

Lochplatten-, Schlitzplatten- und Helmholtz- absorber

Projektarbeit

durchgeführt von

Jan Bräuer

Institut für Breitbandkommunikation
der Technischen Universität Graz

Betreuer: Dipl.-Ing. Dr.techn. Werner Weselak

Graz, im April 2010

Zusammenfassung

Diese Projektarbeit besteht aus der theoretischen Aufbereitung des Sachverhalts und aus einem in Matlab programmierten GUI (Graphical User Interface), welches ein Werkzeug zur Verfügung stellt, mit dem die Absorptionsgradkennlinie für den jeweiligen Absorbentyp und weitere Parameter berechnet werden. In einige Beispielen bzw. Simulationen werden die Einflüsse der Absorberabmessungen (Lochdurchmesser, Lochabstand, Stärke der Platte, Abstand zur Wand) auf die akustischen Eigenschaften diskutiert und dargelegt. In Kapitel 3.2 wird versucht, für den Hallraum am Labor für Bauphysik an der Technischen Universität Graz, Abmessungen zu finden, so dass die problematischen Moden möglichst gut bedämpft werden.

Abstract

One part of the present thesis is the description of the theory of perforation plates and Helmholtzresonators. The other part contains a tool programmed in Matlab with which it is possible to calculate the characteristic curve of the absorption coefficient and other parameters. In some examples or rather simulations the influence of the geometric dimensions (e.g. diameter and distance of the holes, thickness of the plate and distance to the wall) on the acoustical characteristics and on the curve of the absorption coefficient is shown. The last part contains a trial of finding the dimensions for a perforation plate that should attenuate the problematic modes in the reverberation chamber of the laboratory for building physics on the University of Technology in Graz.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
1.1	Aufgabenstellung	4
1.1.1	Ursprüngliche Ziele	4
1.1.2	Veränderte Aufgabenstellung	4
2	Absorption durch Luftresonanz	5
2.1	Allgemeines	5
2.2	Loch- und Schlitzplatten	6
2.2.1	Massenbelag	6
2.2.2	Mündungskorrektur	9
2.2.3	Resonanzfrequenz	12
2.2.4	Strömungswiderstand	14
2.2.5	Absorptionsgrad	19
2.3	Einzelresonator	29
2.3.1	Äquivalente Absorptionsfläche	29
2.3.2	Resonanzfrequenz des Einzelresonators und Vergleich mit der Resonanzfrequenz der Lochplatte	30
3	Implementierung des Sachverhaltes in ein GUI	31
3.1	Bedienoberfläche	31
3.2	Lösungsvorschläge für den Hallraum	32
3.2.1	Angepasste Absorptionsgradkennlinie Lochplatte	32
3.2.2	Angepasste Absorptionsgradkennlinie Schlitzplatte	33
4	Aussicht	34
5	Literaturverzeichnis	35

1 Einleitung

Ursprünglich waren Loch- und Schlitzplatten als Abdeckungen gedacht, die ein meist unschönes poröses Material verdecken und weitgehend akustisch transparent sind. Wählt man aber die Dimensionen der Mündungsöffnungen und den Abstand der Platte zur Wand entsprechend, so wirkt dieses Luft-Masse-Feder-System als Resonanzabsorber. In dieser Arbeit werden Loch- und Schlitzplatten als eigenständige Resonatoren betrachtet. Deren akustische Eigenschaften werden erarbeitet und die Einflussfaktoren dieser dargelegt.

1.1 Aufgabenstellung

1.1.1 Ursprüngliche Ziele

Das ursprüngliche Ziel war für die Modenproblematik des Hallraums am Labor für Bauphysik an der Technischen Universität Graz einen geeigneten Tiefenabsorber zu konstruieren. Aus der Diplomarbeit von Herrn Markus Geigl mit dem Thema „Messungen an mikroperforierten Folien im Hallraum“, Kapitel 1, „Das Schallfeld im Hallraum“, geht hervor, dass der problematische Frequenzbereich ca. zwischen 100 und 500 Hz liegt. Ohne Festlegung welcher Typ Absorber dafür verwendet werden soll, war das Ziel einen Absorber zu entwerfen der besagten Frequenzbereich bedämpft.

