

# **Eigenfrequenzen - Eigenmoden Resonanzfrequenzen - Raummoden**

Bachelorarbeit

durchgeführt von

**Stefan Plagg & Martin Pobitzer**

Institut für Signalverarbeitung und Sprachkommunikation  
der Technischen Universität Graz

Leiter: Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Gernot Kubin

Betreuer: Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Gerhard Graber

Graz, im Juli 2011

## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am .....

.....  
(Unterschrift)

Graz, am .....

.....  
(Unterschrift)

## Zusammenfassung

Die vorliegende Bachelorarbeit beschäftigt sich mit der Ausbildung von stehenden Wellen im Raum. Da in diesem Zusammenhang die Begriffe Eigenmoden und Raummoden oft verwechselt werden, ist einer der Kernpunkte die Unterschiede beider Begriffe aufzuzeigen.

Im ersten Kapitel wird eine Einführung zur Arbeit gegeben. Teil zwei beschreibt die theoretischen Grundlagen. Im dritten Teil werden kurz die Berechnungsschritte, die in der Simulationssoftware *COMSOL Multiphysics* durchgeführt werden, beschrieben. In Kapitel 4 wird eine Eigenfrequenzanalyse für verschiedene Raumtypen durchgeführt und der Einfluss von verschiedenen Wand- und Deckenformen untersucht. Die Ergebnisse werden diskutiert und grafisch dargestellt. Der letzte Teil behandelt die Frequenzbereichsanalyse. Bei dieser Analyseart wird das Schallfeld mit einer Quelle angeregt und der Einfluss von Quellposition und Beobachter bzw. Mikrofonposition auf die Raummodenausformung untersucht. Außerdem wird versucht ein Zusammenhang zwischen Güte einer Resonanzstelle und dem Dämpfungsterm der Eigenfrequenz zu finden. Die Ergebnisse werden wieder diskutiert und grafisch dargestellt.

## Abstract

This bachelor thesis deals with the formation of standing waves in rooms. Since in this context the terms “Eigenmoden” and “Raummoden” are often confused, one key element and key aim of this work is to show the differences between the two concepts.

The first chapter provides an introduction to the topic. Chapter two deals with and describes its theoretical foundations. The third chapter is a brief description of the calculation steps performed within in the simulation software *COMSOL Multiphysics*. In Chapter 4, an eigenfrequency study is carried out for various types of rooms, and the influence of different wall and ceiling forms is examined. The study results are graphically illustrated, explained and discussed.

The last chapter deals with the frequency domain study. In this study type, the sound-pressure field is stimulated by a source; then the influence of the source’s position as well as of the observer (microphone) on the sound-pressure field is examined. Finally, we have tried to find a relationship and a link between the quality of a resonance point and the eigenfrequency’s damping term. These research results are also graphically shown and analyzed.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>8</b>
1.1	Motivation & Aufgabenstellung.....	8
1.2	Gliederung.....	9
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>10</b>
2.1	Eigenfrequenzen und Eigenmoden.....	10
2.1.1	Darstellung im Frequenzraum .....	11
2.2	Resonanzfrequenzen und Raummoden .....	13
2.2.1	Grenzfrequenz eines Raumes .....	13
<b>3</b>	<b>FEM Simulationen in COMSOL Multiphysics</b>	<b>15</b>
3.1	Eigenfrequenzanalyse.....	15
3.2	Frequenzbereichsanalyse.....	16
3.2.1	Delany Bazley Model .....	16
<b>4</b>	<b>Eigenfrequenzanalyse</b>	<b>19</b>
4.1	Einstellungen in <i>COMSOL Multiphysics</i> .....	19
4.2	Zusammenhang zwischen Ausbreitungsgeschwindigkeit $C$ , Wellenlänge $\lambda$ und Frequenz $f$ im Raum.....	25
4.3	Die Auswirkungen der Raumgeometrie auf das Schallfeld .....	28
4.3.1	Verwendete Raumgeometrie .....	29
4.3.2	Die Entstehung von Eigenmoden .....	30
4.3.3	Auswirkungen der Raumgeometrie .....	32
4.3.4	Änderung der harmonisch zueinander liegenden Eigenfrequenzen .....	35
4.3.5	Animationstools .....	36
<b>5</b>	<b>Resonanzfrequenzen – Raumresonanzen</b>	<b>38</b>
5.1	Anregung des Raumes an verschiedenen Positionen .....	38
5.1.1	Auswahl der Quellenpositionen .....	38
5.1.2	Anregung in einem Wellenberg.....	39
5.1.3	Anregung in einem Wellenknoten.....	41
5.1.4	Anregung zwischen Wellenberg und Wellenknoten .....	42
5.2	Anregung in einer Eigenfrequenz.....	44
5.2.1	Anregung im Wellenberg .....	45

---

5.2.2 Anregung im Wellenknoten .....	47
5.3 Anregung mit 30 cm dicker Absorberschicht.....	48
5.3.1 Gedämpfte Schwingung und komplexe Eigenfrequenz .....	49
5.3.2 Auswirkungen der Strömungsresistanz auf die Raummoden.....	51
5.3.3 Zusammenhang zwischen Strömungsresistanz, Güte und dem komplexen Dämpfungsterm .....	51
5.4 Zusammenfassung.....	56
<b>6 Fazit und Ausblick</b>	<b>58</b>
<b>7 Literaturverzeichnis</b>	<b>60</b>
<b>8 Anhang A: Beschreibung der Animationstools</b>	<b>61</b>

---

8.1 Die Dateien Animaton_Quader.exe und Animation_Vergleich.exe .....	61
8.2 Die Datei Frequenzbereichsanalyse.gif und Erstellung einer Animation in <i>COMSOL Multiphysics</i> .....	61

---

<b>9 Anhang B: Dateiverzeichnis</b>	<b>64</b>
-------------------------------------	-----------

---

9.1 Dokumentation .....	64
9.2 Microsoft Excel- Dateien .....	64
9.3 Animationen .....	65
9.4 COMSOL- Dateien .....	66

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 2.1: Darstellung der Eigenfrequenzen im Frequenzraum ([RA] s. 41) .....	12
Abb. 4.1: Auswahl des Koordinatensystems in COMSOL Multiphysics .....	19
Abb. 4.2: Auswahl des physikalischen Interface.....	20
Abb. 4.3: Auswahl des Analyse Typs.....	21
Abb. 4.4: Definition des Quaderraums.....	21
Abb. 4.5: Das Modell wird mit einem Medium befüllt.....	22
Abb. 4.6: Eingabe der Eigenfrequenzen nach denen gesucht werden soll .....	23
Abb. 4.7: „Surface“- Darstellung in <i>COMSOL Multiphysics</i> .....	23
Abb. 4.8: „Slice“- Darstellung in <i>COMSOL Multiphysics</i> .....	24
Abb. 4.9: „Isosurface“- Darstellung in <i>COMSOL Multiphysics</i> .....	24
Abb. 4.10: Axiale Mode 1.0.0 .....	26
Abb. 4.11: Tangentiale Mode 1.1.0.....	26
Abb. 4.12: Schräge Mode 1.1.1 .....	27
Abb. 4.13: zeitlich aufgefaltete axiale Mode im Raum.....	28
Abb. 4.14: Geometrie der simulierten Quaderräume .....	30
Abb. 4.15: Darstellung der drei Modentypen im Seminarraum; (a) axiale Mode 2-0-0, (b) tangentielle Mode 1-1-0, (c) schräge Mode 2-1-1 .....	31
Abb. 4.16: Darstellung der ersten drei Eigenmoden im Quaderraum; (a) 15,89 Hz, (b) 27,50 Hz, (c) 31,76 Hz .....	31
Abb. 4.17: 1-0-1 Mode in drei unterschiedlichen Raumtypen mit gleichem Volumen; (a) 56,57 Hz, (b) 51,82 Hz, (c) 56,69 Hz.....	32
Abb. 4.18: 1-0-1 Mode in drei Räumen mit gefalteten Wänden; (a) 2 gefaltete Wände, (b) 4 gefaltete Wände, (c) 5 gefaltete Wände .....	33
Abb. 4.19: Eigenmoden im Raum mit fünf gefalteten Wänden; (a) 64,52 Hz, (b) 136,50 Hz, (c) 161,82 Hz, (d) 253,86 Hz .....	35

Abb. 4.20: Screenshot der Animation mit Quaderraum.....	37
Abb. 4.21: Screenshot der Animation mit Quaderraum und Seminarraum .....	37
Abb. 5.1: Darstellung der verwendeten Quellen- und Senkenpositionen im Raum.....	38
Abb. 5.2 Schallfeld bei Anregung in einer Raumecke .....	39
Abb. 5.3: Amplitudengang von 30 Hz bis 80 Hz bei Anregung in einer Raumecke .....	40
Abb. 5.4: Schallfeld bei Anregung in einem Wellenberg .....	41
Abb. 5.5: Amplitudengang von 30 Hz bis 80 Hz bei Anregung in einem Wellenknoten.....	42
Abb. 5.6: Schallfeld bei Anregung zwischen einem Wellenberg und einem Wellenknoten ...	43
Abb. 5.7: Amplitudengang von 30 Hz bis 80 Hz bei Anregung zwischen einem Wellenberg und einem Wellenknoten.....	44
Abb. 5.8: Modenbild bei Anregung im Wellenberg einer Eigenfrequenz.....	45
Abb. 5.9: Amplitudengang von 77,4979 Hz bis 77,4985 Hz bei Anregung in einer Eigenfrequenz.....	46
Abb. 5.10: Modenbild bei Anregung im Wellenknoten einer Eigenfrequenz.....	47
Abb. 5.11: Amplitudengang von 77,4979 Hz bis 77,4985 Hz bei Anregung in einer Eigenfrequenz.....	48
Abb. 5.12: gedämpfter Schwingkreis .....	49
Abb. 5.13: Amplitudengang von 5 Hz bis 65 Hz mit 0.1 Hz Auflösung. Verschiedene Strömungsresistenzen bei 30 cm dicker Absorberschicht an den Seitenwänden und der Decke. Blau: $R_f = 1$ ; grün: $R_f = 10$ ; rot: $R_f = 100$ ; .....	51
Abb. 5.14: Resonanzstelle der 1.0.0 Mode für verschiedene Strömungsresistenzen.....	52
Abb. 5.15: -3dB Bandbreite für $R_f = 1$ , $B = 0,23$ , $f_{Res} = 15,846674 + 0,108857j$ , $Q = 68,87$ .....	53
Abb. 5.16: -3dB Bandbreite für $R_f = 10$ , $B = 0,76$ , $f_{Res} = 15,663361 + 0,383251j$ , $Q = 20,60$ .....	53
Abb. 5.17: -3dB Bandbreite für $R_f = 100$ , $B = 1,72$ , $f_{Res} = 14,796225 + 0,835108j$ , $Q = 8,60$ .....	54
Abb. 5.18: Resonanzstelle der 2.1.0 Mode für verschiedene Strömungsresistenzen.....	55
Abb. 8.1: Eingabe des Frequenzbereichs für die Animation.....	62
Abb. 8.2: Öffnen der Animation .....	63
Abb. 8.3: Animationseinstellungen.....	63

# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation & Aufgabenstellung

Stehende Wellen im Raum sind ein wohl bekanntes Phänomen bzw. Problem in der Raumakustik. Dabei treten immer wieder zwei Begriffe auf, nämlich Eigenmoden und Raummoden. Da diese beiden Begriffe häufig verwechselt oder gleichgestellt werden, sollen mit dieser Arbeit klar die Unterschiede herausgearbeitet werden.

Stehende Wellen sind vor allem in Quaderräumen oft ein großes Problem. Im tiefen Frequenzbereich und bei isoliertem Auftreten, werden sie als besonders störend empfunden.

Das zentrale Thema dieser Arbeit ist es, das raumakustische Phänomen der stehenden Wellen theoretisch und mit Hilfe von Simulationen auch praktisch klar darzustellen.

Dazu sollen besonders die Unterschiede zwischen Eigenmoden und Raummoden genauer betrachtet, berechnet und grafisch aufbereitet werden.

Zunächst sind die beiden Phänomene auf theoretischer Basis zu beschreiben.

Anschließend sind die Eigenmoden für verschiedene Raumgeometrien zu berechnen und zu simulieren, um die Auswirkungen der geometrischen Veränderungen auf das Schallfeld zu beschreiben.

Im letzten Abschnitt soll eine Schallquelle in den Raum eingebracht werden und die Abhängigkeit der Raummoden von der Position der Schallquelle untersucht werden.

Alle Berechnungen und Simulationen sollen mit *COMSOL Multiphysics* durchgeführt werden. Außerdem sollen grafische Tools und Animationen zum besseren Verständnis angefertigt werden.

## 1.2 Gliederung

Im ersten Kapitel wird eine kurze Einführung zur vorliegenden Arbeit gegeben. Es enthält die Motivation, die Aufgabenstellung und die Gliederung.

In Kapitel 2 werden die physikalischen Grundlagen zum Thema Eigenmoden- Raummoden dargelegt. Dabei beschäftigt sich Kapitel 2.1 explizit mit den Eigenmoden und Kapitel 2.2 mit den Raummoden.

Im dritten Kapitel werden kurz die Berechnungsgrundlagen von *COMSOL Multiphysics* beschrieben. Kapitel 3.1 beschäftigt sich mit der *Eigenfrequenzanalyse*, Kapitel 3.2 hingegen mit der *Frequenzbereichsanalyse*. In Kapitel 3.2.1 wird kurz auf das Modell von *Delany & Bazley* eingegangen.

In Kapitel 4 werden zunächst die wichtigsten Einstellungen für die Simulation in *COMSOL Multiphysics* beschrieben. Kapitel 4.2 beschäftigt sich mit dem Zusammenhang zwischen Ausbreitungsgeschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz im Raum. Im Abschnitt 4.3 werden die Auswirkungen der Raumgeometrie auf das Schallfeld und die Eigenfrequenzen untersucht. Außerdem wird die Helmholtzzahl als wichtige Kenngröße in der Akustik eingeführt.

Kapitel 5 beschäftigt sich mit der Frequenzbereichsanalyse. Im Abschnitt 5.1 wird das Schallfeld an verschiedenen Positionen angeregt. In Kapitel 5.2 wird explizit ein Resonanzfall untersucht. In Kapitel 5.3 wird der Quaderraum mit einem Absorber ausgekleidet. Es werden die Auswirkungen verschiedener Strömungsresistanzen auf das Schallfeld untersucht.

In Kapitel 6 stehen das Fazit zur Arbeit und Vorschläge für Themen zukünftiger Arbeiten.

In Kapitel 7 ist das Literaturverzeichnis enthalten.

Anhang A beschreibt die Verwendung der Flashanimation und die Erstellung einer Animation in *COMSOL Multiphysics*.

In Anhang B werden alle Dateien aufgelistet welche im Zuge dieser Arbeit erstellt wurden.

## 2 Physikalische Grundlagen

In diesem Kapitel wird zuerst eine kurze Einführung zum Thema Eigenmoden und Eigenfrequenzen gegeben. Im zweiten Teil wird die für das Verständnis wichtige Darstellung im Frequenzraum kurz erklärt. Im dritten Teil steht eine kurze Einführung zum Thema Resonanzfrequenz und Raumresonanz. Dieses Kapitel gibt lediglich eine kleine Einführung zu den benannten Themen. Für eine genauere Darstellung wird auf die angegebene Literatur verwiesen.

### 2.1 Eigenfrequenzen und Eigenmoden

Eigenfrequenzen und Eigenmoden sind akustische Eigenschaften eines Raumes aufgrund seiner geometrischen Abmessungen. Besonders gut lassen sie sich beim Quaderraum veranschaulichen. Dabei geht man von der Annahme von verlustloser ebener Wellenausbreitung in jeder der drei Koordinatenachsen und von ideal schallharten Wänden ( $\alpha = 0$ ). Entspricht nun die Länge einer Raumkante dem ganzzahligen Vielfachen einer halben Wellenlänge, so treffen für diese Frequenz an der reflektierenden Wand alle reflektierten Wellen jeweils mit gleicher Phasenlage auf und überlagern sich gleichphasig. Durch diese konstruktive Interferenz entstehen theoretisch- d.h. bei Vernachlässigung der Luftdämpfung und der Annahme von ideal schallharten Wänden- an den Reflexionsflächen Druckbäuche mit unendlicher Amplitude.

Diese besonders gut in den Raum passenden Frequenzen werden als Eigenfrequenz bezeichnet. Breitet sich eine als ebene Schallwelle angenommene Eigenfrequenz in einem Raum in alle Koordinatenrichtungen aus, entstehen durch die Reflexionen an den Wänden eine Vielzahl von Schallwellen, die sich an jedem Raumpunkt entsprechend ihrer Phasenlage überlagern. Dabei bilden sich Bereiche mit vorwiegend konstruktiven Interferenzen und solche mit vorwiegend destruktiven Interferenzen. Das sich so einstellende Schalldruckmuster wird Eigenmode genannt.

Für den einfachsten Fall eines leeren Quaders mit den Kantenlängen  $l_x, l_y, l_z$  und ideal schallharten Wänden wird angenommen, dass die wandnormale Komponente der Schallschnelle verschwindet. Somit kann das Schallfeld über die Wellengleichung bestimmt werden.

Da die Dissipation während der Ausbreitung ebenso vernachlässigt wird, gilt im inneren des Raumes für den Schalldruck folgende Helmholtz Gleichung

$$\Delta p + k^2 p = 0 \quad (2.1)$$

Durch die Annahme von ideal schallharten Wänden, erhält man für den Schalldruck der stehenden Welle

$$\underline{\hat{p}}_h = \underline{\hat{p}}_r \quad (2.2)$$

$$\underline{p} = 2 \underline{\hat{p}}_h \cdot \cos(kx) \cdot e^{j(\omega t + \varphi_h)} \quad (2.3)$$

Die räumliche Erweiterung von Gleichung (Gl. 2.3) liefert nun für den Schalldruck (genaue Herleitung ([RA] s. 23))

$$\underline{p} = 8 \underline{\hat{p}}_h \cdot \cos(kx) \cdot \cos(ky) \cdot \cos(kz) \cdot e^{j\omega t} \quad (2.4)$$

Durch die Annahme, dass die wandnormale Komponente der Schnelle verschwindet, befindet sich an den Wänden jeweils ein Druckbauch. Das ergibt folgenden Zusammenhang zwischen Raumabmessung und Eigenfrequenz

$$l_i = n \cdot \frac{\lambda_{e,i}}{2} \rightarrow \lambda_{e,i} = \frac{2l_i}{n} \quad (2.5)$$

$n \in \mathbb{N}_0$ ;  $i = x, y, z$ ;  $\lambda_e \dots$  Wellenlänge der Eigenfrequenz

Das ergibt für  $\frac{\lambda_{e,i}}{2}$  und ganzzahlige Vielfache davon diskrete Eigenfrequenzen

$$f_{e,i} = \frac{c}{\lambda_{e,i}} = \frac{n \cdot c}{2 \cdot l_i} \quad (2.6)$$

$f_e \dots$  Eigenfrequenz

## 2.1.1 Darstellung im Frequenzraum

Der Frequenzraum ist eine einfache Darstellungsform, um sich ein Bild von der gegenseitigen Lage der in Kapitel 2.1 bestimmten Eigenfrequenzen zu machen.

Den Frequenzraum bildet ein räumliches rechtwinkliges Netzwerk mit dem Ursprung in einem Eckpunkt, das sich in x-, y-, z- Richtung unendlich ausdehnt.

Abb. 2.1 zeigt einen solchen Frequenzraum. Hier werden die Eigenschwingungen des Quaders durch Knotenpunkte dargestellt ([Cremer] s. 228).

Jeder Zeiger vom Eckpunkt zu einem Knotenpunkt entspricht einer Eigenfrequenz. Die Eigenfrequenz entspricht dem Betrag des Zeigers und kann über Gleichung (Gl. 2.7) berechnet werden.

$$|\vec{f}_r| = \sqrt{\left(\frac{n_x c}{2l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y c}{2l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z c}{2l_z}\right)^2} \quad (2.7)$$

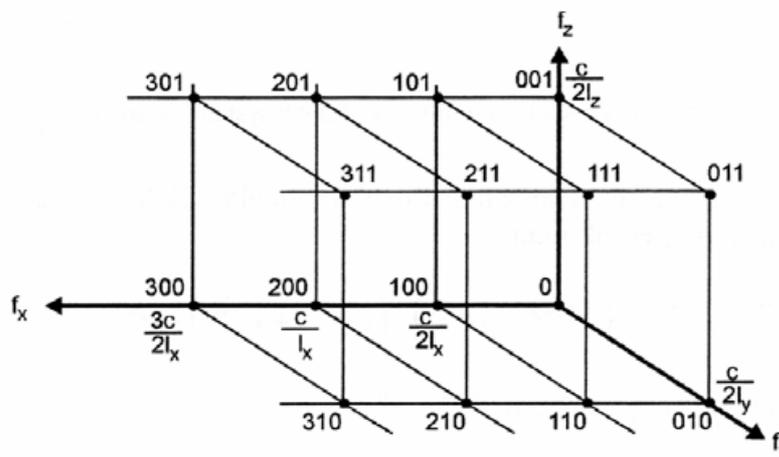
Die Ordnungszahlen  $n_x, n_y, n_z$  sind ganze Zahlen größer gleich null.

