \text{bzw.} \quad Z_D = -\frac{1}{\omega^2 D} \quad (4.42)$$

Mit einer GIC-Schaltung kann ein D -Element realisiert werden, wenn beispielsweise Z_4 und Z_6 aus Kondensatoren, und die übrigen Impedanzen aus Widerständen gebildet werden. Es ergibt sich:

$$Z_E = \frac{R_2}{s^2 C_4 C_6 R_3 R_5} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{C_4 C_6 R_3 R_5}{R_2}$$

5 Realisierungsaspekte

In diesem Abschnitt werden Themen behandelt, die beim Übergang von der theoretischen Schaltung zum realen Aufbau aktiver Filter eine Rolle spielen, wie zum Beispiel die Eigenschaften passiver Bauelemente oder auch die sinnvolle Festlegung von bei der Dimensionierung scheinbar frei wählbarer Größen.

Implementierung von Zeitkonstanten

Bei der Dimensionierung von Filtern ist zum Teil offengelassen, in welcher Größenordnung die Werte von Widerstand und Kapazität liegen sollen, die eine Zeitkonstante $\omega = 1/RC$ bilden. In der Praxis werden die Kapazitätswerte nach unten hin durch den nötigen Abstand begrenzt, welcher zu parasitären Kapazitäten im Schaltungsaufbau eingehalten werden muss. Diese untere Grenze liegt im 100 pF-Bereich.[10]

Werden die Kapazitätswerte nahe der unteren Grenze gewählt, liegen die Widerstandswerte bei gegebener Zeitkonstante in ihrem oberen Grenzbereich: Das thermische Rauschen von zu großen Widerständen kann eine niederohmigere Auslegung der Schaltung nötig werden lassen. Die untere Grenze der Widerstandswerte bildet die maximale Belastbarkeit der aktiven Elemente der Schaltung. Eine realistische Größenordnung für die Widerstände ist der 1 – 10 k Ω -Bereich.

Eine mögliche obere Begrenzung der Kapazitätswerte stellt die Größe der Bauform oder die Verfügbarkeit sowie der Preis des gewünschten Kondensatortyps dar.

Wahl des Kondensatortyps

In Filterschaltungen fallen über Kondensatoren Signalspannungen ab. Daher sind die Anforderungen an Kondensatoren in Filterschaltungen höher als in anderen Anwendungen: Der Kapazitätswert sollte möglichst unabhängig von Temperatureinflüssen sein. Desweiteren ist eine geringe Eigeninduktivität des Kondensators wünschenswert. Nach *Self* [9] sind folgende Typen für Audio-Filterschaltungen besonders geeignet:

- Folienkondensatoren mit Polypropylen als Dielektrikum
- Keramik-Kondensatoren vom Typ NP0

Metallisierte Polypropylen-Folienkondensatoren (MKP) sind mit Kapazitätswerten vom 10 nF- bis in den 1 μ F-Bereich erhältlich und zeichnen sich durch einen niedrigen Temperaturkoeffizienten sowie einen geringen Verlustfaktor aus.[1]

Keramik-Kondensatoren vom Typ NP0 (alternative Bezeichnung: C0G) bieten ähnlich gute Eigenschaften, sind aber nur bis zu Kapazitätswerten im 1 nF-Bereich erhältlich. Sie werden unter anderem für die Frequenzgangkompensation von OPVs verwendet.[9]

Folienkondensatoren vom Typ MKT (alternative Bezeichnung: MKS) mit Polyester als Dielektrikum sind preiswerter als MKP-Typen und im Audiobereich weit verbreitet. Sie sind aber aufgrund eines höheren und frequenzabhängigen Verlustfaktors nicht ideal für den Einsatz in Filterschaltungen. Als nachteilig kann sich auch ein im Vergleich zu anderen Folienkondensator-Typen erhöhter Temperaturkoeffizient erweisen.[1]

Widerstände und Potentiometer

Filter für Audiofrequenzen stellen hohe Anforderungen an die Genauigkeit der passiven Bauelemente, daher werden Metallschicht-Widerstände verwendet, die üblicherweise eine Toleranz von 1% besitzen.

Nachteilig bei Kohleschicht-Widerständen ist neben deren größerer Toleranz ein erhöhtes Rauschen, welches zusätzlich zum thermischen Rauschen auftritt.

Wenn Widerstände durch Potentiometer ersetzt werden, muss beachtet werden, dass kein Gleichstrom durch das Potentiometer fließt, da ansonsten Störgeräusche beim Drehen des Potentiometers entstehen. Es muss beispielsweise darauf geachtet werden, dass keine verstärkten Offsetspannungen von Verstärkern über dem Potentiometer anliegen und keine Biasströme von bipolaren OPVs durch das Potentiometer fließen.[9]

Sollen mit Potentiometern Grenzfrequenzen der Form $\omega = 1/RC$ variabel gemacht werden und die Kennlinie der Frequenzeinstellung in der logarithmischen Darstellung linear verlaufen, muss ein Potentiometer mit invers-logarithmischer Kennlinie verwendet werden.

6 Schlussbetrachtungen

Ziel dieser Arbeit war es, das Thema Analogfilter unter dem Aspekt der Anwendung im Audiobereich zu behandeln. Es wurden die drei wichtigsten Schaltungstypen aktiver Filter in Kaskadentechnik in Hinblick auf Audioanwendungen diskutiert und deren gängige Dimensionierungsverfahren nachvollzogen. Die Theorie analoger Filter wurde zusammengefasst wobei Schwerpunkte bei der Polkenngrößen-Darstellung und dem Entwurf von Filterprototypen gesetzt wurden.