1.1.2 Veränderte Aufgabenstellung

Da mehrere Absorbertypen zur Auswahl standen, konnten hier nicht alle behandelt werden, weil deren theoretische Ausarbeitung in ausreichender Genauigkeit den Umfang dieser Arbeit bei weitem überschreiten würde. Es wären auch so genannte Plattenabsorber ohne Löcher oder Schlitz für diese Anwendung möglich, da bei diesen aber schon die Theorie über Körperschall mit eingeht, fiel hier die Entscheidung auf Absorption durch Luftresonanz.

Da es zur Dimensionierung eines Absorbers wichtig ist den Absorptionsgradverlauf im Vorfeld schon möglichst genau bestimmen zu können, wurde hier sehr genau auf dessen theoretische Herleitung eingegangen. Da allein dieser Bereich schon sehr umfangreich ist, war ein tatsächlicher Aufbau eines Plattenabsorbers im Zuge dieses Projektes nicht mehr möglich. Als praktischer Teil wurde ein Softwaretool zur Berechnung der Absorptionsgradkennlinie und der wichtigsten akustischen Parameter erstellt.

2 Absorption durch Luftresonanz

2.1 Allgemeines

Absorption durch Luftresonanz findet bei Helmholtzresonatoren, Loch- und Schlitzplattenabsorbern statt, wobei sowohl Masse als auch Feder von der Luft selbst gebildet werden. Bei allen drei Typen kann es sein, dass die Platte selbst additional zu Schwingungen angeregt wird. Dies kann durchaus wünschenswert sein, wobei es sich dann um eine Mischform zweier Absorptionsprinzipien handelt. In dieser Arbeit wird aber ausschließlich auf das Prinzip der Absorption durch Luftresonanz und die damit in Verbindung stehende dämpfende Wirkung der Luftströmung durch die Löcher bzw. Schlitzze eingegangen. Die Resonanzfrequenz eines solchen Masse-Feder-Systems mit einer Schwingmasse m' und der Federsteife s' ist:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{s'}{m'}} \quad (2.1)$$

Die Federsteife s' und die Schwingmasse m' lassen sich wie folgt angeben [EA, Kap. 7.3.1]:

$$s' = \rho \cdot c^2 \cdot \frac{S^2}{V} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (2.2)$$

$$m' = \rho \cdot (l_0 + 2\Delta l) \cdot S$$

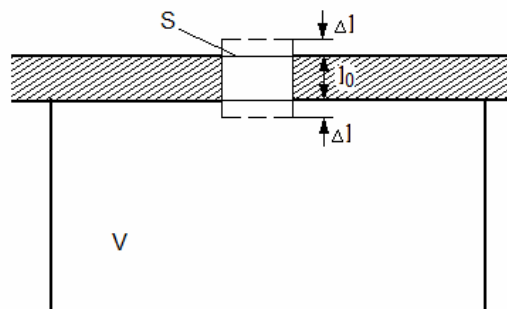


Abb. 2.1: Prinzip des Helmholtzresonators

Streng genommen ist die Mündungskorrektur vor und hinter der Mündung verschieden, wird hier aber vereinfacht als gleich angenommen. Setzt man nun die Federsteife und die Schwingmasse in Gl.(2.1) ein, so erhält man für die Resonanzfrequenz:

$$f_0 = \frac{c}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{S}{(l_0 + 2\Delta l) V}} \quad (2.3)$$

Diese Formel ist allgemein für Einzelhelmholtzresonatoren, Loch- und Schlitzplattenresonatoren gültig.