Aufgrund der Richtung des Ausbreitungsvektors werden die Eigenschwingungen in 3 Gruppen unterteilt ([RA] s. 41).

Axiale Moden  $\rightarrow$  zwei der Ordnungszahlen sind null  $\rightarrow$  Ausbreitung parallel zur Raumkante

Tangentiale Moden  $\rightarrow$  eine Ordnungszahl ist null  $\rightarrow$  Ausbreitung parallel zu einer Wand

Schräge Moden  $\rightarrow$  alle drei Ordnungszahlen sind verschieden von null



**Abb. 2.1:** Darstellung der Eigenfrequenzen im Frequenzraum ([RA] s. 41)

Eigenfrequenzen werden also grundsätzlich aus den Abmessungen des Raumes (Gl. 2.7) unter der Annahme von einer ebenen Schallwellenausbreitung in alle drei Koordinatenrichtungen berechnet.

## 2.2 Resonanzfrequenzen und Raummoden

Von Resonanzfrequenzen und Raummoden wird gesprochen, wenn in einem Raum mittels einer Schallquelle ein Schallfeld eingebracht wird. Für schwingungsfähige Systeme gilt allgemein, dass die Amplitude, genauer die Schalldruckamplitude viel stärker ausgeprägt ist, wenn die Erregung in einer Eigenfrequenz des Systems erfolgt (Kap. 2.1). Dieser Spezialfall wird in der Physik allgemein als Resonanz bezeichnet ([Cremer] s. 49).

Die Resonanzfrequenz zeichnet sich also dadurch aus, dass der Unterschied zwischen einem Druckmaximum und einem Druckminimum maximal wird und tatsächlich gemessen werden kann.

Das sich im Raum bildende Schallfeld besteht auch hier wieder aus einer Vielzahl von reflektierten Schallwellen, die sich je nach Phasenlage überlagern und zu Bereichen mit vorwiegend konstruktiver Interferenz und solchen mit vorwiegend destruktiver Interferenz führen. Diese Schallfeldmuster werden als Raummoden bezeichnet. Die Ausbildung des Raummodenmusters hängt nun nicht mehr nur von der Raumgeometrie ab sondern ebenso von der Quellposition im Raum.

Wie die Simulationsergebnisse noch zeigen werden, führt die Anregung eines Raumes in einem Eigenmodenmaximum zu einer sehr großen Ähnlichkeit zwischen Eigenmodenmuster und Raummodenmuster. Der Raum lässt sich dabei sehr gut anregen und das Resonanzphänomen kommt voll zur Geltung, d.h. relativ geringe Energie führt zu hohen Resonanzmaxima. Wird hingegen die Quelle in einem Eigenmodennullpunkt positioniert, so kann zum einen der Raum bei dieser Frequenz nur sehr schwer angeregt werden, zum anderen können dabei völlig andere Raummodenmuster auftreten als Eigenmodenmuster. Ein Raum hat also bei einer Eigenmodenfrequenz immer nur ein Eigenmodenmuster, kann aber bei Anregung an verschiedenen Positionen für ein und dieselbe Frequenz mehrere unterschiedliche Raummodenmuster aufweisen.

### 2.2.1 Grenzfrequenz eines Raumes

Resonanzfrequenzen werden lediglich unter einer bestimmten Grenzfrequenz als besonders störend empfunden, da sie unterhalb dieser Frequenz verstärkt isoliert auftreten und als einzelne Resonanzüberhöhungen hörbar sind. Wie in ([RA] s. 42, Gl. 2.33) ersichtlich, steigt die Anzahl der schrägen Raummoden am stärksten. Sie ist proportional zur 3. Potenz der jeweiligen Frequenz und zum Volumen. Daraus lässt sich ableiten, dass ab einer vom

Volumen abhängigen Grenzfrequenz die Modendichte so hoch wird, dass keine einzelnen Resonanzüberhöhungen mehr hörbar sind.

Für den einfachen Quaderraum mit schallharten Wänden ( $\alpha \approx 0,1$ ) gilt für die Grenzfrequenz die Hallraumformel

$$f_{g,H} = \frac{1000}{\sqrt[3]{V}} \text{ in [Hz]} \quad (2.8)$$

Bei Räumen ohne schallharte Wände ( $\alpha > 0,1$ ) wird die Grenzfrequenz über folgende Formel bestimmt

$$f_g = 2000 \sqrt{\frac{T}{V}} \text{ in [Hz]} \quad (2.9)$$

mit  $T$ ... Nachhallzeit in [s]

([Cremer] s. 228)

Resonanzfrequenzen werden auch dann deutlich hörbar, wenn durch ungleichmäßige Absorption viele Resonanzfrequenzen ausfallen und dadurch einige wenige besonders hervortreten.

Aus der Gleichung (Gl. 2.8) wird ersichtlich, dass mit kleinerem Volumen die Grenzfrequenz zu hohen Frequenzen hin ansteigt. Somit wirken sich Raummoden in kleinen Räumen mit wenig absorbierenden Flächen stärker aus.

## 3 FEM Simulationen in COMSOL Multiphysics

In diesem Kapitel werden kurz die für diese Arbeit relevanten physikalischen Berechnungsgrundlagen in *COMSOL Multiphysics* erläutert. Der erste Teil beschäftigt sich mit der *Eigenfrequenzanalyse*. Der zweite Teil hingegen mit der *Frequenzbereichsanalyse*. Als Abschluss wird noch kurz auf das in dieser Arbeit verwendete Absorbermodell nach Delany & Bazley eingegangen. Auch dieses Kapitel stellt nur eine kurze Einführung dar. Genaueres ist wieder aus den angegebenen Quellen zu entnehmen.

### 3.1 Eigenfrequenzanalyse

Für die Simulation der Eigenfrequenzen bzw. Eigenmoden wurden in dieser Arbeit nur einfache Quadderräume mit ideal- schallharten Wänden verwendet.

Im Raum gibt es folgenden Zusammenhang zwischen Eigenwert  $\lambda_{eig}$  und dessen Eigenfrequenz  $f_{eig}$  bzw. der Eigen- Kreisfrequenz  $\omega_{eig}$ :

$$\lambda_{eig} = \omega_{eig}^2 = (2 \cdot \pi \cdot f_{eig})^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{eig}^2 \quad (3.1)$$

Aus Gleichung (Gl. 3.1) kann die einem Eigenwert entsprechende Eigenfrequenz berechnet werden:

$$f_{eig} = \frac{+\sqrt{\lambda_{eig}}}{2\pi} \quad (3.2)$$

Die homogene Helmholtz-Gleichung,

$$\frac{\lambda_{eig} \cdot p}{c^2} + \Delta p = 0 \quad (3.3)$$

---

<sup>1</sup> Positives Vorzeichen kennzeichnet, dass lediglich die positive Wurzel zur Berechnung herangezogen wird, da eine Frequenz per Definition nicht negativ sein kann.

liefert für eine bestimmte Eigenfrequenz eine Eigenmode mit einer definierten Form aber einer undefinierten Amplitude, da für die Eigenfrequenzanalyse keine Quelle verwendet wird ([TA] s. 103).

In *COMSOL Multiphysics* wird zuerst eine endliche Anzahl Eigenwerte berechnet. Anschließend werden für die Eigenwerte bzw. Eigenfrequenzen die Eigenvektoren bestimmt welche die Freiheitsgrade beinhalten.

Für die Berechnung der Eigenvektoren bzw. Eigenwerte gibt es verschiedene Lösungsverfahren die in dieser Arbeit jedoch nicht weiter behandelt werden. Dazu wird auf ([PETRITSCH] Kap. 4), ([TA] s. 103), ([LANM] Kap. 15) verwiesen.

## 3.2 Frequenzbereichsanalyse

In der Frequenzbereichsanalyse kann das Schallfeld im Raum für jede beliebige Frequenz simuliert werden. Die Anregung erfolgt über eine Monopolquelle.

Für jede Frequenz werden separiert alle Gleichungssysteme aller Domänen des Modells simultan gelöst, indem alle Freiheitsgrade berechnet werden.

Algorithmen zur Berechnung der Freiheitsgrade werden grundsätzlich in direkte - und iterative Lösungsverfahren unterteilt. In dieser Arbeit wird jedoch nicht genauer auf diese Probleme eingegangen. Dazu wird wiederum auf ([TA], Kap. 3), ([LANM] Kap. 2.5 und Kap. 2.9) verwiesen.

Für die Simulationen in dieser Arbeit wird die akustische Domäne durch folgende inhomogene Helmholtzgleichung beschrieben

$$k^2 \underline{p} + \Delta \underline{p} = -\rho \cdot \omega \cdot \underline{q} \cdot \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{x}_Q) \quad (3.4)$$

Der linke Teil der Gleichung beschreibt das Schallfeld. Der Störterm auf der rechten Seite beschreibt eine Monopolquelle. (siehe [TA] s. 102-103).

### 3.2.1 Delany Bazley Model

Das Modell von Delany und Bazley ist ein empirisches Modell, mit dem die Kennwerte Absorberimpedanz  $\underline{Z}_A$  und komplexe Ausbreitungskonstante  $\underline{\Gamma}_A$  aus der äußeren Strömungsresistenz  $\Xi$  berechnet werden können. Durch diese Kennwerte kann ein aus einem isotropen homogenen Medium bestehender Absorber vollständig beschrieben werden. Durch Versuche mit hochporösen fasrigen Stoffen haben Delany und Bazley herausgefunden, dass sich Real-, und Imaginärteil von  $\underline{Z}_A$  und  $\underline{\Gamma}_A$  durch einfache Potenzfunktionen aus der Strömungsresistenz  $\Xi$  berechnen lassen.

Nach kurzer Umrechnung (vgl. [TA] s. 93) ([STÖHS] s. 34), erhält man die eigentlichen Delany & Bazley- Koeffizienten aus den Exponenten und Koeffizienten aus (Gl. 3.5) und (Gl. 3.6).

$$\underline{Z}_A = Z_0 \left[ \left( 1 + 0,0571 \cdot E^{-0,754} \right) - j0,087 \cdot E^{-0,732} \right] \quad (3.5)$$

$$\underline{\Gamma}_A = \frac{\omega}{c} \left[ 0,189 \cdot E^{-0,595} + j \left( 1 + 0,0978 \cdot E^{-0,700} \right) \right] \quad (3.6)$$

In *COMSOL Multiphysics* wird an Stelle von  $\underline{\Gamma}_A$  die komplexe Wellenzahl angegeben

$$\underline{k}_A = \frac{\underline{\Gamma}_A}{j} = k_A - j\mu_A$$

$\underline{k}_A \dots$  Phasenmaß (3.7)  
 $\mu_A \dots$  Dämpfungsmaß

Sie beschreibt gleich wie die Ausbreitungskonstante eine gedämpfte Welle. Somit wird Gleichung (Gl. 3.6) in *COMSOL* zu:

$$\underline{k}_A = \frac{\omega}{c} \left[ 1 + 0,0978 \cdot E^{-0,700} - j0,189 \cdot E^{-0,595} \right] \quad (3.8)$$

(vgl. [TA] s. 93) ([STÖHS] s. 34)

Der größte Nachteil ist, dass das Modell mit den originalen Koeffizienten bei tiefen Frequenzen oder hohen Strömungsresistanzen versagt da die Gleichungen in diesem Fall falsche physikalische Aussagen liefern.

Als Anwendungsbereich geben Delany & Bazley für die Koeffizienten (in *COMSOL C1 – C8*) folgenden Bereich an (vgl. [STÖHS] s. 35)

$$1 \leq C \leq 100, \text{ mit } C = \frac{1}{E} = \frac{\Xi}{\rho_0 * f} \quad (3.9)$$

Gleichungen in *COMSOL Multiphysics*:

$$\underline{k}_A = \frac{\omega}{c} \left[ 1 + C1 \cdot E^{-C2} - jC3 \cdot E^{-C4} \right] \quad (3.10)$$

$$\underline{Z}_A = Z_0 \left[ \left( 1 + C5 \cdot E^{-C6} \right) - jC7 \cdot E^{-C8} \right] \quad (3.11)$$

Einige weitere Autoren haben verschiedene Absorbertypen vermessen und neue Koeffizientensätze veröffentlicht. In der Literatur werden die Koeffizienten oft unterschiedlich bezeichnet oder die Gleichungen für  $\underline{Z}_A$  oder  $\underline{\Gamma}_A$  in unterschiedlicher Reihenfolge angegeben. Es ist deshalb unbedingt notwendig auf die Reihenfolge und Vorzeichen der Koeffizienten zu achten (vgl. [STÖHS] s. 37).

## 4 Eigenfrequenzanalyse

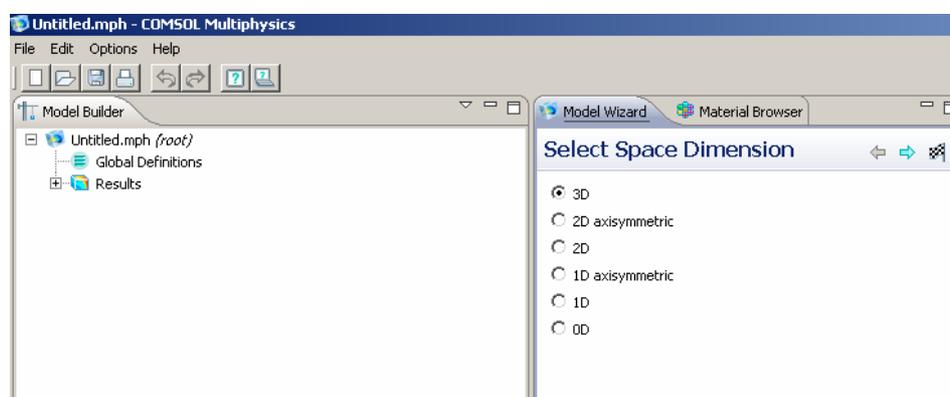
In diesem Kapitel werden alle Ergebnisse, Berechnungen und Diskussionen zur Eigenfrequenzanalyse beschrieben und diskutiert. Im ersten Teil werden kurz die wichtigsten Einstellungen in *COMSOL Multiphysics* beschrieben. Teil zwei beschäftigt sich mit dem Zusammenhang zwischen Wellenlänge Frequenz und Schallgeschwindigkeit bei nicht ebener Wellenausbreitung. Im letzten Teil werden noch die Auswirkungen der Raumgeometrie auf das Modenbild beschrieben. Dies ist keine detaillierte Beschreibung von *COMSOL Multiphysics*, da dieser Punkt bereits in mehreren Arbeiten ausführlich beschrieben wurde. Für genaue Hintergründe wird dazu wieder auf die angegebenen Quellen verwiesen. Für sämtliche Simulationen wurde ein Standard PC (Intel Core Duo CPU mit 2,9 GHz und 4 GB Ram) mit Microsoft Windows XP Professional als Betriebssystem verwendet.

### 4.1 Einstellungen in *COMSOL Multiphysics*

In dieser Arbeit wurde für sämtliche Simulationen das Programm *COMSOL Multiphysics* Version 4.1 verwendet.

Nachdem das Programm geöffnet wurde, öffnet sich der „*Model Wizard*“.

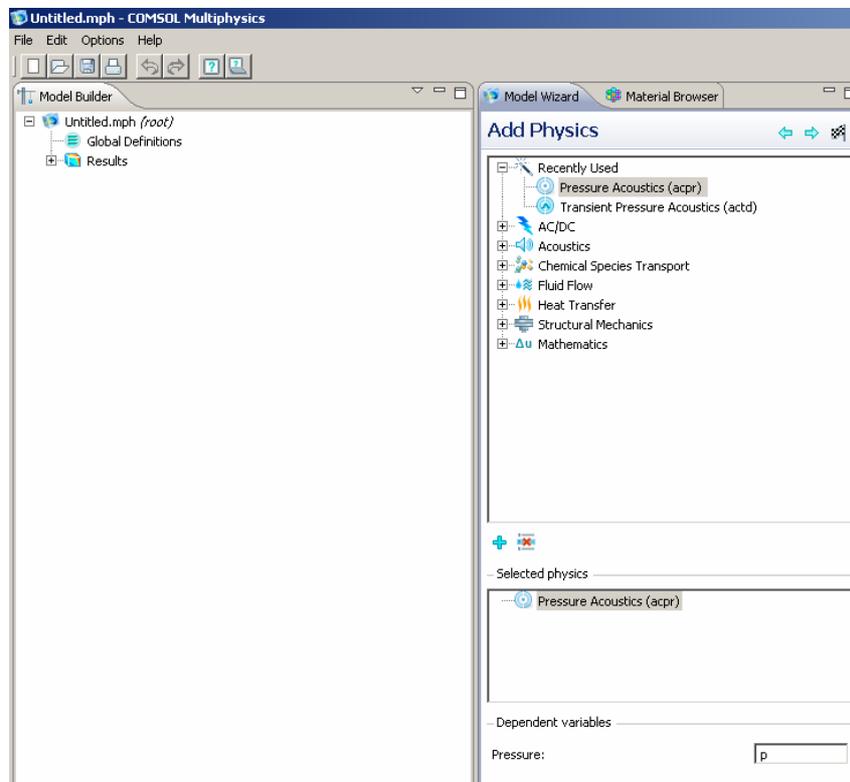
Als ersten Schritt muss ein globales System für die Geometrie des Modells festgelegt werden. In dieser Arbeit dient dazu für alle Simulationen ein drei-dimensionales kartesisches Koordinatensystem (Abb. 4.1).



**Abb. 4.1:** Auswahl des Koordinatensystems in *COMSOL Multiphysics*

Im nächsten Schritt wird ein geeignetes physikalisches Interface ausgewählt ([COMSOL]).

Da die Modelle in dieser Arbeit keine mechanischen Komponenten beinhalten wird „*Pressure Acoustics (acpr)*“ für sämtliche Simulationen als physikalisches Interface verwendet (Abb. 4.2).



**Abb. 4.2:** Auswahl des physikalischen Interface

Nun wird ein Analyse Typ für die Simulation festgelegt ([COMSOL])

Da sich der erste Teil der Arbeit mit der Analyse der Eigenfrequenzen beschäftigt, wird „*Eigenfrequency*“ unter „*Select Study Type*“ als Analyse Typ festgelegt (Abb. 4.3). Dieser Analysetyp wird zur Berechnung und Darstellung von Eigenfrequenzen und Eigenmoden verwendet ([PETRITSCH] und [COMSOL]).

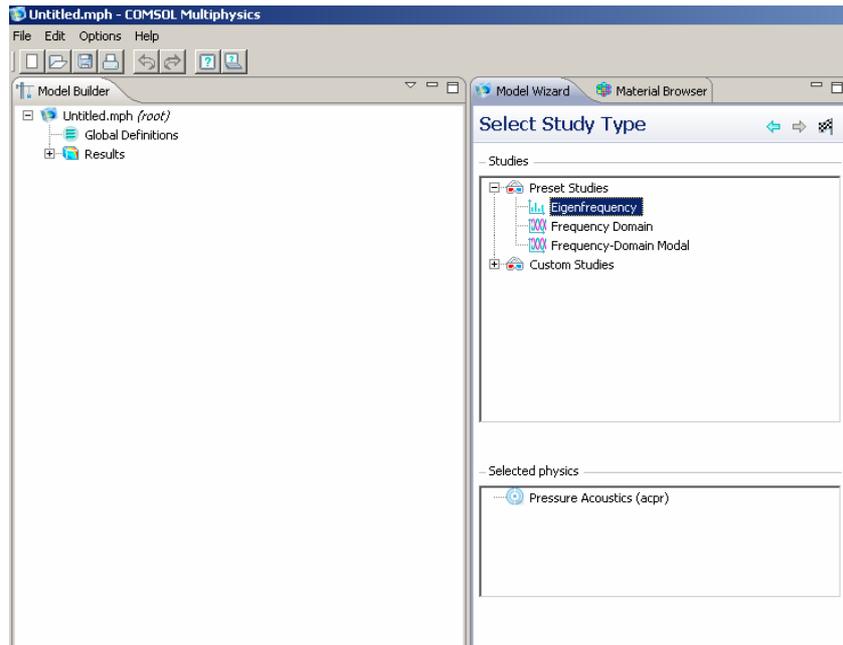


Abb. 4.3: Auswahl des Analyse Typs

Damit sind die physikalischen Grundlagen definiert. Der nächste Schritt ist die Erstellung des Modells.

Im Fenster „*Model Builder*“ öffnet ein Rechtsklick auf den Menüpunkt „*Geometry*“ ein Untermenü mit verschiedenen geometrischen Grundformen. Da für die Simulationen immer ein Quader verwendet wird, ist „*Block*“ die geeignete Grundform. In den Einstellungen können die Maße und die Position im Koordinatensystem für den Quader angegeben werden (Abb. 4.4). Nach einem Klick auf „*Build All*“ wird das Modell gezeichnet.