Im Abschnitt über Equalizer wurden zwei wichtige Schaltungsstrukturen, welche zur Realisierung verschiedener Peak- und Shelving-Filter verwendet werden können, vorgestellt. Es wurde auf die verschiedenen Equalizer-Charakteristiken eingegangen und auf deren Auswirkung auf die Verwendungsmöglichkeiten der Equalizerschaltung.

Gewonnene Erkenntnisse

Im folgenden werden einige Erkenntnisse, die im Zuge dieser Arbeit zu den behandelten Themen gewonnen wurden, zusammengefasst.

Im Themenbereich Filtertheorie zeigte sich die hohe praktische Bedeutung der Darstellung von Filterdaten mittels der Polkenngrößen; anhand der Polgüte lassen sich Eigenschaften einer Filterstufe unmittelbar ablesen und somit auch Folgerungen für die Realisierung dieser Filterstufe ziehen. Das Entwurfsbeispiel eines Tiefpassprototypen, bei welchem verschiedene Filtercharakteristiken verglichen wurden, veranschaulichte die großen Unterschiede zwischen Bessel- und Tschebyscheff-Tiefpässen gleicher Grenzfrequenz.

Im Kapitel über Equalizer-Grundstrukturen brachte die Diskussion der Proportional-Q- und Constant-Q-Charakteristik die Unterschiede in den Übertragungsfunktionen von Peakfiltern der jeweiligen Charakteristik zu Tage. Die Charakteristiken beider vorgestellter Schaltungen wurden durch Simulationen dargestellt.

Im Kapitel Aktive Filter für Audio wurden die wichtigsten Schaltungstypen aktiver Filter in Kaskadentechnik untersucht. Beim Sallen-Key-Filter zeigten Monte-Carlo-Analysen, dass die Dimensionierung mit einer festgelegten Verstärkung von eins und dem Einsatz eines als Spannungsfolger beschalteten OPVs deutlich weniger sensibel auf Bauteiltoleranzen reagiert als Dimensionierungen mit höheren Verstärkungen.

Die Diskussion des MFB-Tiefpasses zeigte dessen im Vergleich zum Sallen-Key-Tiefpass gegenteilig gelagerten Stärken und Schwächen: Anders als das Sallen-Key-Filter, welches durch den Einsatz eines Potentiometers leicht durchstimmbar gemacht werden kann, lässt sich das MFB-Filter in Anwendungen wo die Grenzfrequenz variabel gehalten werden soll praktisch nicht verwenden. Die bessere Unterdrückung sehr hoher Frequenzen machen das MFB-Filter aber ideal für einen Einsatz als Anti-Aliasing-Filter.

Die Untersuchungen zu den Auswirkungen begrenzter OPV-Bandbreiten brachte zu Tage, dass bei MFB-Filterstufen die Anforderungen an die Bandbreite mit der Polgüte der Stufe steigen.

Bei der Behandlung des State-Variable-Filters wurde dessen Herleitung aus einem passiven *RLC*-Filter mittels der Zustandsvariablen-Technik beschrieben. Es wurde ein modifiziertes State-Variable-Filter vorgestellt, welches sich aufgrund seiner unabhängig von der Grundverstärkung einstellbaren Güte sehr gut für den Einsatz in den behandelten Equalizerstrukturen eignet, und als Basis für Entwicklungen von parametrischen Equalizern dienen kann.

Ausblick

Im Bereich der Equalizerschaltungen könnte in zukünftigen Arbeiten untersucht werden, wie sich die Constant-Q und die Proportional-Q-Eigenschaft auf Shelving-Filter auswirkt. Eine weitere interessante Fragestellung ist in diesem Zusammenhang, ob die in dieser Arbeit behandelten Equalizer-Charakteristiken auch auf andere, hier nicht behandelte Equalizerschaltungen anwendbar sind.

Im Themenbereich aktiver Filter bietet sich die Untersuchung anderer Filtertechniken auf ihre Eignung für Audioanwendungen an, wie zum Beispiel Filter auf Basis des General-Impedance-Converters. Abschließend wäre die weitere Untersuchung symmetrischer aktiver Filter auf Basis von Fully Differential Amplifiern (FDA) von großem Interesse.

Literaturverzeichnis

- [1] Erwin Böhmer. *Elemente der angewandten Elektronik, 12. Auflage*. Vieweg, 1998.
- [2] Dennis W. Bohn. Constant-q graphic equalizers. In *Audio Engineering Society Convention 79*, 10 1985.
- [3] U.Tietze Ch.Schenk. *Halbleiterschaltungstechnik, 12. Auflage*. Springer-Verlag, 2002.
- [4] Harald Hartl et al. *Elektronische Schaltungstechnik*. Pearson, 2008.
- [5] Hans Joachim Helmstedt. *Formant Pro - Modulares Sound-System MSS2000*. Elektor-Verlag, 2000.
- [6] Raymond Y. Chiao Morgan W. Mitchell. Causality and negative group delays in a simple bandpass amplifier. *American Journal of Physics*, 66(1):14–19, 1998.
- [7] Douglas Preis. Phase distortion and phase equalization in audio signal processing- a tutorial review. *J. Audio Eng. Soc*, 30(11):774–794, 1982.
- [8] Dietmar Rudolph. Skripte zu signale und systeme. <http://www.diru-beze.de/signale/skripte/index.html>. Aufgerufen am 24.9.2012.
- [9] Douglas Self. *Small Signal Audio Design*. Elsevier, 2010.
- [10] Lutz v. Wangenheim. *Aktive Filter und Oszillatoren*. Springer-Verlag, 2008.
- [11] Steve Winder. *Analog and Digital Filter Design*. Newnes, 2002.
- [12] Hank Zumbahlen. *Linear Circuit Design Handbook*. Newnes, 2008.