2.2 Loch- und Schlitzplatten

Ursprünglich waren Loch- und Schlitzplatten als Abdeckung poröser Absorber gedacht. Unter dieser Funktion stellen Loch- und Schlitzplatten weitgehend akustisch transparente Wand- und Deckenelemente dar, auch dann noch, wenn das Verhältnis von Lochfläche zur Gesamtfläche nur 10% beträgt. (Bei höheren Frequenzen lässt jedoch ihre Transparenz nach.) Bei Lochungsverhältnissen unterhalb von 10% wirkt die Platte teilweise wie ein Plattenschwinger, was aber im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht wird. Hier wirkt die Luft in den Löchern oder Schlitzfenstern plus einer so genannten Mündungskorrektur als träger Massenbelag (siehe Kapitel 2.2.1 und 2.2.2).

Außerdem stellen die Löcher bzw. Schlitzfenster für die durchströmende Luft einen Strömungswiderstand dar, der auch den Verlauf des Absorptionsgrades bestimmt. In vielen Anwendungen wird ein zusätzlicher Strömungswiderstand als poröses Material vor oder hinter der Lochplatte ausgeführt. Bereits durch ein dünnes Fließ kann dieser stark beeinflusst werden. Genauer wird darauf in Kapitel 2.2.4 eingegangen.

2.2.1 Massenbelag

2.2.1.1 Lochplatte

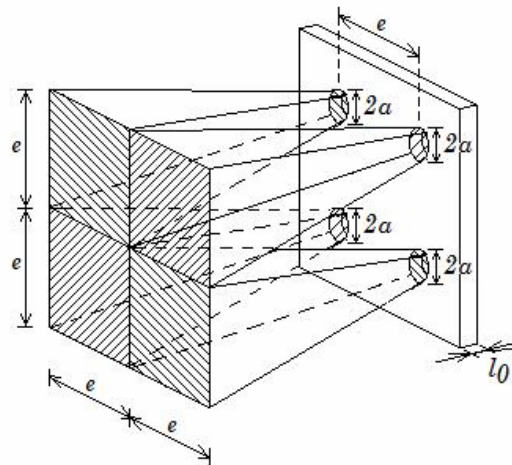


Abb. 2.2: Flächenverhältnis bei Lochplatten

Unter Betrachtung von Abb. 2.2 lässt sich das Schallfeld in das einzelner Rohre zerlegen, bei denen sich die schraffiert markierten quadratischen Flächen mit den Kantenlängen e (entspricht dem Lochabstand) auf die Flächen der Löcher mit Radius a verringern. Das Perforationsverhältnis σ berechnet sich aus dem Flächenverhältnis von Lochfläche zur quadratischen Fläche, oder anders ausgedrückt aus dem Flächenverhältnis jener Fläche der Platte, die von der Luft durchströmt wird, zur Gesamtfläche der Lochplatte.

$$\sigma = \frac{\pi \cdot a^2}{e^2} \quad (2.4)$$

Da der Schallfluss durch beide Flächen der gleiche sein muss, ergibt sich daraus das Verhältnis von äußerer zu innerer Schnelle:

$$\underline{q}_a = \underline{q}_i \Rightarrow \underline{v}_a \cdot e^2 = \underline{v}_i \cdot \pi a^2 \Rightarrow \frac{\underline{v}_a}{\underline{v}_i} = \frac{\pi a^2}{e^2} = \sigma$$

Dieses Verhältnis ist gleich dem Perforationsverhältnis. Folglich muss sich die Luft in den Löchern um das $1/\sigma$ -fache beschleunigen.

Die Luftmasse eines einzelnen Loches ist:

$$m'_0 = \rho \cdot l_0 \cdot \pi a^2$$

Um von der Fläche des Loches unabhängig zu sein, dividiert man durch die Lochfläche und erhält den Massenbelag eines einzelnen Loches zu:

$$m_0 = \rho \cdot l_0 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right] \tag{2.5}$$

Da wir aber eine Lochplatte betrachten, beziehen wir den Massenbelag eines einzelnen Loches auf das Perforationsverhältnis, weshalb die Plattenabmessung nicht ins Ergebnis eingeht. Es ergibt sich der für Loch- und Schlitzplatten gültige Massenbelag, hier aber noch ohne Berücksichtigung der Mündungskorrektur, wie folgt:

$$m_0 = \frac{\rho \cdot l_0}{\sigma} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right] \tag{2.6}$$