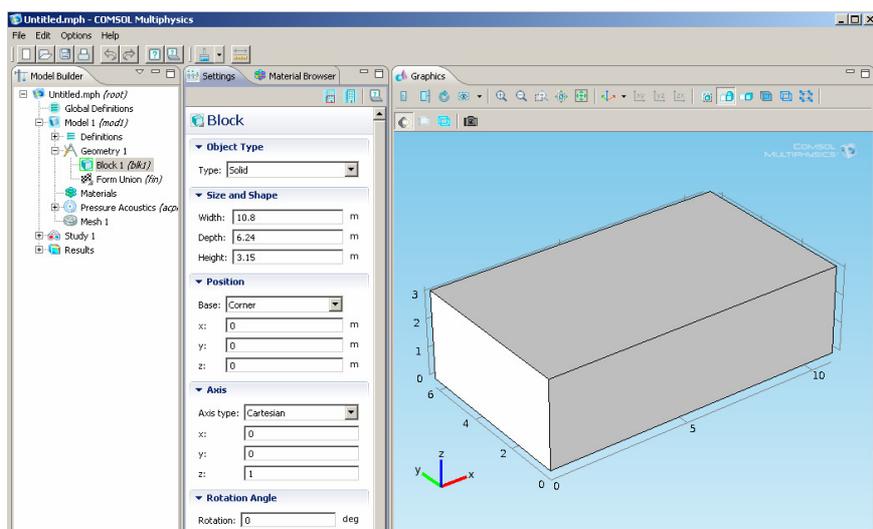


Abb. 4.4: Definition des Quaders

Für die Simulation muss das Modell mit einem Medium befüllt werden.

Mit einem Rechtsklick auf den Menüpunkt „Materials“ öffnet sich ein Reiter mit dem „Material Browser“. Für die Eigenfrequenzanalyse wird unter „Build in Materials“, Luft „Air“ ausgewählt und mit einem Rechtsklick zum *Material Browser* hinzugefügt. Nun muss noch die Domäne bestimmt werden, die mit Luft „durchströmt“ werden soll (Abb. 4.5). *COMSOL* verwendet nun für die Berechnungen die Schallgeschwindigkeit und die Dichte von Luft.

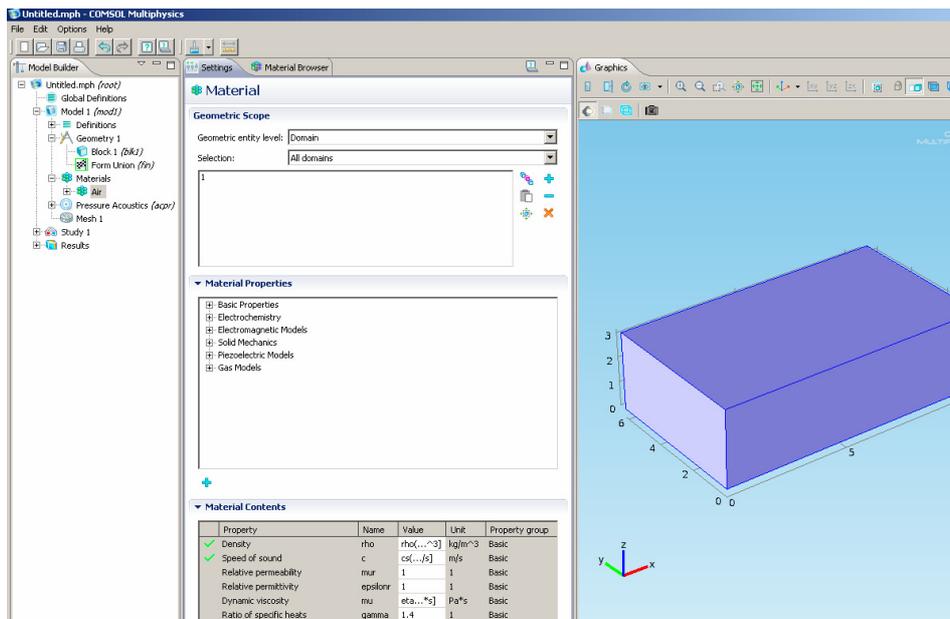


Abb. 4.5: Das Modell wird mit einem Medium befüllt

Nun ist das Modell fertig für die Berechnung.

Im Menüpunkt „Study 1“ im Unterpunkt „Eigenfrequency“ wird die Anzahl der Eigenfrequenzen nach denen gesucht werden soll „Desired number of eigenfrequencies“, und der Bereich um den gesucht werden soll „Search for eigenfrequencies around“ eingeben (Abb. 4.6).

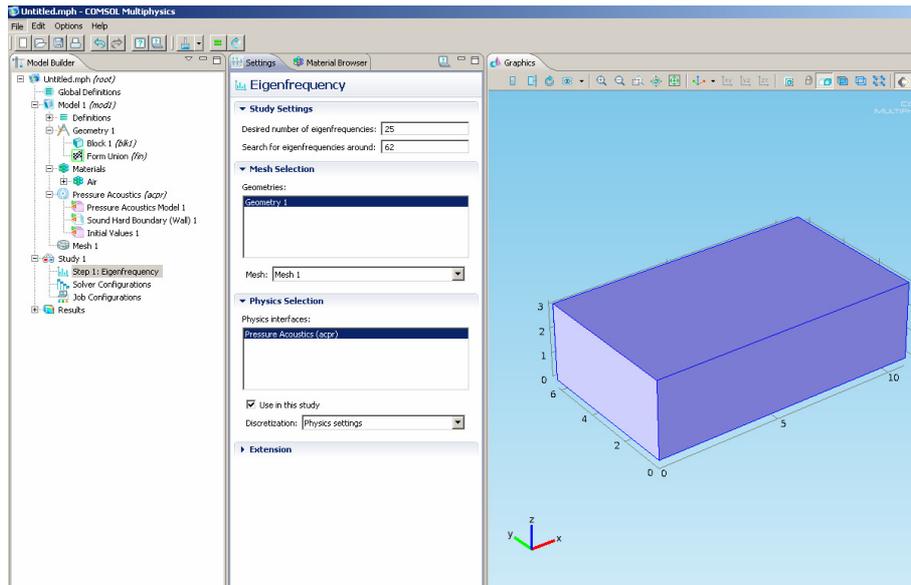


Abb. 4.6: Eingabe der Eigenfrequenzen nach denen gesucht werden soll

Rechtsklick auf „Study 1“ öffnet einen Reiter mit dem Punkt „Compute“. Ein Klick auf „Compute“ und die Simulation wird gestartet (Abb. 4.7).

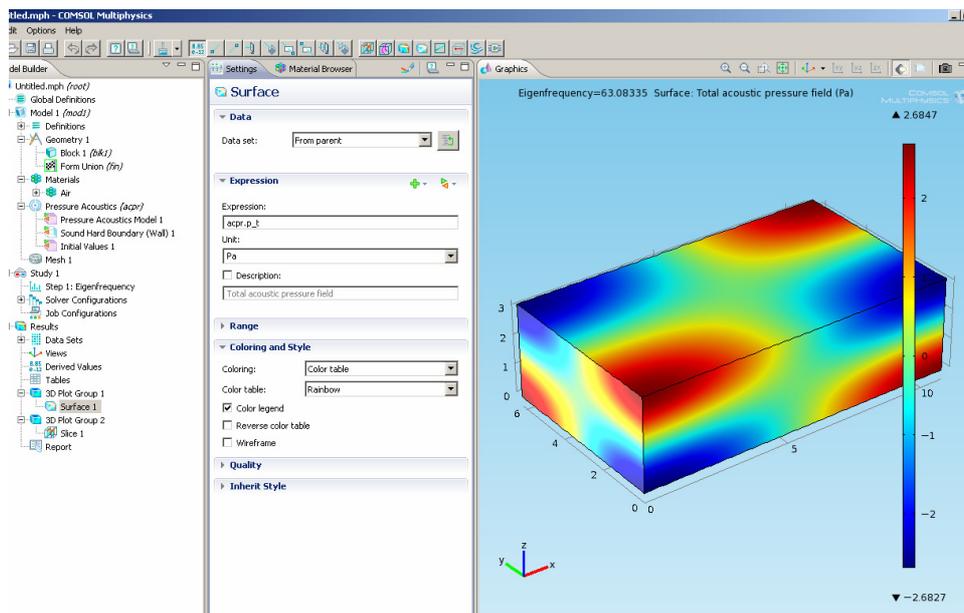


Abb. 4.7: „Surface“- Darstellung in COMSOL Multiphysics

Um ein besseres Bild vom Schallfeld im inneren des Raumes zu erhalten kann zusätzlich zu den Standard- Plotts, „Surface“ (Abb. 4.7) und „Slice“ (Abb. 4.8) eine „Isosurface“ (Abb. 4.9) zum 3d-Plott hinzugefügt werden. „Isosurface“ zeichnet für jede Wellenfront, sprich für die Flächen mit demselben Schalldruck eine Ebene in den Raum. Somit werden die Schalldruckverhältnisse im Modenverlauf besser dargestellt.

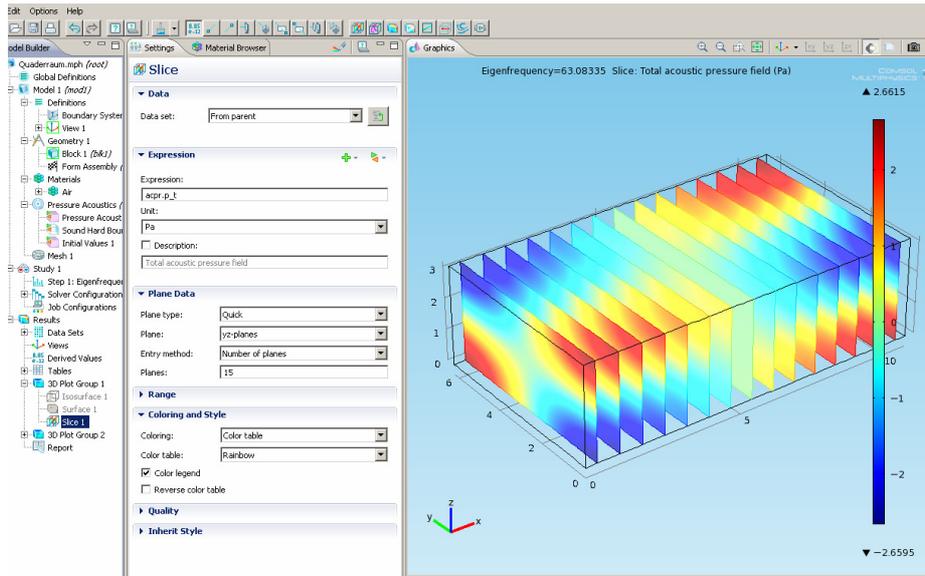


Abb. 4.8: „Slice“- Darstellung in COMSOL Multiphysics

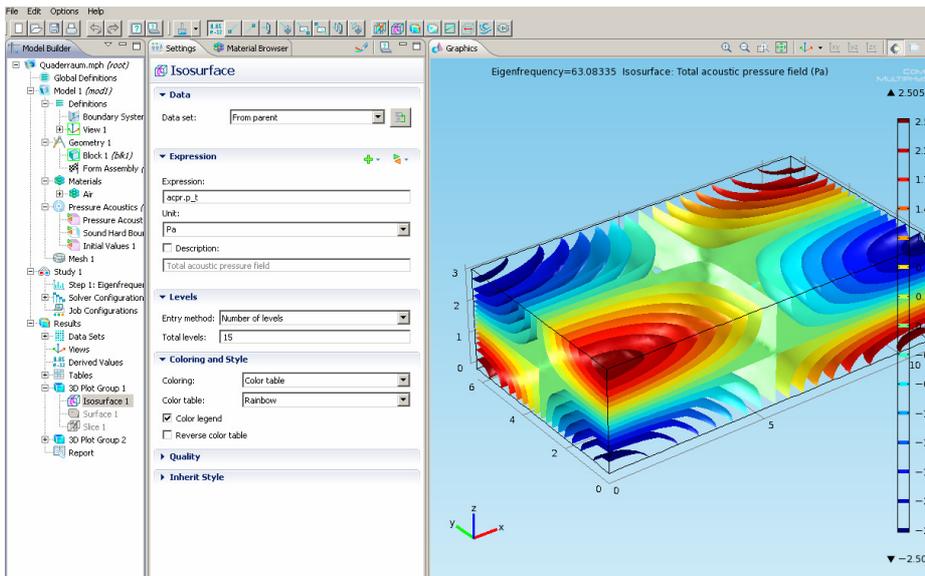


Abb. 4.9: „Isosurface“- Darstellung in COMSOL Multiphysics

## 4.2 Zusammenhang zwischen Ausbreitungsgeschwindigkeit $c$ , Wellenlänge $\lambda$ und Frequenz $f$ im Raum

Für Wellenphänomene gilt allgemein der Zusammenhang

$$c = \lambda \cdot f \quad \text{in } [m/s] \quad (4.1)$$

Wie aus Kap. 2.1, Gleichung (Gl. 2.5) ersichtlich, existieren für jede Raumkomponente  $x, y, z$  für  $\lambda/2$  und ganzzahlige Vielfache davon, jeweils diskrete Eigenfrequenzen.

Jedes Wertetripel  $n_x, n_y, n_z$  liefert eine Eigenfrequenz des Raumes. Die Ordnungszahlen  $n_x, n_y, n_z$  geben die Zahl der Knotenebenen des Schalldruckes an, die beim Durchqueren des Raumes parallel zur entsprechenden Achse passiert werden (vgl. [CREMER] Kap. 11).

Bereits jetzt wird ein Problem mit Gleichung (Gl. 4.1) ersichtlich.

Im Raum, genauer gesagt im Frequenzraum, besteht für jede Raumkomponente der Zusammenhang

$$f_{e,i} = \frac{c}{\lambda_{e,i}} = \frac{n \cdot c}{2 \cdot l_i}, \quad (4.2)$$

wobei  $i = x, y, z$ ; und  $n \in \mathbb{N}_0$ ;

zwischen Eigenfrequenz und der Wellenlänge bzw. den Raumabmessungen.

Es gibt somit zu jeder Raumkomponente eine Eigenfrequenzkomponente  $f_{e,i}$  und daher auch eine Wellenlängenkomponente  $\lambda_{e,i}$ .

Die Frequenz der Eigenmode und die Ausbreitungsrichtung der Schallwellen können im Frequenzraum aus dem Betrag des Vektors vom Nullpunkt zum jeweiligen Modenpunkt berechnet werden (Gl 2.7). Daraus kann die Wellenlänge der Eigenmode bestimmt werden.

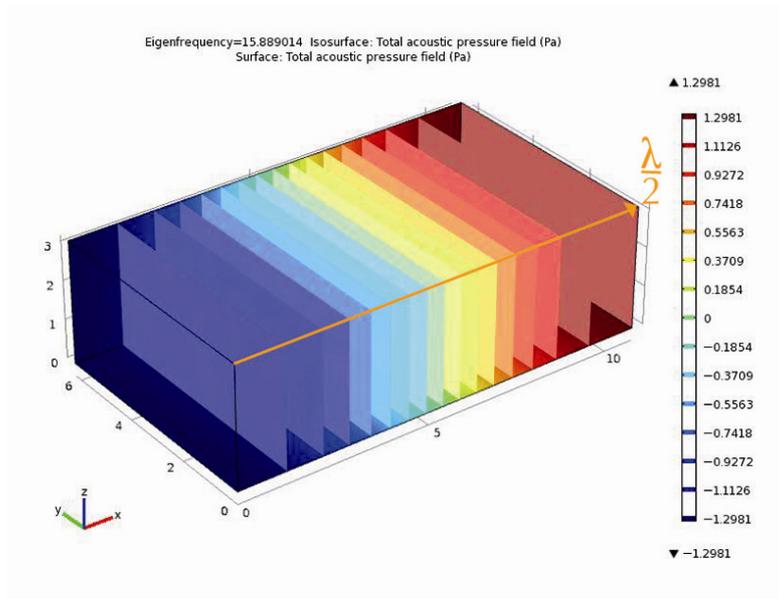


Abb. 4.10: Axiale Mode 1.0.0

In Abb. 4.10 ist die Ausbreitung einer axialen Mode in x- Richtung dargestellt. Es handelt sich dabei um die 1.0.0 Mode, d.h. die Ordnungszahlen  $n_y$  und  $n_z$  sind null und es gibt einen Nulldurchgang in x-Richtung. Die Wellenlänge  $\lambda$  kann für den Fall der ebenen Wellenausbreitung sowohl rechnerisch als auch grafisch bestimmt werden (Tabelle 4.1).

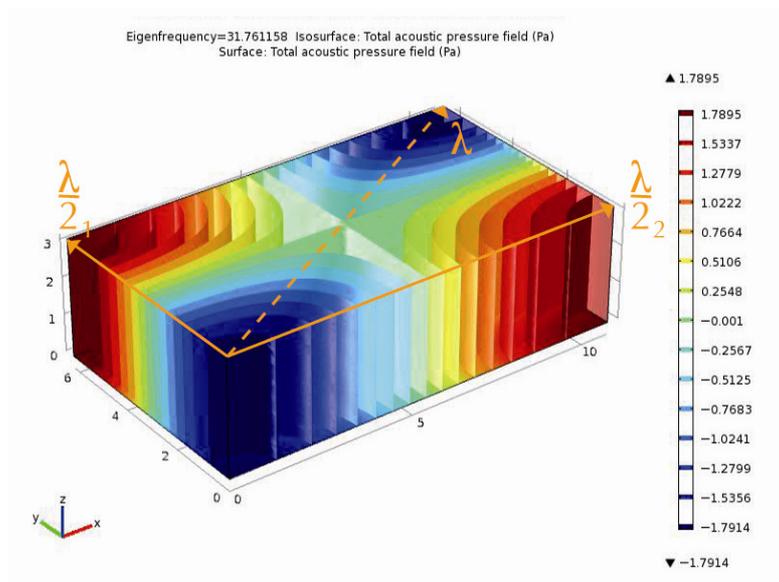


Abb. 4.11: Tangentiale Mode 1.1.0

In Abb. 4.11 ist die Ausbreitung einer tangentialen Mode in x bzw. y Richtung dargestellt. Wie in Tabelle 4.1 sichtbar, werden die Abweichungen zwischen den rechnerisch bestimmten und den grafisch ermittelten Werten für die Wellenlänge größer.

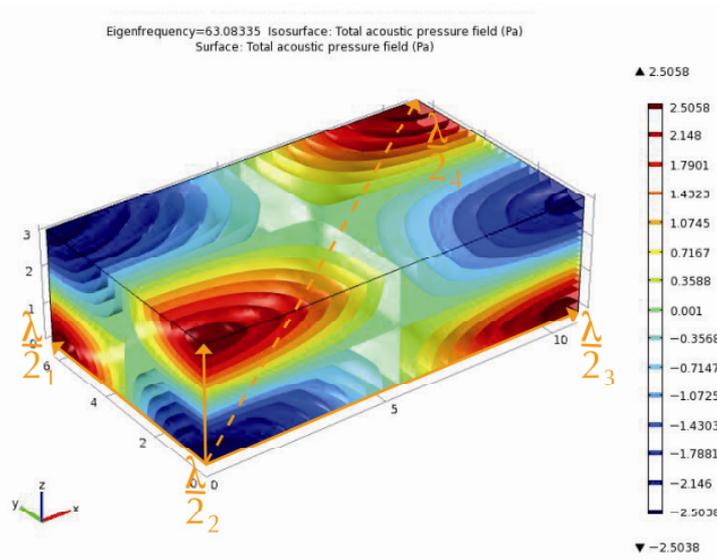


Abb. 4.12: Schräge Mode 1.1.1

In Abb. 4.12 ist die Ausbildung einer schrägen Mode dargestellt. Aus Gl. 2.7 wird für die dargestellte Mode eine Eigenfrequenz von 63,083 Hz berechnet. Das ergibt eine Wellenlänge von 5,4 m.

Grafisch wird die Wellenlänge aus der Raumdiagonale über folgende Gleichung bestimmt

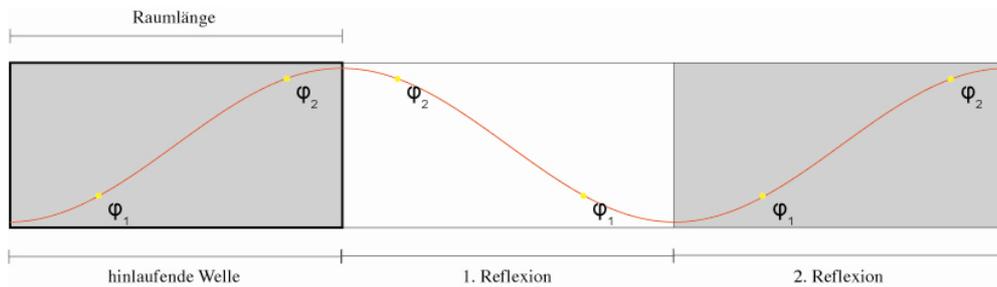
$$d = \sqrt{l_x^2 + l_y^2 + l_z^2} = 12,864m \tag{4.4}$$

Die Diagonale entspricht hier der halben Wellenlänge (Tabelle 4.1).

Mode	$f_{ex}$ in [Hz]	$f_{ey}$ in [Hz]	$f_{ez}$ in [Hz]	$f_{Mode}$ in [Hz]	$\lambda_{rechnerisch}$ in [m]	$\lambda_{grafisch}$ in [m]
1.0.0 (Abb.:4.1)	15,89	0	0	15,89	21,6	21,6
1.1.0 (Abb.:4.2)	15,89	27,508	0	31,761	10,8	12,47
1.1.1 (Abb.:4.3)	15,89	27,508	54,49	63,083	5,4	25

Tabelle 4.1: Vergleich zwischen berechneten und grafisch bestimmten Wellenlängen

In Abb. 4.13 ist eine axiale Mode im Raum bei Totalreflexion aufgefaltet dargestellt. Bei axialen Moden und Totalreflexion sind hin- und rücklaufende Welle parallel und haben für jeden Raumpunkt dieselbe Phasenlage (siehe Abb. 4.13).



**Abb. 4.13:** zeitlich aufgefaltete axiale Mode im Raum

Dies gilt jedoch lediglich für axiale Moden. Dieses Phänomen kann im Messrohr für bestimmte von den Rohrabmessungen abhängige Frequenzen, oder bei Freifeldausbreitung (keine Reflexionen) beobachtet werden.

In der Simulation im Raum wird keine einzelne Welle mehr betrachtet, sondern lediglich die Superposition aller Überlagerungen. Es kommt zu Interferenzen und Phasenverschiebungen zwischen den einzelnen Wellen. In der Einhüllenden gibt es somit nicht mehr nur eine räumliche und eine zeitliche Komponente die parallel verlaufen, sondern viele sowohl räumlich als auch zeitlich verschobene Komponenten.

Der Zusammenhang aus Gleichung (Gl. 4.1) gilt somit lediglich für axiale Moden. Sobald es sich um tangentielle oder schräge Moden handelt gilt die Gleichung (Gl. 4.1) nicht mehr.

## 4.3 Die Auswirkungen der Raumgeometrie auf das Schallfeld

In diesem Kapitel werden die durchgeführten Simulationen im Bereich der Eigenfrequenzanalyse mit verschiedenen Raumformen beschrieben und diskutiert.

Alle Simulationen wurden im FEM-Programm *Comsol Multiphysics* durchgeführt. Außerdem wurden verschiedene Berechnungstabellen und Tools zur Visualisierung erstellt.

### 4.3.1 Verwendete Raumgeometrie

Für die hier simulierten Raumformen werden nur ideal schallharte Wände verwendet. So werden auf Grundlage der homogenen Helmholtzgleichung (Kapitel 3.1) die Eigenmoden der jeweiligen Raumform berechnet.

Es wurden 6 verschiedene Räume zum Vergleich simuliert.

- *Quaderraum*: einfache Quaderform mit parallelen Wänden und den Abmessungen 10,80 x 6,24 x 3,15 m
- *Seminarraum*: entspricht der Geometrie des Seminarraums in der Infeldgasse 12
- *schräge Wandflächen*: Quaderraum mit gleich bleibendem Volumen ohne parallele Wandflächen
- *Faltung A*: Grundfläche des Quaderraums; gefaltete Wände an den Längsseiten; jedes gleichschenklige Dreieck in der gefalteten Wand hat eine Grundlänge von 2 m und eine Höhe von 0,4 m
- *Faltung B*: Grundfläche des Quaderraums; gefaltete Wände an den Längsseiten und Querseiten; jedes gleichschenklige Dreieck in den gefalteten Wänden hat eine Grundlänge von 2 m und eine Tiefe von 0,4 m
- *Faltung C*: Grundfläche des Quaderraums; gefaltete Wände an den Längsseiten, Querseiten und an der Decke; jedes gleichschenklige Dreieck in den gefalteten Wänden hat eine Grundlänge von 2 m und eine Tiefe von 0,4 m

Es wurden dreieckige Einbuchtungen in den Raumformen „*Faltung A, B, C*“ gewählt, da man in der angewandten Architektur sehr oft auf ähnliche Diffusor- Elemente trifft.

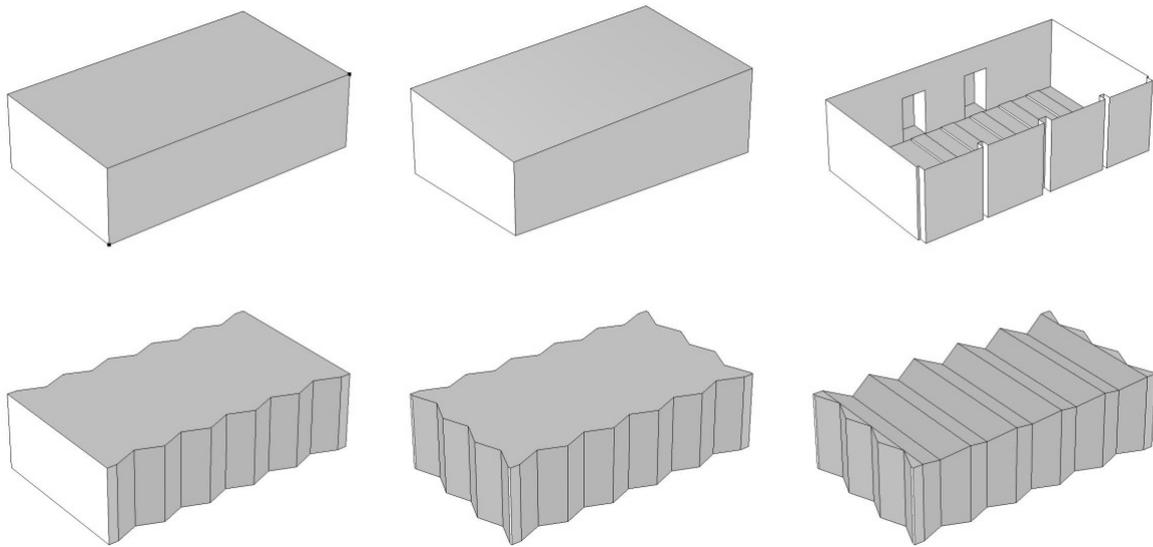


Abb. 4.14: Geometrie der simulierten Quaderräume

### 4.3.2 Die Entstehung von Eigenmoden

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln der Typus der Eigenfrequenzen und die Berechnungsgrundlagen in *COMSOL Multiphysics* (Kap. 2.1), sowie den Einstellungen in *COMSOL Multiphysics* (Kap. 4.1) beschrieben wurden, wird nun ausführlich auf die Eigenmoden in verschiedenen Quaderräumen eingegangen.

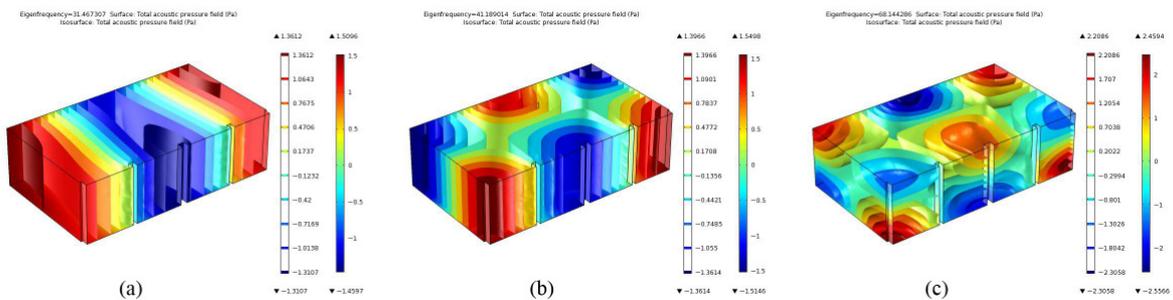
Die einzelnen Eigenfrequenzen werden über die Gleichung (Gl. 2.7) berechnet. Daraus ergibt sich eine unendliche Anzahl an Eigenfrequenzen für  $n_x; n_y; n_z$ ; mit  $n \in \mathbb{N}_0$ .

Sind zwei der drei Ordnungszahlen null, so erhält man so genannte axiale Moden, welche jeweils parallel zu einer der drei Raumkanten verlaufen. Es entstehen für jede Raumkante Eigenfrequenzen, die harmonisch zueinander liegende Teiltöne bilden.

Ist nun nur eine der drei Ordnungszahlen null, werden die so genannten tangentialen Raummoden berechnet.

Den dritten Modentyp, bei dem alle Ordnungszahlen verschieden von null sind, bilden die schrägen Raummoden (vgl. [RA] s. 41).

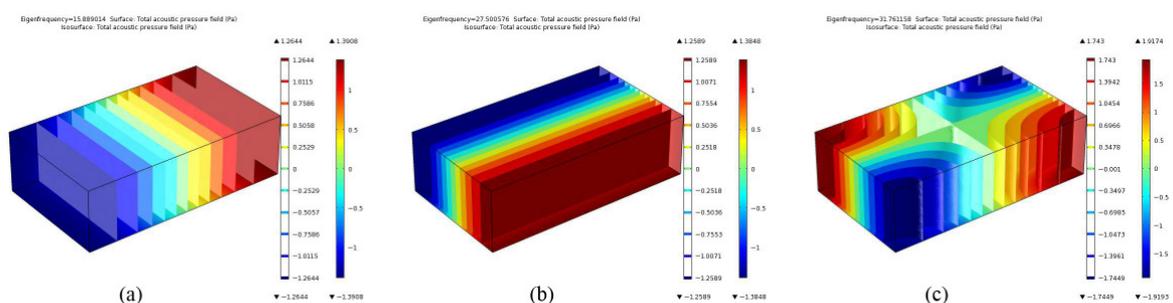
Axiale und tangentiale Moden stellen aber im Vergleich zur Anzahl an schrägen Moden nur seltene Ausnahmefälle dar und werden im tieffrequenten Bereich, in denen sie in musikalisch gut unterscheidbaren Tonschritten auftreten, als besonders störend empfunden.



**Abb. 4.15:** Darstellung der drei Modentypen im Seminarraum; (a) axiale Mode 2-0-0, (b) tangentielle Mode 1-1-0, (c) schräge Mode 2-1-1

Um sich ein Bild der Eigenfrequenzen machen zu können, ist die Darstellung im Frequenzraum, wie in Kap. 2.1.1 beschrieben, vorteilhaft (Abb. 2.1). Dieser besteht aus einem rechtwinkligen Netzwerk mit den Maschenabständen  $c/2l_x$ ,  $c/2l_y$  und  $c/2l_z$  und ist in positiver x-, y- und z-Richtung beliebig ausgedehnt. Hier stellt nun jeder Fahrstrahl vom Nullpunkt zu einem Eckpunkt eine Eigenfrequenz dar. Um diese Eigenfrequenz nun der Größe nach ordnen zu können, stellt man sich eine Kugel um den Eckpunkt vor, deren Radius immer größer wird. Unter der Voraussetzung, dass  $l_x > l_y > l_z$ , wird diese wachsende Kugel den Knotenpunkt  $n_x = 1; n_y = 0; n_z = 0$ ; als erstes erreichen. Das ergibt die tiefste Eigenfrequenz des Quaders.

Genau wie ein Echo treten auch die Raumresonanzen besonders deutlich hervor, wenn aus ihrer Gesamtanzahl viele durch ungleichmäßig verteilte Dämpfung ausfallen und so einzelne isoliert hervortreten ([CREMER] Kap. 11).



**Abb. 4.16:** Darstellung der ersten drei Eigenmoden im Quader; (a) 15,89 Hz, (b) 27,50 Hz, (c) 31,76 Hz

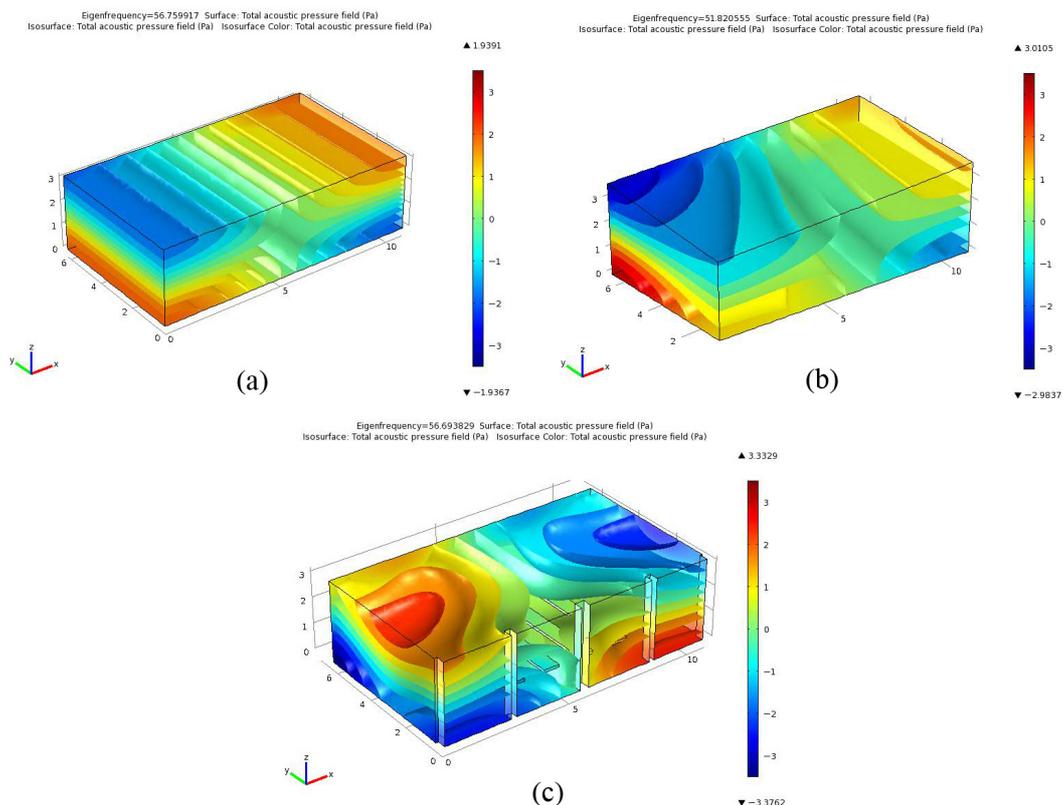
### 4.3.3 Auswirkungen der Raumgeometrie

Man hatte vielfach angenommen das Auftreten von Eigenmoden durch Verändern der Raumgeometrie verhindern zu können.

Wie in ([CREMER] s. 230) beschrieben ist die Anzahl der bis zu einer bestimmten Frequenz auftretenden Eigenfrequenzen nur vom Volumen abhängig. Daraus lässt sich schließen, dass alle Verformungen der Raumgeometrie bei gleichem Volumen nur eine gewisse unwesentliche Verschiebung der Resonanzlagen zur Folge haben.

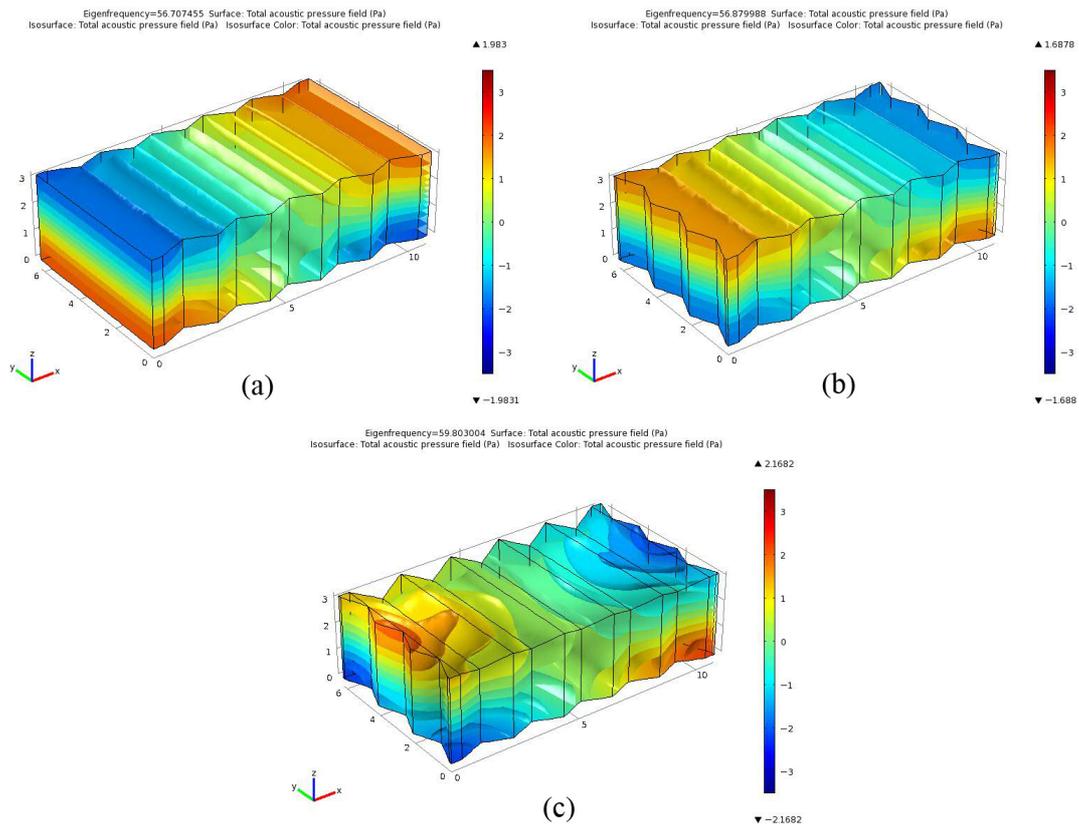
Hier kann natürlich nicht mehr die einfache Formel zur Berechnung der Eigenfrequenzen verwendet werden, was aber nicht gegen ihr Vorhandensein spricht.

Mit Finite Elemente- Programmen können nun auch Räume mit verschiedensten Geometrien berechnet und simuliert werden.



**Abb. 4.17:** 1-0-1 Mode in drei unterschiedlichen Raumtypen mit gleichem Volumen; (a) 56,57 Hz, (b) 51,82 Hz, (c) 56,69 Hz

In Abb. 4.17 und Abb. 4.18 sind jeweils die Moden in 1-0-1 Richtung in den verschiedenen Räumen dargestellt. Wie schon in der Theorie vermutet, zeigen diese Bilder, dass die Eigenmoden im Raum vorhanden sind und sich durch die Variation der Raumgeometrie die Frequenzen der Moden verschieben. Außerdem ist deutlich zu sehen, dass sich die Schalldruckverteilung verschiebt und sogar in diesem tiefen Frequenzbereich Veränderungen auszumachen sind. Bei höheren Frequenzen mit kleineren Wellenlängen, sind die Veränderungen der Schalldruckverteilung noch viel intensiver.



**Abb. 4.18:** 1-0-1 Mode in drei Räumen mit gefalteten Wänden; (a) 2 gefaltete Wände, (b) 4 gefaltete Wände, (c) 5 gefaltete Wände

Die dreieckigen Einbuchtungen, welche bei ca. 55Hz im Verhältnis zur Wellenlänge recht klein sind, bewirken jedoch schon kleinere Veränderungen im Wellenbild.

### ***Die Helmholtzzahl als wichtige Kennzahl in der Akustik***

Um die Auswirkungen der Geometrie nun noch etwas genauer betrachten zu können, wird nun die Helmholtzzahl als Vergleichsgröße eingeführt.

Die Helmholtzzahl  $He$  stellt eine sehr wichtige Vergleichskennzahl in der Akustik dar, und gibt das Verhältnis einer charakteristischen Länge zur Wellenlänge an. Sehr oft werden durch  $He=1$  charakteristische Bereiche unterschieden. In diesem Zusammenhang ist  $He=1$  die Grenze zwischen Beugungsfrequenzbereich ( $He \ll 1$ ) und Reflexionsfrequenzbereich ( $He \gg 1$ ) (vgl. [RA] Kap. 2.3.1.1).

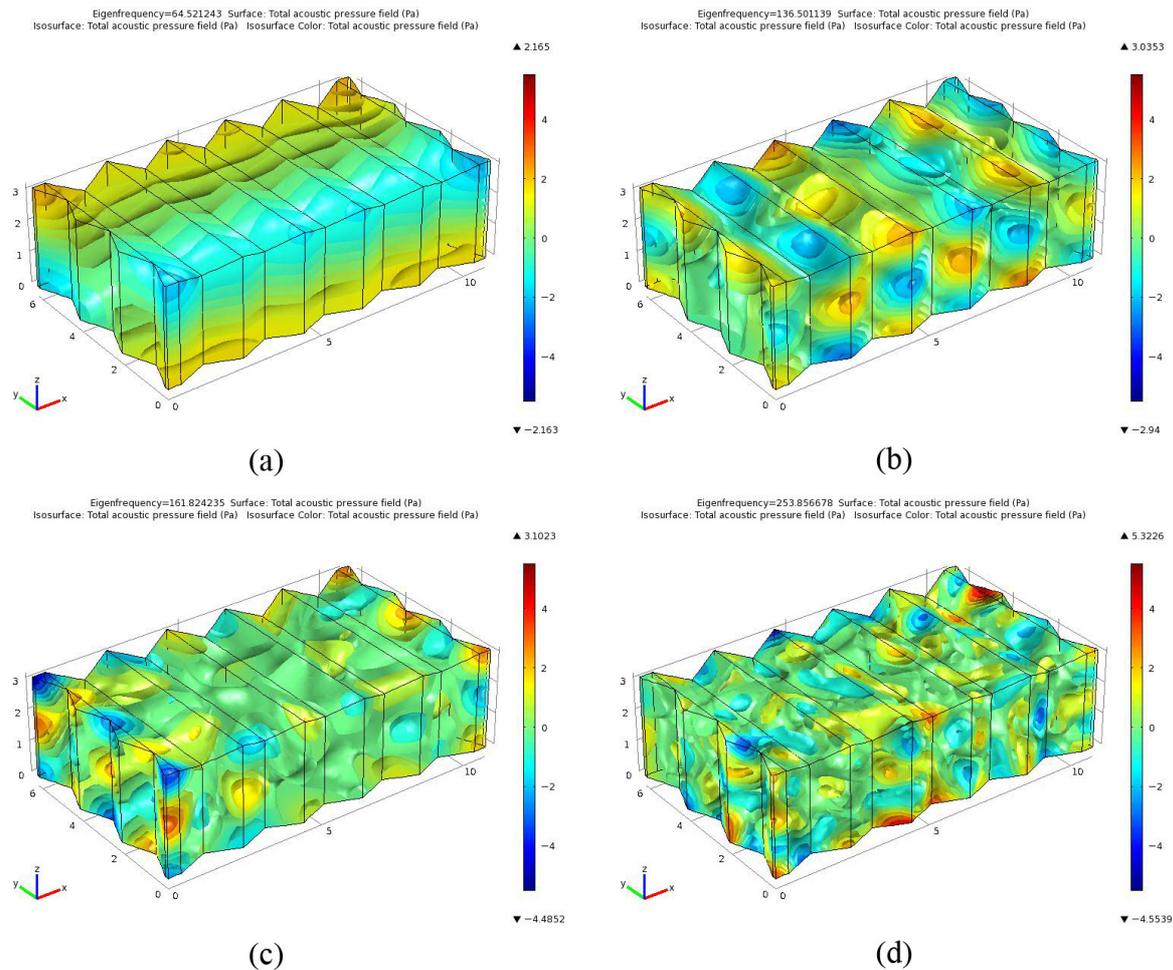
Die Helmholtzzahl wird wie folgt berechnet:

$$He = k \cdot x = 2\pi \frac{x}{\lambda} \quad He \dots \text{Helmholtzzahl} \quad (4.1)$$

Für  $x$  wird immer eine charakteristische Größe gewählt. Für die nachfolgenden Berechnungen wurde für  $x$  die Tiefe (0,4 m) des gefalteten Wandelements eingesetzt. In Tabelle 4.2 stehen die berechneten Helmholtzzahlen für 4 Eigenfrequenzen des Raums mit 5 gefalteten Wänden.

$f \text{ in [Hz]}$	64,52	136,50	161,82	253,86
Helmholtzzahl	0,48	1,01	1,20	1,88

**Tabelle 4.2:** Helmholtzzahlen für den Raum mit fünf gefalteten Wänden



**Abb. 4.19:** Eigenmoden im Raum mit fünf gefalteten Wänden; (a) 64,52 Hz, (b) 136,50 Hz, (c) 161,82 Hz, (d) 253,86 Hz

Wie in Abb. 4.19 gut ersichtlich wird das Modenbild mit steigender Frequenz bzw. steigender Helmholtzzahl immer diffuser und wird somit deutlich stärker durch die Faltungen der Wände gestört. Daraus wird ersichtlich, dass besonders bei tiefen Frequenzen große Veränderungen der Raumgeometrie notwendig sind, um das Schallfeld effizient zu stören bzw. Moden zu unterdrücken. Bei höheren Frequenzen können jedoch schon kleinere Verformungen die Ausbildung von Eigenmoden vermindern.

#### 4.3.4 Änderung der harmonisch zueinander liegenden Eigenfrequenzen

Was bei den Simulationen auffällt ist, dass sich durch die Änderung der Raumgeometrie, der Abstand der Eigenfrequenzen zu einander ändert. Sie liegen nun nicht mehr nur in

ganzzahligem Verhältnis zueinander, sondern es treten nichtganzzahlige Vielfache auf. So können Flatterechos vermieden werden.

Wellentheoretisch stellen Flatterechos ja nichts anderes, als die Anstoßung einer harmonischen Reihe von Eigentönen dar, deren Grundfrequenz gleich der reziproken Laufzeit des Flatterechos ist (vgl. [CREMER] s. 229).

In Tabelle 4.3 stehen die Frequenzen für die ersten drei axialen Moden. Die Abweichung von den ganzzahligen Vielfachen wird hier ersichtlich.

Mode	$f$ in [Hz] Quaderraum	$f$ in [Hz] schräge Wände	$f$ in [Hz] Seminarraum
1.0.0	15,89	16,32	15,79
2.0.0	31,77	32,03	31,45
3.0.0	47,67	49,30	45,47

**Tabelle 4.3:** Frequenzwerte der ersten drei axialen Moden

### 4.3.5 Animationstools

Zusätzlich zu den Berechnungen und Simulationen der 6 Raumgeometrien in *COMSOL Multiphysics*, wurden im Zuge dieser Arbeit Animationen erstellt, in denen die Eigenmoden des jeweiligen Raumes in aufsteigender Reihenfolge dargestellt sind.

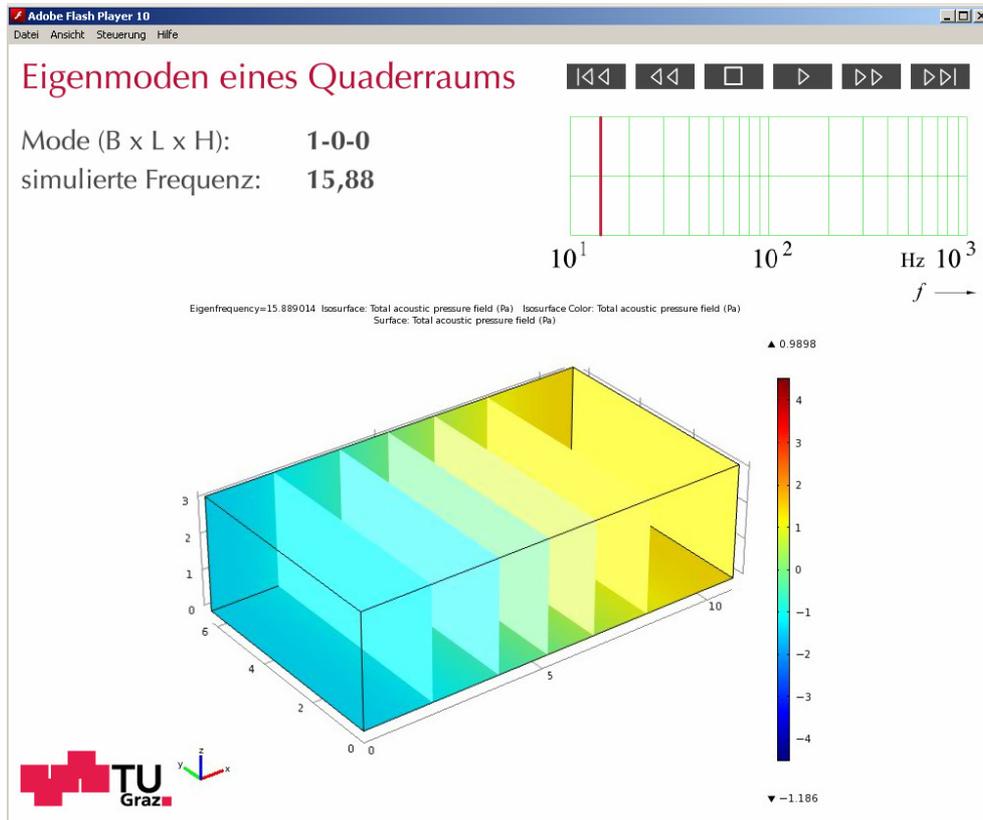


Abb. 4.20: Screenshot der Animation mit Quaderraum

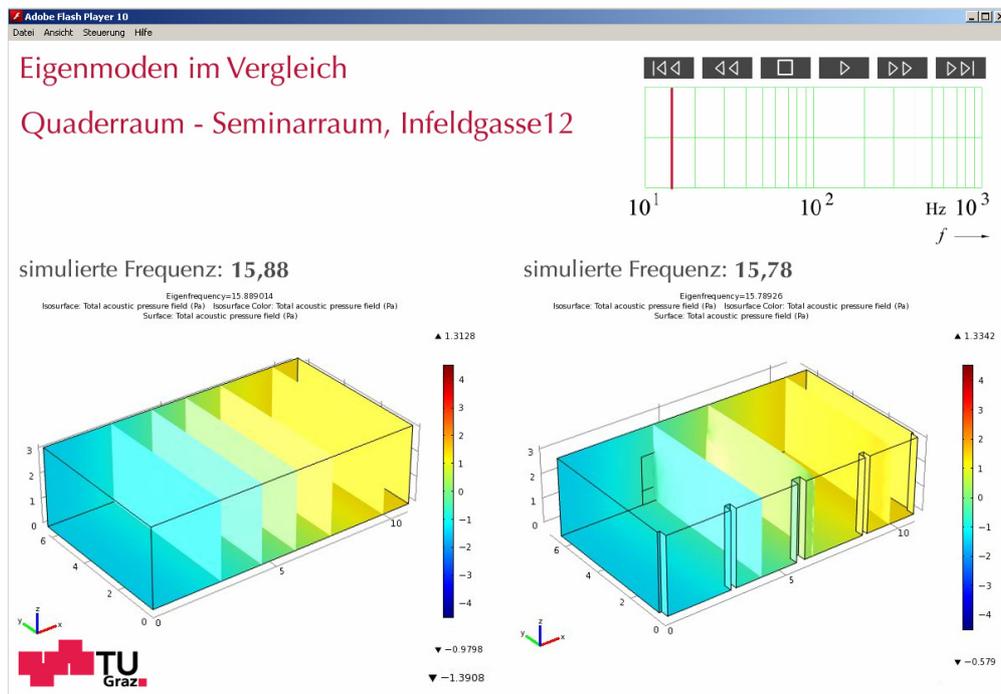


Abb. 4.21: Screenshot der Animation mit Quaderraum und Seminarraum

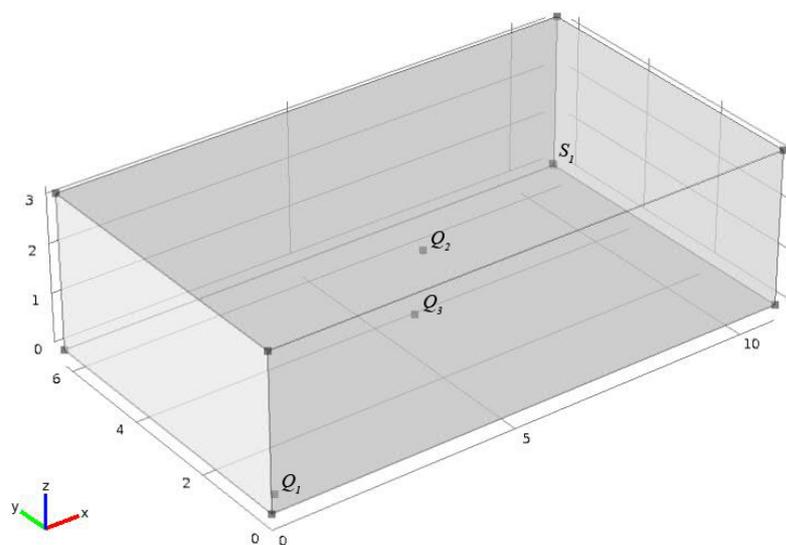
## 5 Resonanzfrequenzen – Raumresonanzen

In diesem Kapitel werden im ersten Teil die Auswirkungen der Quellenposition auf das Schallfeld untersucht und dargestellt. Im zweiten Teil wird ein Resonanzfall untersucht. Die Einstellungen in *COMSOL Multiphysics* sind analog zu Kapitel 4.1. Zusätzlich wird hier jedoch eine Quelle eingebracht die das Schallfeld anregt. Als Quelle wurde für sämtliche Simulationen eine Punkt-Quelle, in *COMSOL Multiphysics* mit „Power Point Source“ bezeichnet, mit 0,0001 W also 80 dB Schallleistungspegel verwendet.

### 5.1 Anregung des Raumes an verschiedenen Positionen

#### 5.1.1 Auswahl der Quellenpositionen

Die Positionen der Quellen wurden auf Grund der berechneten Eigenfrequenzen des Raumes wie folgt gewählt (Abb. 5.1):



**Abb. 5.1:** Darstellung der verwendeten Quellen- und Senkenpositionen im Raum

Position der Senke

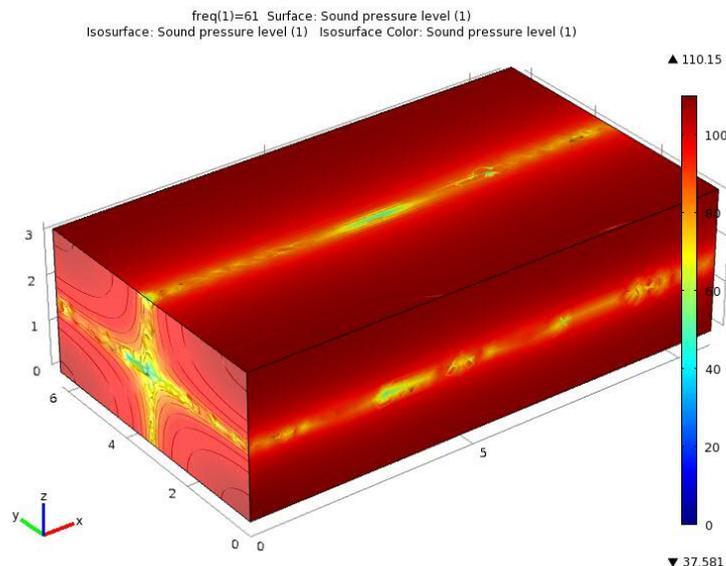
$$\text{Position 1 } S_1 = \begin{pmatrix} x = 10,6 \\ y = 6,04 \\ z = 0,2 \end{pmatrix}, \text{ in } [m]$$

Position 1 der Senke wurde in der linken unteren Raumecke gewählt, Hier befindet sie sich über den gesamten Frequenzbereich in der Nähe eines Wellenberges. So kann eine gute Aussage über das Schallfeld getroffen werden. Die Position der Senke bleibt für alle Betrachtungen gleich.

### 5.1.2 Anregung in einem Wellenberg

$$\text{Position 1: } Q_1 = \begin{pmatrix} x = 0,2 \\ y = 0,2 \\ z = 0,2 \end{pmatrix}, \text{ in } [m]$$

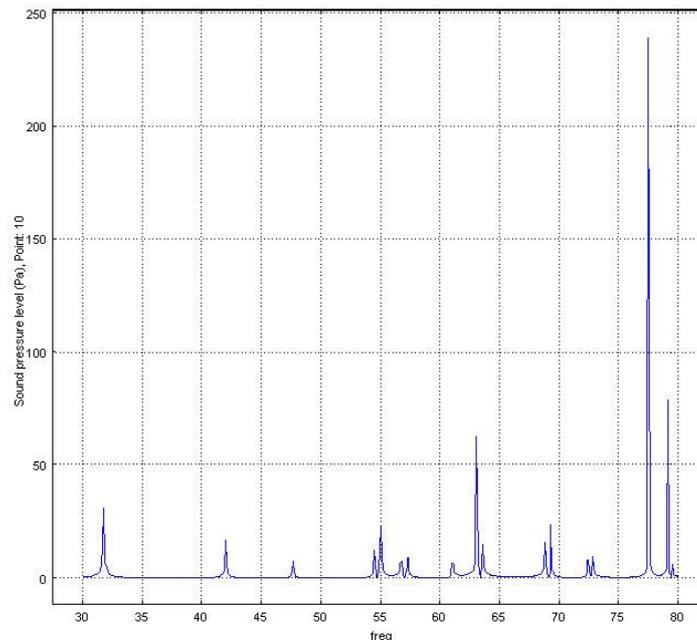
Position 1 befindet sich in der rechten unteren Raumecke. So steht die Quelle immer in einem Wellenberg und eine gleichmäßige Anregung des Schallfeldes über den gesamten Frequenzbereich ist garantiert.



**Abb. 5.2** Schallfeld bei Anregung in einer Raumecke

An Position 1 wird das Schallfeld gleichmäßig stark angeregt. Da sich die Quelle in einer Raumecke befindet, wirkt sie nicht mehr als Kugelstrahler, sondern vielmehr als Achtelkugelstrahler, jedoch mit der achtfachen Leistung.

Für die dargestellte Frequenz bei 61 Hz ist in Abb. 5.2 die Raummode 0.1.1 zur Eigenfrequenz bei 61,043366 Hz deutlich sichtbar. Die Maxima sind mit 110,15 dB stark ausgeprägt.



**Abb. 5.3:** Amplitudengang von 30 Hz bis 80 Hz bei Anregung in einer Raumecke

In Abb. 5.3 ist der Amplitudengang für die Anregung in Position 1 dargestellt. Es wird der Bereich von 30 Hz bis 80 Hz in 0,1 Hz Schritten betrachtet. Es sind 17 Resonanzstellen sichtbar.

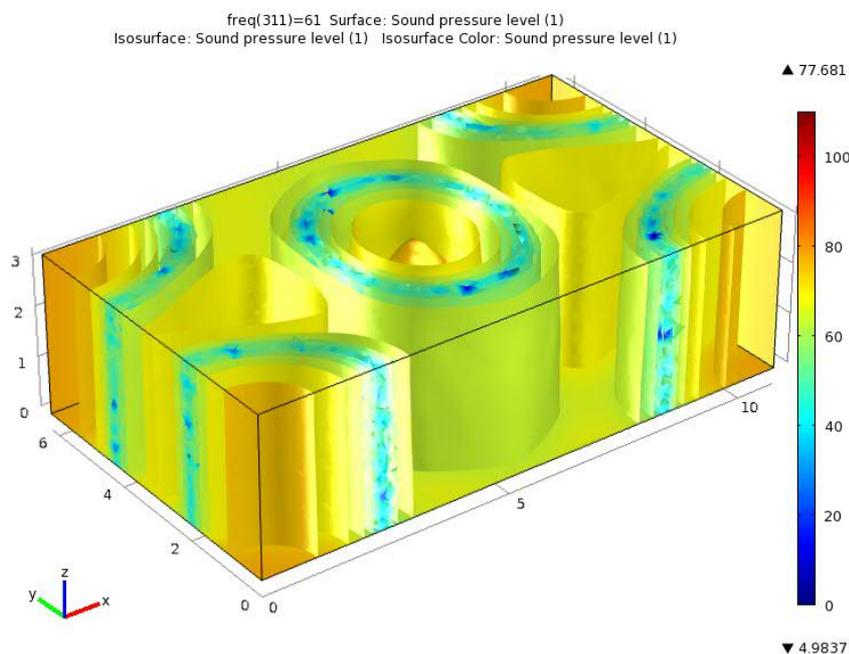
Das ist dadurch erklärbar, dass sich bei 31 Hz, 42 Hz, 47 Hz, 54 Hz, 55 Hz, 56 Hz, 57 Hz, 63 Hz, 68 Hz, 69 Hz, 72 Hz, 77 Hz und 79 Hz jeweils Eigenfrequenzen befinden, die alle durch die Quelle angeregt werden.

Für die Erstellung des Amplitudengangs wurde eine Auflösung von 0,1 Hz gewählt. Die Eigenfrequenzen werden somit nie genau „getroffen“ und es entstehen deshalb keine sehr starken Resonanzüberhöhungen in der Amplitude.

### 5.1.3 Anregung in einem Wellenknoten

$$\text{Position 2: } Q_2 = \begin{pmatrix} x = 5,4 \\ y = 3,12 \\ z = 1,575 \end{pmatrix}, \text{ in [m]}$$

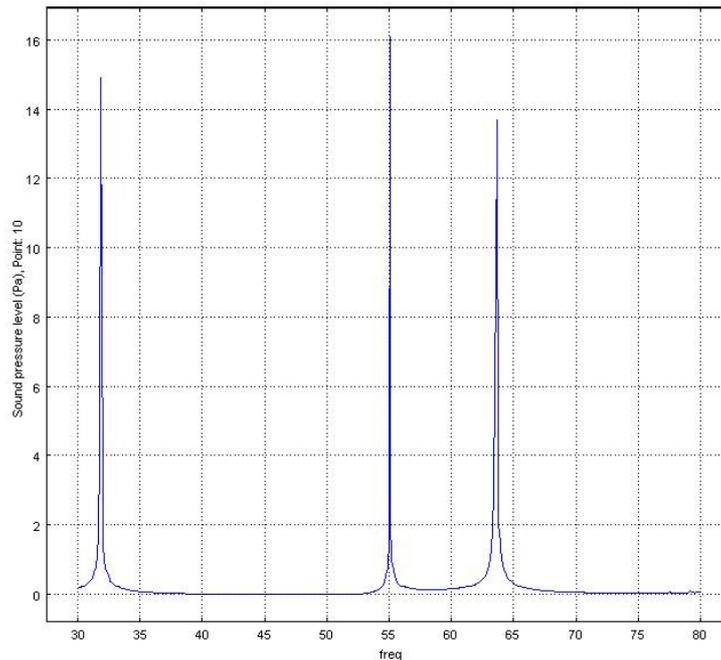
Position 2 wurde in der geometrischen Raummitte gewählt. Somit findet die Anregung je nach Frequenz in einem Wellenknoten oder einem Wellenberg statt.



**Abb. 5.4:** Schallfeld bei Anregung in einem Wellenberg

Für die betrachtete Frequenz bei 61 Hz befindet sich die Quelle genau in einem Wellenknoten, sprich in einem Nulldurchgang der Eigenfrequenz bei 61,043366 Hz. Die Quelle wirkt hier als Kugelstrahler mit einfacher Leistung.

Wie in Abb. 5.4 ersichtlich, verändert sich das Modenbild stark. Die Raummode entspricht nicht mehr der 0.1.1 Eigenmode. Außerdem sind die Maxima mit 77.681 dB im Vergleich zu Position 1 wesentlich schwächer ausgeprägt.



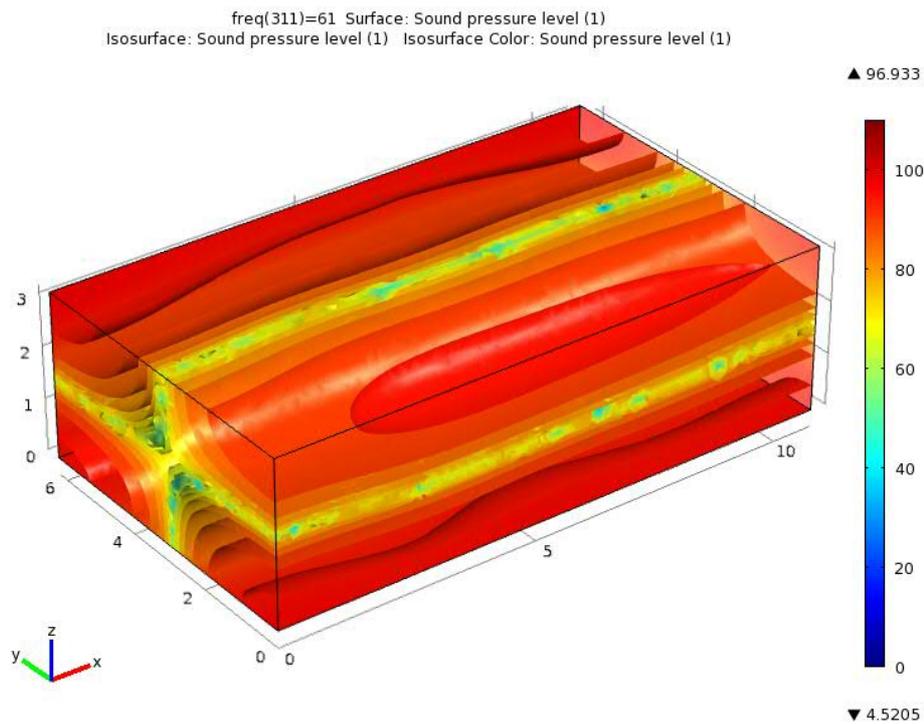
**Abb. 5.5:** Amplitudengang von 30 Hz bis 80 Hz bei Anregung in einem Wellenknoten

In Abb. 5.5 ist der Amplitudengang im Bereich von 30 Hz bis 80 Hz in 0,1 Hz Schritten dargestellt. Es fällt auf, dass nur mehr 3 Resonanzstellen sichtbar sind. Das heißt wenn sich die Quelle im Wellenknoten befindet werden hier lediglich 3 der 17 Eigenfrequenzen angeregt. Zudem sind die Pegel der Resonanzstellen viel niedriger.

### 5.1.4 Anregung zwischen Wellenberg und Wellenknoten

$$\text{Position 3 } Q_3 = \begin{pmatrix} x = 4,7 \\ y = 2,42 \\ z = 0,875 \end{pmatrix}, \text{ in } [m]$$

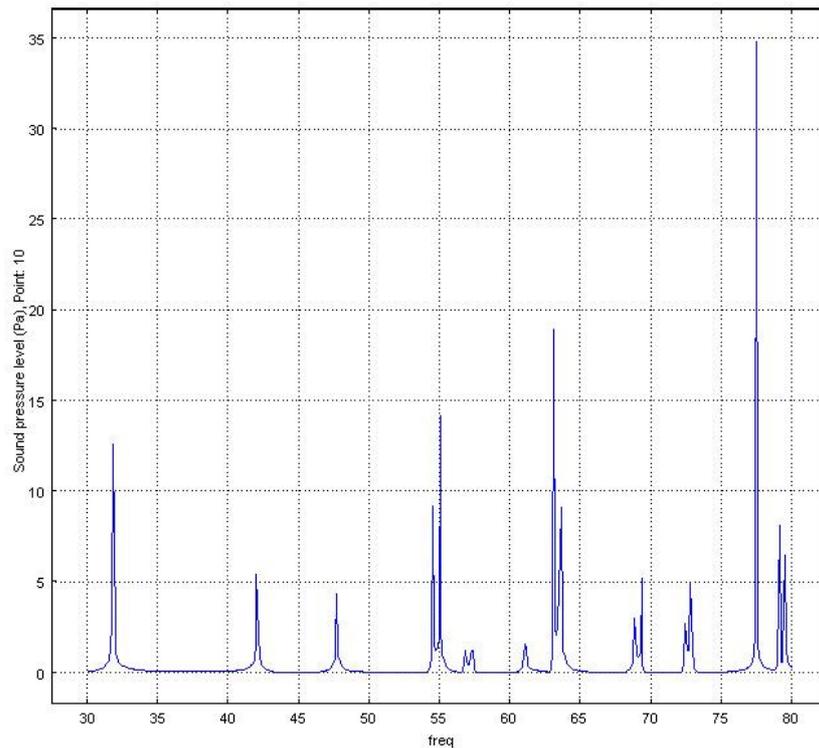
Position 3 ist in allen 3 Richtungen um 0,7 m von der geometrischen Raummitte verschoben. So sollten bereits Unterschiede zur Anregung direkt in einem Wellenknoten oder Wellenberg sichtbar werden.



**Abb. 5.6:** Schallfeld bei Anregung zwischen einem Wellenberg und einem Wellenknoten

Die Quelle befindet sich hier leicht vom Mittelpunkt verschoben im Raum und wirkt somit auch hier als Kugelstrahler mit einfacher Leistung.

In Abb. 5.6 wird ersichtlich, dass sich hier wieder die Raummode zur Eigenfrequenz 61,043366 Hz ausbildet. Die Maxima sind mit 96,933 dB im Vergleich zu Position 2 stärker ausgeprägt.



**Abb. 5.7:** Amplitudengang von 30 Hz bis 80 Hz bei Anregung zwischen einem Wellenberg und einem Wellenknoten

Abb. 5.7 zeigt den Amplitudengang von 30 Hz bis 80 Hz in 0,1 Hz Schritten. Es fällt sofort auf, dass wieder alle 17 Resonanzstellen dargestellt werden.

Das heißt, dass auch hier alle Eigenfrequenzen angeregt werden. Die Pegel sind deutlich höher im Vergleich zur Anregung im Wellenknoten und deutlich niedriger im Vergleich zur Anregung im Wellenberg.

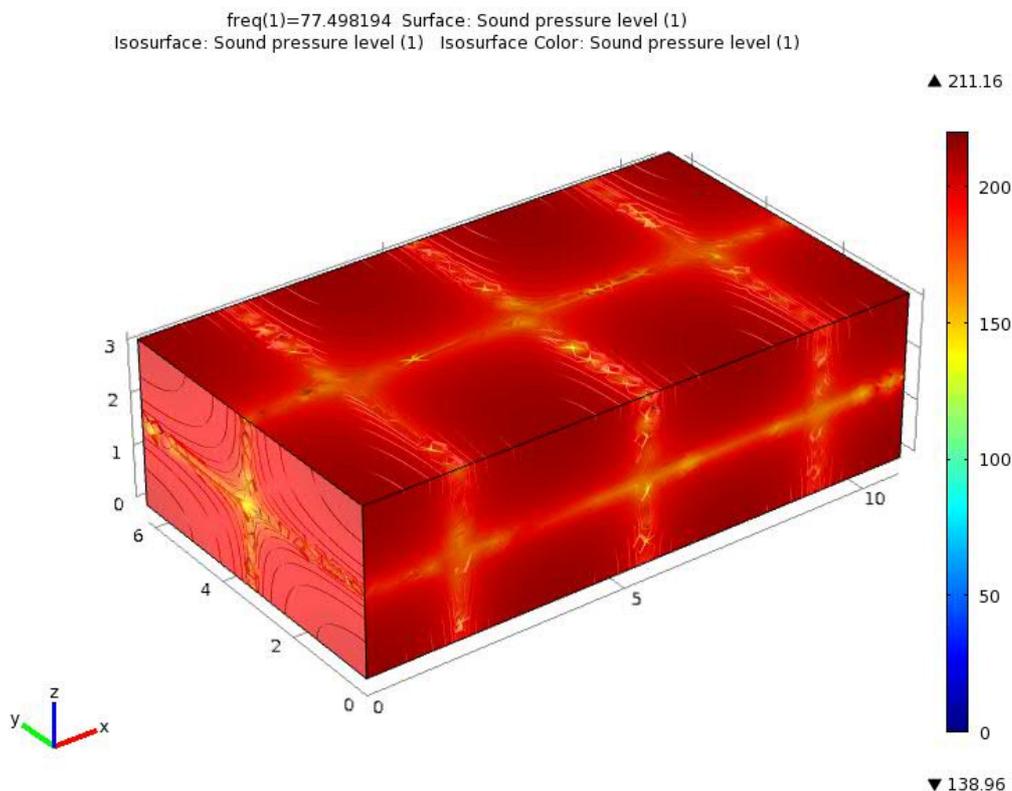
## 5.2 Anregung in einer Eigenfrequenz

In diesem Abschnitt wird ein „idealer“ Resonanzfall untersucht. Dazu muss das Schallfeld möglichst genau in einer Eigenfrequenz angeregt werden.

## 5.2.1 Anregung im Wellenberg

$$\text{Position 4 } Q_4 = \begin{pmatrix} x = 0,2 \\ y = 0,2 \\ z = 0,2 \end{pmatrix}, \text{ in [m]}$$

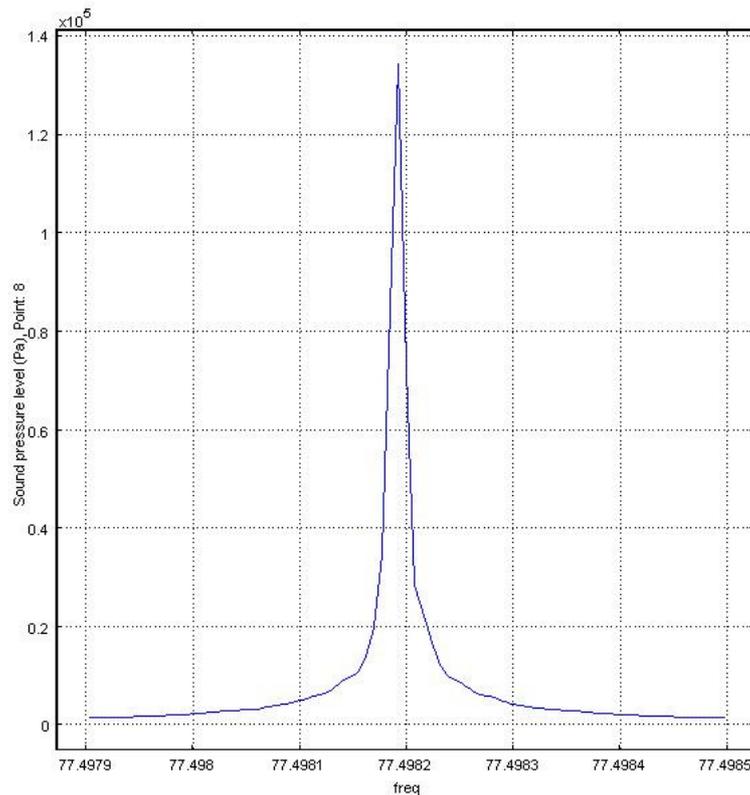
Position 4 befindet sich genau im Wellenberg der 3.1.1 Eigenmode bei der Eigenfrequenz 77,498194 Hz.



**Abb. 5.8:** Modenbild bei Anregung im Wellenberg einer Eigenfrequenz

Die Quelle befindet sich hier wieder in der rechten unteren Raumecke und entspricht somit wieder einem Achtelkugel- Strahler mit achtfacher- Leistung. Zudem wurde bei diesem Beispiel genau in der Eigenfrequenz 77,498194 Hz angeregt.

In Abb. 5.8 ist die Raummode zur Eigenfrequenz klar sichtbar. Die Maxima sind hier mit 211,16 dB sehr stark ausgeprägt. Das liegt daran, dass die Eigenfrequenz mit 6 Nachkommastellen sehr genau „getroffen“ wird und somit ein „idealer“ Resonanzfall auftritt.



**Abb. 5.9:** Amplitudengang von 77,4979 Hz bis 77,4985 Hz bei Anregung in einer Eigenfrequenz

In Abb. 5.9 ist die Resonanzstelle bei 77.498194 in 0,0001 Hz Auflösung dargestellt.

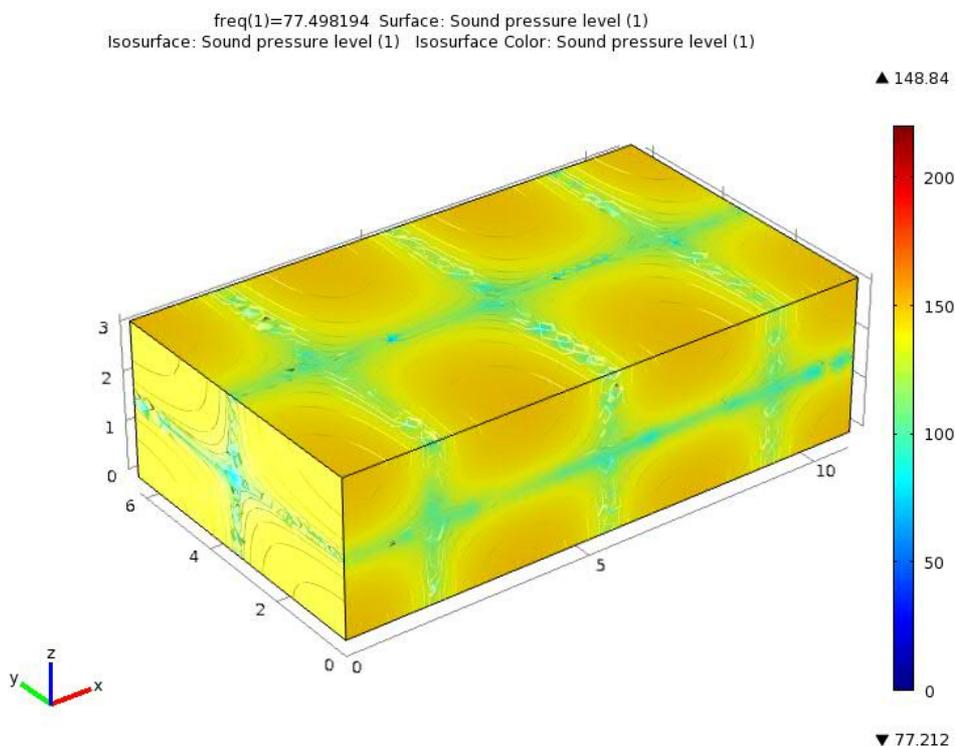
Durch die Auflösung in zehntausendstel Hz wurde die Eigenfrequenz relativ genau getroffen. Das ist auch am Pegel ersichtlich welcher im Vergleich zu den Positionen 1 bis 3 „unendlich“ viel höher ist.

Da für die Simulationen in dieser Arbeit die Dissipation also Verluste während der Ausbreitung nicht berücksichtigt werden, sollte dieser Resonanzfall eigentlich unendlich hohe Pegel liefern. Das ist deshalb nicht der Fall, weil *COMSOL Multiphysics* die Eigenfrequenzen nur auf endliche Genauigkeit berechnet und somit die Eigenfrequenzen auch nur mit endlicher Genauigkeit angeregt werden können.

## 5.2.2 Anregung im Wellenknoten

$$\text{Position 5 } Q_5 = \begin{pmatrix} x = 0,2 \\ y = 3,12 \\ z = 0,2 \end{pmatrix}, \text{ in [m]}$$

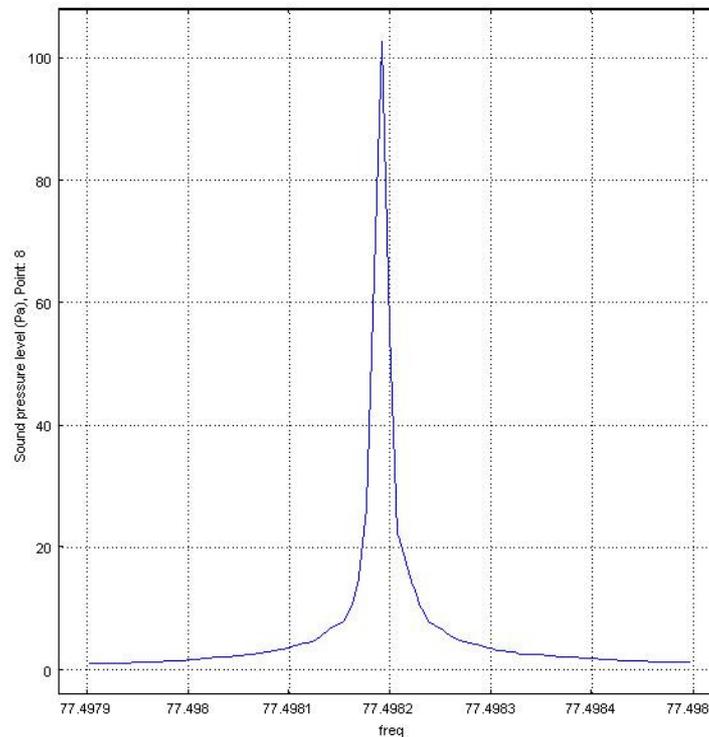
Position 5 befindet sich genau im Wellenknoten der Eigenmode 3.1.1 bei der Eigenfrequenz 77,498194 Hz.



**Abb. 5.10:** Modenbild bei Anregung im Wellenknoten einer Eigenfrequenz

Für dieses Beispiel befindet sich die Quelle wieder im Mittelpunkt des Raumes und somit genau im Wellenknoten der Eigenfrequenz bei 77,498194 Hz.

In Abb. 5.10 ist die Raummode zur Eigenfrequenz immer noch klar sichtbar. Im Gegensatz zu Position 2, ändert sich somit das Modenbild auch bei Anregung im Knoten nicht, wenn genau in einer Eigenfrequenz angeregt wird. Was jedoch auffällt ist, dass der Maximalpegel mit 148,84 dB im Vergleich zu Position 4 deutlich gesunken ist.



**Abb. 5.11:** Amplitudengang von 77,4979 Hz bis 77,4985 Hz bei Anregung in einer Eigenfrequenz

In Abb. 5.9 ist die Resonanzstelle bei 77.498194 in 0,00001 Hz Auflösung bei Anregung im Wellenknoten dargestellt.

Die Resonanzüberhöhung ist immer noch deutlich erkennbar und im Vergleich zu den Positionen 1 bis 3 auch stark ausgeprägt. Jedoch ist der Pegel im Vergleich zu Position 4 viel niedriger.

Es wird ersichtlich, dass die Position der Quelle sehr großen Einfluss auf das Schallfeld und den Schallpegel im Raum hat.

### 5.3 Anregung mit 30 cm dicker Absorberschicht

Für die nachfolgenden Simulationen, wird der Quaderraum mit einer 30 cm dicken Absorberschicht ausgekleidet.

### 5.3.1 Gedämpfte Schwingung und komplexe Eigenfrequenz

Der Absorber wurde mit Hilfe des empirischen Modells nach Delany & Bazley (Kap. 3.2.1) simuliert. Die Quelle befindet sich an Position  $Q_1$  (siehe Kap. 5.1.1). Die Senke befindet sich an Position  $S_1$  (siehe Kap. 5.1.1).

Als Parameter für den Absorber wird die Strömungsresistenz  $R_f$  in  $\left[\frac{P \cdot s}{m^2}\right]$  angegeben.

Durch das Einbringen des Absorbers findet keine Totalreflexion an den Wänden mehr statt. Die Schallwellen werden durch den Absorber teilweise absorbiert und es entsteht ein gedämpftes Schwingungssystem. Da eine gedämpfte Schwingung nicht durch rein reelle Eigenfrequenzen dargestellt werden kann, verwendet *COMSOL Multiphysics* eine komplexe Darstellungsform.

Wie in ([STÖHS] Kap. 3.1.2) gezeigt, lässt sich die komplexe Frequenz am einfachsten anhand eines elektrischen Schwingkreises herleiten.

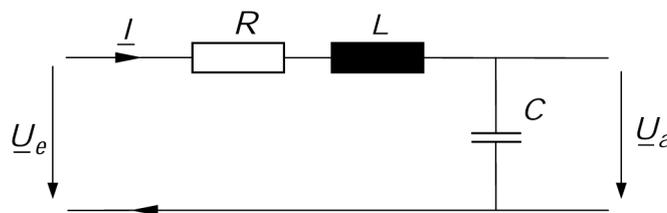


Abb. 5.12: gedämpfter Schwingkreis

Durch die Lösung der Differentialgleichung erhält man für die charakteristische Gleichung

$$\underline{\lambda}_{1,2} = \dots = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \quad (5.1)$$

$$\delta = \frac{R}{2 \cdot L} \left[ \frac{Np}{s} \right] \dots \text{ Dämpfungskonst.}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \dots \dots \text{ Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung}$$

Gleichung (Gl. 5.1) wird nun in den Lösungsansatz für die homogene Lösung eingesetzt und nach verschiedenen math. Umformungen erhält man schließlich aus dem Argument des Sinus (oder Kosinus) die gedämpfte Kreisfrequenz (Gl. 5.2) (vgl. [STÖHS] s. 29 ff).

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (5.2)$$

### ***Dämpfungsverhältnis D***

Das Dämpfungsverhältnis  $D$  gibt ganz allgemein das Verhältnis der Dämpfung zur kritischen Dämpfung an. Die kritische Dämpfung wird erreicht, wenn die Wurzel aus (Gl. 5.1) null wird.

Somit ergibt aus (Gl. 5.2) die gedämpfte Kreisfrequenz:

$$\omega_d = \sqrt{1 - D^2} \cdot \omega_0 \quad (5.3)$$

Die komplexe Kreisfrequenz lautet somit:

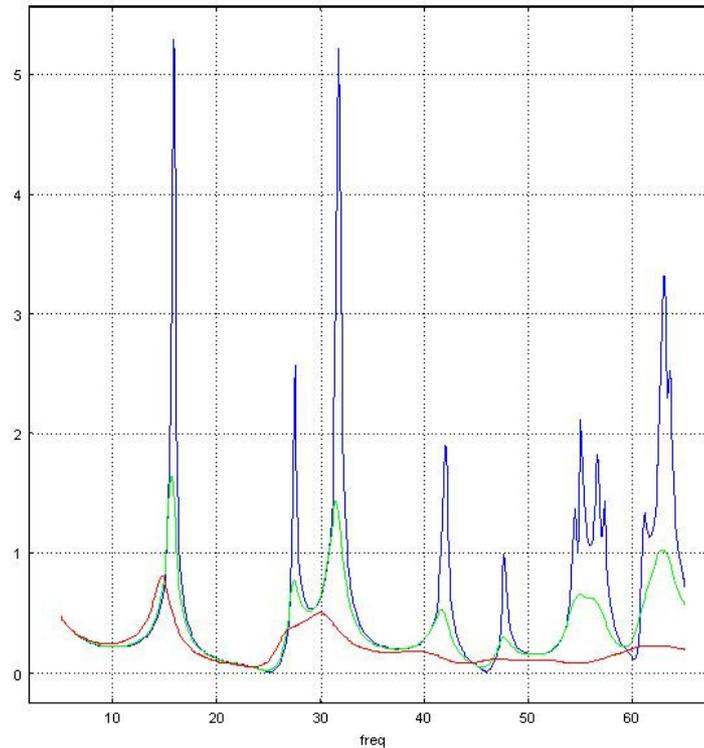
$$\underline{\omega} = -D\omega_0 + j\omega_d \quad (5.4)$$

Nun wird die komplexe (Kreis-)Frequenz aus Gleichung (5.4) mit  $-j$  multipliziert, woraus man die Darstellung erhält, die von *COMSOL* verwendet wird.

$$\underline{\omega} = \omega_d + jD\omega_0 \quad (5.5)$$

*D... Dämpfungsterm;  $\omega_d$ ... gedämpfte Kreisfrequenz*

### 5.3.2 Auswirkungen der Strömungsresistenz auf die Raummoden



**Abb. 5.13:** Amplitudengang von 5 Hz bis 65 Hz mit 0.1 Hz Auflösung. Verschiedene Strömungsresistenzen bei 30 cm dicker Absorberschicht an den Seitenwänden und der Decke. Blau:  $R_f = 1$ ; grün:  $R_f = 10$ ; rot:  $R_f = 100$ ;

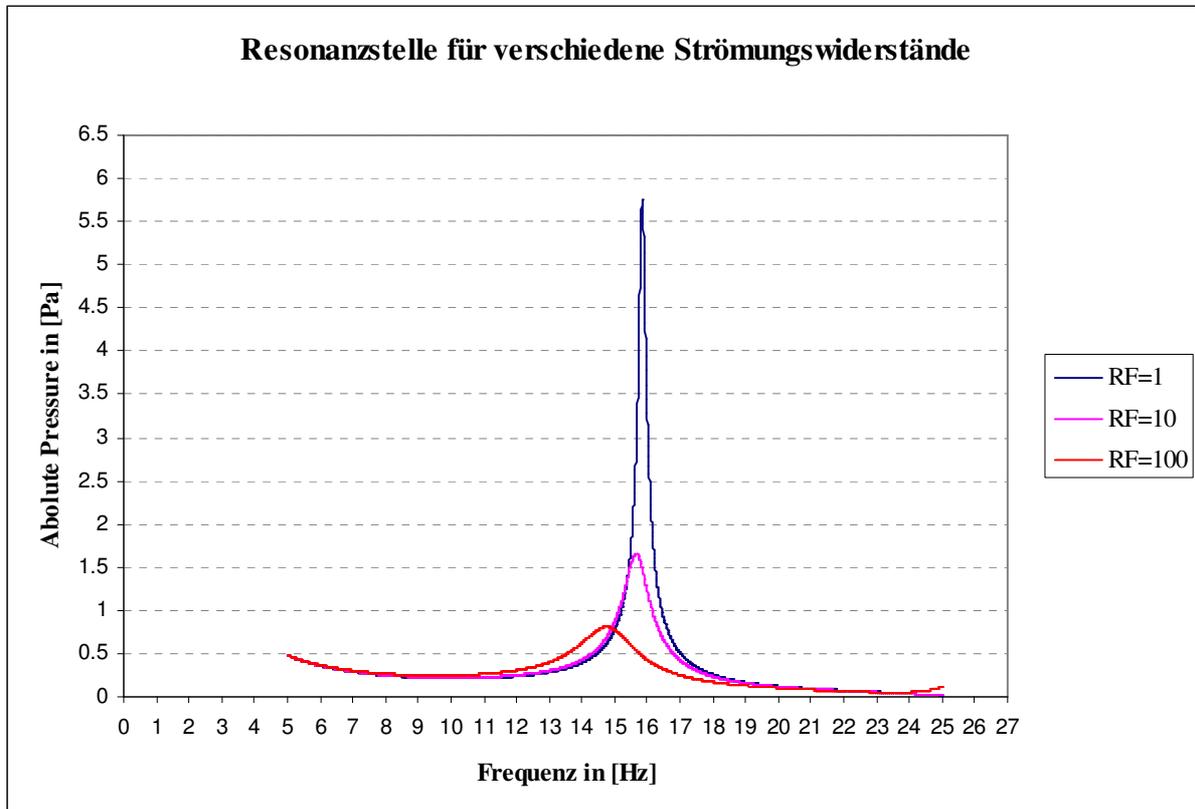
In Abb. 5.13 ist der Amplitudengang zwischen 5 Hz und 65 Hz in 0,1 Hz Auflösung dargestellt. Die blaue Kurve stellt den Amplitudengang für eine Strömungsresistenz von  $R_f = 1$  dar. Es sind 12 Resonanzstellen sichtbar. Sie weisen eine hohe Güte und Amplitude auf. Die grüne Kurve zeigt den Amplitudengang für  $R_f = 10$ . Hier sind nur mehr 8 Resonanzen zu sehen. Die Güte wird deutlich niedriger. Das wird an der Breite der Resonanzen erkennbar. Außerdem ist die Amplitude deutlich gesunken. Die rote Kurve stellt den Amplitudengang für eine Strömungsresistenz von  $R_f = 100$  dar. Es sind nur mehr 2 bis 3 Resonanzstellen sichtbar. Die meisten Raummoden werden bereits durch den Absorber bedämpft. Die Güte wird für steigende Strömungsresistenz immer kleiner, und Resonanzen werden vereinzelt vollkommen geglättet.

### 5.3.3 Zusammenhang zwischen Strömungsresistenz, Güte und dem komplexen Dämpfungsterm

Gedämpfte Schwingungen werden in *COMSOL* wie in Kapitel 5.3.1 beschrieben als komplexe Frequenz dargestellt. Abschließend soll untersucht werden ob ein Zusammenhang zwischen

der Güte einer Resonanzstelle und dem komplexen Dämpfungsterm der entsprechenden Eigenfrequenz besteht. Dazu wurden zwei Resonanzstellen genau untersucht (Abb. 5.14 bzw. Abb. 5.18).

**Bsp. 1) 1.0.0 Mode bei ca. 15 Hz**



**Abb. 5.14:** Resonanzstelle der 1.0.0 Mode für verschiedene Strömungsresistenzen

In Abbildung Abb. 5.14 ist der Amplitudengang für die Resonanzstelle der 1.0.0 Mode bei verschiedenen Strömungsresistenzen dargestellt. Es ist ersichtlich, dass mit steigender Strömungsresistenz die Güte der Resonanzstellen niedriger wird und außerdem die Amplituden sinken. Zudem ist zu beobachten, dass sich die Eigenfrequenzen nach unten verschieben (Tabelle 5.1).

Die Güte stellt das Verhältnis der Resonanzfrequenz zur  $-3\text{dB}$  Bandbreite dar (Gl. 5.3).

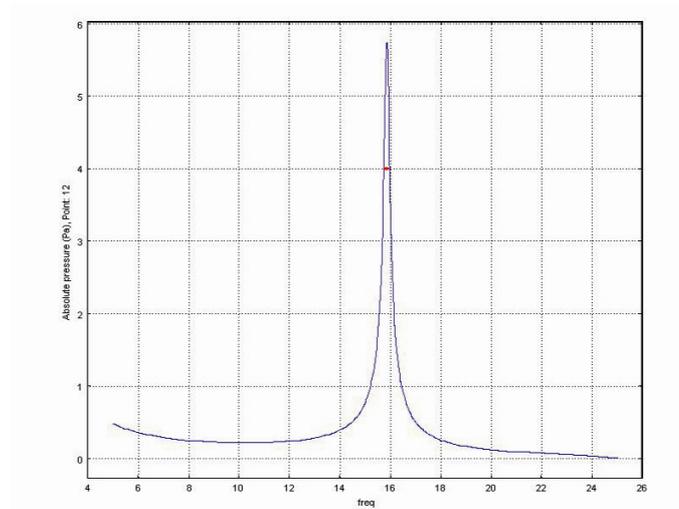
$$Q = \frac{f_{\text{Res}}}{B} = \frac{f_{\text{Res}}}{f_o - f_u} \quad (5.3)$$

$B$ ...  $-3\text{dB}$  Bandbreite

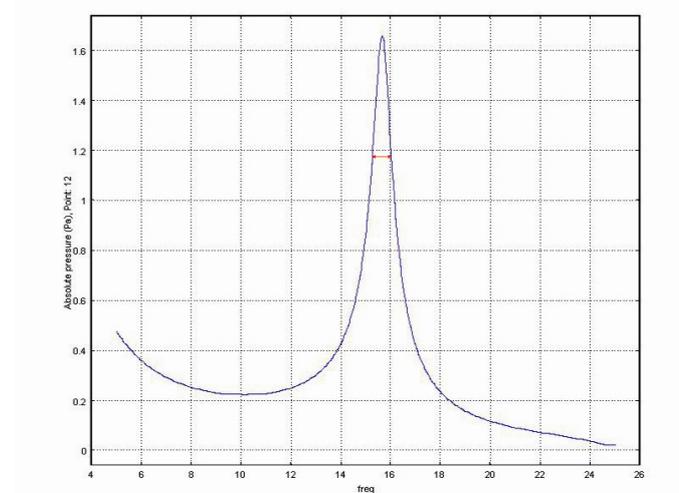
$f_o, f_u$ ... Eckfrequenzen

Die Eckfrequenzen  $f_o, f_u$  entsprechen jenen Frequenzen an denen die Amplitude um das  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache abgesunken ist.

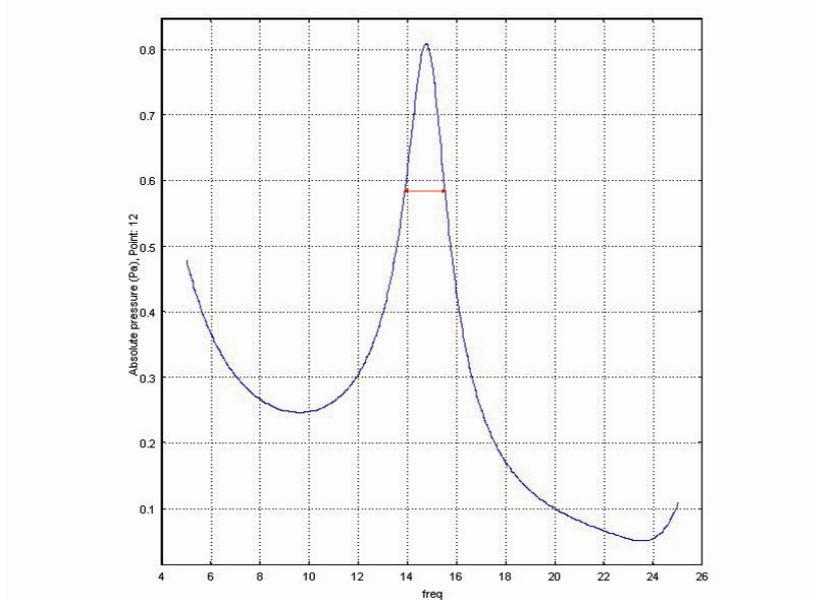
Da für die Darstellung des Amplitudenganges immer der absolute Schalldruck in Pa gewählt wurde, entspricht  $B$  der Differenz von  $f_o$  und  $f_u$ . In den Abbildungen Abb. 5.15 bis Abb. 5.17 sind die  $-3\text{dB}$  Bandbreiten für 3 Strömungsresistenzen dargestellt.



**Abb. 5.15:**  $-3\text{dB}$  Bandbreite für  $R_f=1$ ,  $B = 0,23$ ,  $f_{\text{Res}} = 15,846674+0,108857j$ ,  $Q = 68,87$



**Abb. 5.16:**  $-3\text{dB}$  Bandbreite für  $R_f=10$ ,  $B = 0,76$ ,  $f_{\text{Res}} = 15,663361+0,383251j$ ,  $Q = 20,60$



**Abb. 5.17:** -3dB Bandbreite für  $R_f=100$ ,  $B = 1,72$ ,  $f_{\text{Res}}= 14,796225+0,835108j$ ,  $Q = 8,60$

Es wird deutlich, dass mit steigender Strömungsresistenz die -3dB Bandbreite zunimmt. Die Güte wird hingegen immer kleiner und strebt für sehr hohe Strömungsresistenzen gegen null.

Nach den ersten Untersuchungen wurde ein Zusammenhang zwischen dem komplexen Dämpfungsterm und der Güte der Resonanzstelle sichtbar. Um einen Zufall auszuschließen, wurde eine zweite Resonanzstelle untersucht (Abb. 5.18).

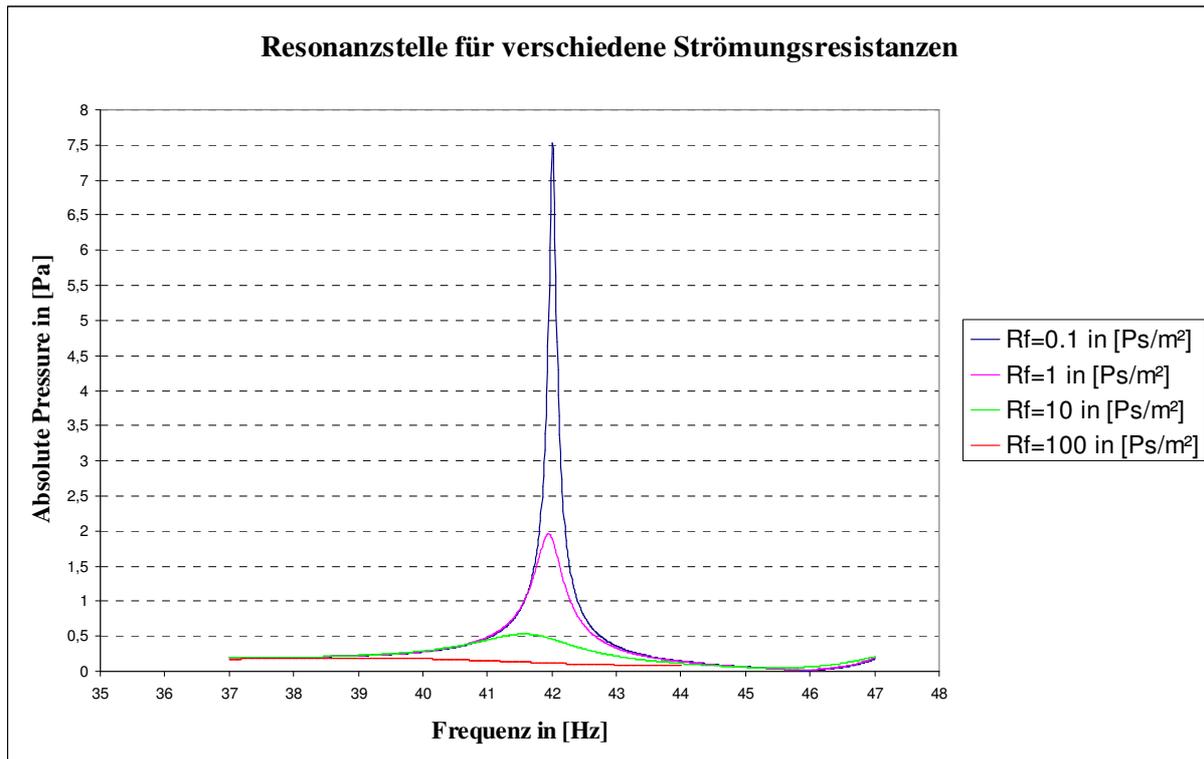


Abb. 5.18: Resonanzstelle der 2.1.0 Mode für verschiedene Strömungsresistenzen

Es wurde die 2.1.0 Mode (ca. 42 Hz) gewählt, da diese Raummode isoliert auftritt. Auch in Abbildung Abb. 5.18 sind die selben Phänomene sichtbar. Für die rote Kurve ( $R_f=100 \text{ Ps/m}^2$ ) ist die Güte nahezu auf null gesunken. Es ist nicht mehr möglich die Eckfrequenzen eindeutig zu bestimmen. Für drei Kurven wurde wiederum die Güte berechnet. Die Ergebnisse aus Beispiel eins und zwei sind in Tabelle 5.1 dargestellt.

	$R_f$ in [Ps/m <sup>2</sup> ]	D	Q	B in [Hz]	$\frac{D_n}{D_1}$	$\frac{Q_1}{Q_n}$
Bsp.1) <u>1.0.0 Mode</u>	1	0,108857j	68,87	0,23	1	1
	10	0,383251j	20,60	0,76	3,52	3,34
	100	0,835108	8,60	1,72	7,67	8,00
Bsp.2) <u>2.1.0 Mode</u>	0,1	0,105957j	381,90	0,11	0,25	0,26
	1	0,425228j	99,90	0,42	1	1
	10	1,422903j	25,18	1,65	3,34	3,96

Tabelle 5.1: Ergebnisse der Untersuchungen zu Bsp. 1 und Bsp. 2

Die Vermutung des in Bsp. 1 ersichtlich gewordenen Zusammenhangs zwischen Dämpfungsterm und Güte wurde mit Bsp. 2 bestätigt.

Es kann vermutet werden, dass

$$\frac{Q_n}{Q_m} \approx \frac{D_{f_m}}{D_{f_n}} \quad (5.4)$$

gilt. Das heißt, dass eine Resonanzstelle mit doppelter Dämpfung, ungefähr die halbe Güte besitzt. Die Verhältnisse zwischen Güte und dem Dämpfungsterm stimmen nicht exakt überein. Das liegt zum einen daran, dass die Resonanzstellen die zur Berechnung herangezogen wurden mit einer Auflösung von 0,01 Hz nicht exakt der Eigenfrequenz entsprechen die auf 6 Nachkommastellen genau berechnet wird. Zum anderen konnten die -3dB Werte durch die relativ geringe Frequenzauflösung auch nur relativ genau abgelesen werden.

## 5.4 Zusammenfassung

In Kapitel 5 wird im ersten Teil die Auswirkung der Quellen- und Senkenposition auf das Schallfeld untersucht. Dabei wird ersichtlich, dass im Schallfeldmuster große Unterschiede zwischen der Anregung in einem Wellenbauch und der Anregung in einem Wellenknoten entstehen. Bei der Anregung im Wellenbauch können bereits mit wenig Energie sehr hohe Amplituden durch Resonanzüberhöhungen erreicht werden. Im Wellenknoten wird viel mehr Energie benötigt um den Raum anzuregen. Das Raummodenmuster muss hier nicht mehr dem Eigenmodenmuster entsprechen da für verschiedene Quellenpositionen im Raum für ein und dieselbe Eigenfrequenz unterschiedliche Raummodenmuster auftreten können.

Als zweiten Teil wird in diesem Kapitel eine Resonanzstelle genau untersucht, d.h. die Anregung erfolgt möglichst genau in einer Eigenfrequenz. Dadurch entstehen bereits bei niedriger Anregungsenergie „unendlich“ hohe Amplituden wenn sich die Quelle im Wellenbauch befindet. Was hier auffällt ist, dass sich das Raummodenmuster auch bei der Anregung im Wellenknoten nicht ändert. Egal wie die Quellenposition gewählt wird, bleibt das Raummodenmuster für eine gewählte Eigenfrequenz für den „idealen“ Resonanzfall gleich.

Als abschließender Teil werden gedämpfte Schwingungen untersucht. Im Raum wird eine 30 cm dicke Absorberschicht eingebracht und deren Auswirkung auf ausgewählte Resonanzüberhöhungen, für verschiedene Strömungsresistenzen untersucht. Auffallend ist dabei, dass sich die Güte der Resonanzstelle in Abhängigkeit der Strömungsresistenz des Absorbers verändert, d.h. eine Erhöhung der Strömungsresistenz hat eine Verminderung der Güte zur Folge. Gedämpfte Schwingungen werden in COMSOL als komplexe Eigenfrequenzen berechnet. Der Imaginärteil entspricht dabei dem Dämpfungsterm. Aus den Simulationen wird ein Zusammenhang zwischen dem Dämpfungsterm der Eigenfrequenz und der Güte der Resonanzstelle ersichtlich.

Dieser Zusammenhang hat sich aus verschiedenen Simulationen für die angegebenen Frequenzbereiche und Absorberkoeffizienten ergeben. Es ist nicht garantiert ob Gleichung (Gl. 5.4) allgemeine Gültigkeit besitzt. Es würde jedoch den Rahmen dieser Arbeit sprengen diesen Zusammenhang noch genauer zu untersuchen um eine allgemein gültige Aussage treffen zu können.

## 6 Fazit und Ausblick

In diesem abschließenden Kapitel wird die Arbeit kurz zusammengefasst und ein Ausblick auf mögliche Themen für zukünftige Arbeiten gegeben.

Die Aufgabenstellung war es, die Phänomene Eigenfrequenz bzw. Eigenmoden und Resonanzfrequenz bzw. Raummoden mit Hilfe von Simulationen in *COMSOL Multiphysics* klar darzustellen und die Unterschiede zwischen den beiden Themen aufzuzeigen. Aufgrund dieser Vorgabe werden im zweiten Kapitel beide Begriffe theoretisch aufgearbeitet und klar definiert.

Um sich dem Thema nicht nur theoretisch zu nähern sollten beide Phänomene mit Hilfe der Simulationssoftware *COMSOL Multiphysics* untersucht werden. Kapitel 3 gibt dazu eine kurze Einführung in die wichtigsten Schritte der Software.

In Kapitel 4 ist es gelungen, die Eigenfrequenzen für verschiedene Raumgeometrien zu simulieren und grafisch darzustellen. Mit Hilfe der Simulationsergebnisse konnte die Abhängigkeit der Eigenfrequenzen bzw. Eigenmoden von der Raumgeometrie gezeigt werden. Daraus konnten Schlüsse über die Beeinflussung bzw. Unterdrückung der Eigenmoden gezogen werden. Einen wichtigen Bestandteil von Kapitel 4 bildet ebenso die Untersuchung der Gültigkeit des Zusammenhangs zwischen Wellenlänge, Frequenz und Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c = \lambda \cdot f$  im Raum. Es wird gezeigt, dass jener Zusammenhang die Gültigkeit verliert, sobald es sich nicht mehr nur um Wellenausbreitung in eine Raumrichtung, sprich axiale Moden handelt.

Den zweite Kernpunkt ist die Simulation von Resonanzfrequenzen bzw. Raummoden, sprich mit Räumen die mit Hilfe einer Quelle angeregt werden. Es wird dazu in Kapitel 5 gezeigt, dass das sich bildende Raummodenmuster nicht mehr nur von der Raumgeometrie abhängig ist, sondern auch von der Position der Quelle. Die Simulationen liefern hier Absolutwerte für die Amplituden und so konnte gezeigt werden, dass der Schalldruckpegel auch sehr stark abhängig von der Position von Quelle und Senke (Mikrofon) ist. Dazu wird eine Resonanzstelle genau untersucht und dargestellt.

Der letzte Teil beschäftigt sich mit der Ausbreitung gedämpfter Wellen. Dazu wird der simulierte Raum mit einer Absorberschicht ausgekleidet und die Auswirkungen auf die Güte der Resonanzstelle untersucht und dargestellt. Als abschließende Beobachtung wurde ein Zusammenhang zwischen dem Dämpfungsterm der Eigenfrequenz und der Güte der Resonanzstelle gefunden. Um den Umfang der Arbeit nicht zu sprengen wird dieser Zusammenhang hier nicht genauer untersucht.

Dies könnte im Zuge einer weiteren Arbeit näher betrachtet werden.

Die Arbeit umfasst ein sehr breites Themengebiet und vieles könnte sicher noch genauer in weiteren Arbeiten untersucht werden.

Ein weiteres Thema für zukünftige Arbeiten wäre es zum Beispiel eine geeignete Darstellung einer Welle im Zeit- Frequenz- und Raumbereich zu finden (evtl. 3- dimensionale Darstellung in Matlab).

Ein anderer interessanter Punkt der auf diese Arbeit aufbaut wäre es auch eine Frequenzbereichsanalyse mit transienten Signalen durchzuführen und zu analysieren.

## 7 Literaturverzeichnis

[CREMER] CREMER Lothar, MÜLLER Helmut A.: *Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik – Band II*. S. Hirzel Verlag, Stuttgart, 1978

[RA] GRABER G., WESELAK W.: *Raumakustik, Version 5.2*, Skriptum zur gleichnamigen Vorlesung, TU Graz, 2008

[EA] GRABER G., WESELAK W.: *Elektroakustik, Version 8.5*, Skriptum zur gleichnamigen Vorlesung, TU Graz, 2010

[TA] WESELAK W.: *Technische Akustik, Version 7.0*, Skriptum zur gleichnamigen Vorlesung, TU Graz, 2011

[PETRITSCH] PETRITSCH Herbert: *FEM-Simulationen mit COMSOL Multiphysics im Anwendungsbereich der Technischen Akustik*, Diplomarbeit, Institut für Signalverarbeitung und Sprachkommunikation, TU Graz, 2011

[STÖHS] STÖHS Patrick: *Qualitätskontrolle der Akustik von reflexionsarmen Messräumen und FEM-Simulation der Eigenmoden*, Diplomarbeit, Institut für Signalverarbeitung und Sprachkommunikation, TU Graz, 2011

[LANM] MIKOLASCH R.: *Lineare Algebra und numerische Methoden*, Skriptum zur gleichnamigen Vorlesung, TU Graz, 2006

[COMSOL] COMSOL AB: *COMSOL Multiphysics Reference Guide*, Version 4.1, 2010

## 8 Anhang A: Beschreibung der Animationstools

In diesem Kapitel wird die Benutzung der angefertigten Animationstools erklärt. Außerdem wird gezeigt, wie eine Animation in *COMSOL Multiphysics* erstellt werden kann.

### 8.1 Die Dateien *Animaton\_Quader.exe* und *Animation\_Vergleich.exe*

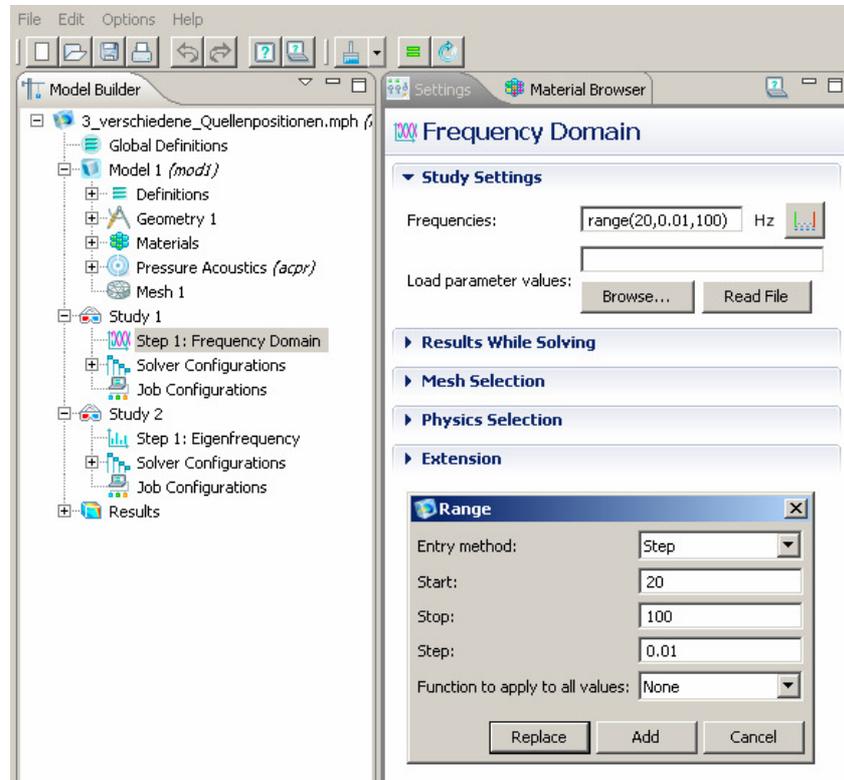
Diese zwei Dateien wurden mit Adobe Flash CS4 angefertigt und als Stand-Alone-Anwendung exportiert. Die Anwendungen können in Windows-Betriebssystemen durch doppelklicken geöffnet werden, ohne dass dafür zusätzliche Software installiert werden muss.

Um die Animation zu steuern, sind oben rechts auf der grafischen Oberfläche 6 Buttons angebracht (Abb. 4.20). Es werden die bekannten Darstellungen für „Play“, „Pause“, „ein Bild vor“ bzw. „ein Bild zurück“, „Sprung zum Anfang“ bzw. „Sprung zum Ende“ verwendet um die Animation nach belieben zu steuern. Oben links steht die Legende. Sie enthält die dargestellte Mode sowie die entsprechende Eigenfrequenz. Rechts unter den Steuerelementen ist eine logarithmische Frequenzachse angebracht, in der die aktuell abgebildete Eigenfrequenz mit einem roten Balken markiert wird. Die Abbildung zeigt das Schallfeld zur jeweiligen Eigenfrequenz in Pa („*Total acoustic pressure field(Pa)*“). Die Datei *Animation\_Quader.exe* zeigt die Eigenfrequenzen zu einem einfachen Quaderraum. In der Datei *Animation\_Vergleich.exe* werden die Eigenfrequenzen des einfachen Quaderraums und des Seminarraums im Vergleich dargestellt.

### 8.2 Die Datei *Frequenzbereichsanalyse.gif* und Erstellung einer Animation in *COMSOL Multiphysics*

Die Datei *Frequenzbereichsanalyse.gif* stellt die Frequenzen im einfachen Quaderraum von 70 bis 80 Hz in 0,01 Hz Auflösung als animiertes Bild im Format .gif dar. Die Datei kann durch einen Doppelklick geöffnet werden und läuft dann ohne Unterbrechung durch. Die Animation kann nicht gesteuert werden da sie direkt in *COMSOL Multiphysics* erstellt wurde.

Für die Erstellung sind ein paar einfache Schritte nötig. Zuerst wird in den Einstellungen im Untermenüpunkt „*Frequency Domain*“ von „*Study 1*“ der gewünschte Frequenzbereich mit Start- Frequenz, Stop- Frequenz und der gewünschten Auflösung („*Step*“) eingegeben (Abb. 8.1).



**Abb. 8.1:** Eingabe des Frequenzbereichs für die Animation

Mit einem rechts- Klick auf „*Study 1*“ öffnet sich ein Reiter mit dem Punkt „*Compute*“. Klick auf „*Compute*“ um die Frequenzbereichsanalyse zu berechnen. Sobald die Berechnung abgeschlossen ist, kann die Animation erstellt werden. Dazu wird im Untermenüpunkt „*Report*“ des Menüpunktes „*Results*“ mit einem rechts- Klick ein Reiter geöffnet. Hier gibt es den Punkt „*Animation*“. Mit einem Klick darauf werden die Einstellungen zur Animation geöffnet (Abb. 8.2). Im Punkt „*Scene*“ muss die „*3D Plot Group*“ ausgewählt werden, in der die Plots zur Frequenzbereichsanalyse liegen. Unter „*Output*“ kann die Art des Exports und das Format eingestellt werden. Es gibt die Möglichkeit die Plots als eine Bildsequenz oder ein „*Movie*“ zu exportieren. Für die Animation wird „*Movie*“ als Export und „*Gif*“ als Format gewählt. Unter „*Filename*“ wird der Speicherort für die Animation angegeben. „*Frames per second*“ bestimmt wie viele Bilder pro Sekunde gezeigt werden. Für die Animation Frequenzbereichsanalyse.gif wurden 20 Bilder pro Sekunde gewählt. Im Punkt „*Frame settings*“ kann die Größe der Plots festgelegt werden. „*Parameter sweep*“ enthält bereits die Frequenzen aus der berechneten Frequenzbereichsanalyse. Die Parameter können jedoch auch manuell festgelegt werden. Wenn alle Einstellungen gemacht wurden wird die Erstellung der Animation mit Klick auf „*Export*“ gestartet (Abb. 8.3). Die Erstellung ist sehr rechenaufwändig und braucht mit der in Kapitel... angegebenen Rechnerleistung für 1000 Frequenzen knapp 60 min.

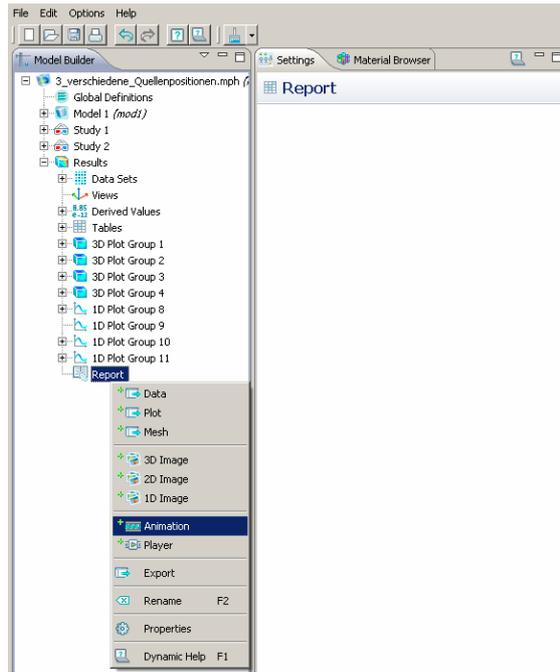


Abb. 8.2: Öffnen der Animation

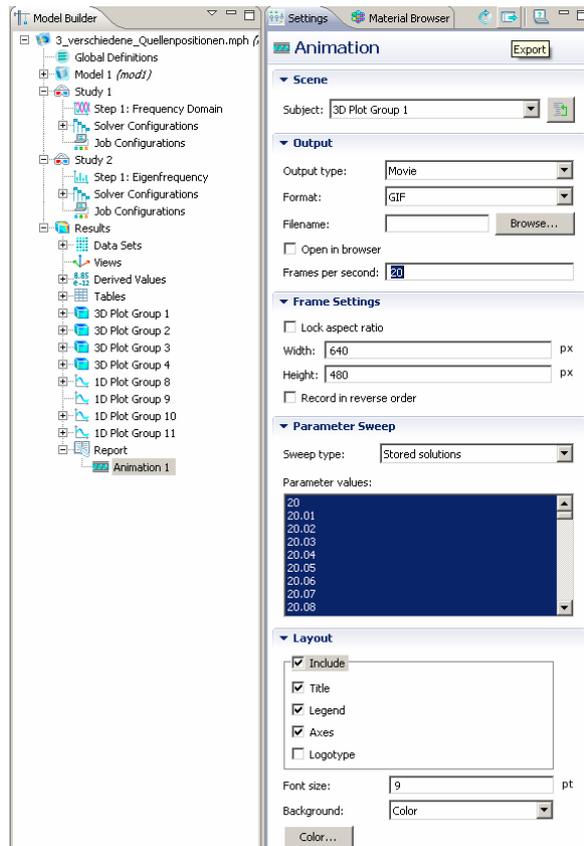


Abb. 8.3: Animationseinstellungen

## 9 Anhang B: Dateiverzeichnis

### 9.1 Dokumentation

<b>Datei- Name</b>	<b>Beschreibung</b>
BA_Plagg_Pobitzer.doc	Schriftliche Dokumentation der Arbeit (Word- Datei)
BA_Plagg_Pobitzer.pdf	Schriftliche Dokumentation der Arbeit (pdf- Datei)
BA_Plagg_Pobitzer.ppt	Powerpoint Präsentation der Bachelorarbeit

### 9.2 Microsoft Excel- Dateien

<b>Datei- Name</b>	<b>Beschreibung</b>
Eigenmoden.xls	Enthält einen Modenrechner und die Berechnung der Modenanzahl im einfachen Quaderraum
Ampl_dB_versch_Rf.xls	Enthält die Simulationsergebnisse für verschiedene Strömungsresistanzen und die Darstellung des Amplitudengangs in dB
Ampl_Pa_versch_Rf.xls	Enthält die Simulationsergebnisse in Pa für verschiedene Strömungsresistanzen. Zusätzlich wurden 2 Resonanzstellen für verschiedene Strömungsresistanzen isoliert dargestellt.

## 9.3 Animationen

<b>Datei- Name</b>	<b>Beschreibung</b>
Animation_Quader.exe	Flashanimation der Eigenfrequenzen des einfachen Quaderraums bis 144,4 Hz
Animation_Vergleich.exe	Flashanimation die die Eigenfrequenzen des einfachen Quaderraums und des Seminarraums der Infeldgasse 12 im Vergleich darstellt.
Frequenzbereichsanalyse.gif	Darstellung der Raummoden des einfachen Quaderraums von 70 bis 80 Hz in 0,01 Hz Auflösung als animierte .gif- Datei.

## 9.4 COMSOL- Dateien

<b>Datei- Name</b>	<b>Beschreibung</b>
Quaderraum.mph	Simulation des einfachen Quaderraums mit Eigenfrequenzanalyse. (Kap. 4)
Seminarraum_Infeldgasse_12.mph	Simulation des Seminarraums in der Infeldgasse 12 mit Eigenfrequenzanalyse.(Kap. 4.3.1)
Quader_keine_parallelen_Wände.mph	Simulation eines Quaderraums ohne parallele Wände mit Eigenfrequenzanalyse. (Kap.4.3.1)
Quader_Keile_in_x_Richtung.mph	Simulation eines Quaderraums mit Keilförmigen Einbuchtungen an den Längsseiten mit Eigenfrequenzanalyse. (Kap. 4.3.1)
Quader_Keile_in_x&y_Richtung.mph	Simulation eines Quaderraums mit Keilförmigen Einbuchtungen an den Längs- und Querseiten mit Eigenfrequenzanalyse. (Kap. 4.3.1)
Quader_Keile_in_x&y&z_Richtung.mph	Simulation eines Quaderraums mit Keilförmigen Einbuchtungen an den Längsseiten, Querseiten und an der Decke mit Eigenfrequenzanalyse. (Kap. 4.3.1)
3_verschiedene_Quellenpositionen.mph	Simulation des Quaderraums mit Frequenzbereichsanalyse. Die Anregung erfolgt über eine Punktquelle die abwechselnd an 3 verschiedenen Orten positioniert wird. (Kap. 5.1, Kap. 5.2)
30cm_Absorberschicht.mph	Simulation eines Quaderraums der mit einer 30 cm dicken Absorberschicht an den Wänden und der Decke ausgekleidet wurde. Es wird eine Eigenfrequenz- und eine Frequenzbereichsanalyse durchgeführt. (Kap. 5.3)