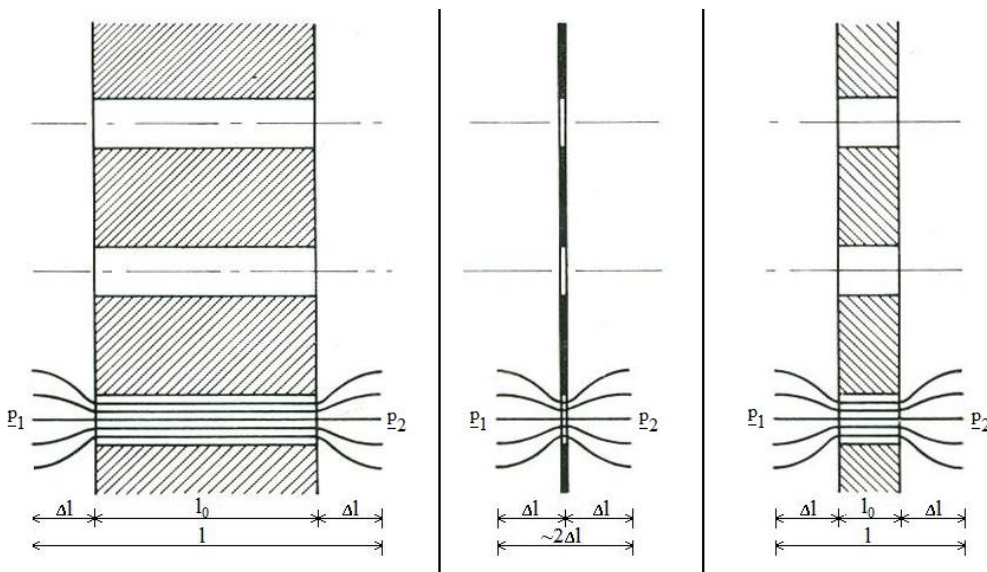


Abb. 2.3: Strömungsverläufe in Loch- und Schlitzplatten mit verschiedenen Plattenstärken

Zur Plattenstärke l_0 wird an der Vorder- und Rückseite die so genannte Mündungskorrektur Δl aufgeschlagen (siehe Abb. 2.3), die im nächsten Kapitel hergeleitet wird. Es ergibt sich folglich ein gesamter Massenbelag von:

$$m = m_0 + 2\Delta m = \frac{\rho}{\sigma}(l_0 + 2\Delta l) = \frac{\rho \cdot e^2}{\pi a^2}(l_0 + 2\Delta l) \quad (2.7)$$

2.2.1.2 Schlitzplatte

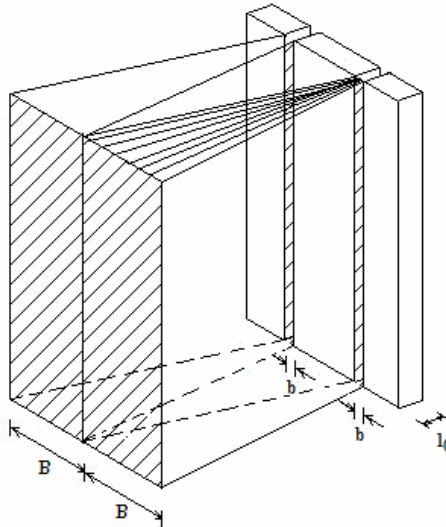


Abb. 2.4: Flächenverhältnis bei Schlitzplatten

Bei Schlitzplatten muss der Schallfluss natürlich auch konstant sein. Setzt man die schraffierten Flächen in Abb. 2.4 ins Verhältnis, so kürzt sich die Höhe der Platte heraus und man kommt auf ein Perforationsverhältnis von:

$$\sigma = \frac{b}{B} \quad (2.8)$$

Weiters in Gl.(2.7) eingesetzt, ergibt sich der Massenbelag zu:

$$m = \frac{\rho(l_0 + 2\Delta l) \cdot B}{b} \quad (2.9)$$

2.2.2 Mündungskorrektur

2.2.2.1 Lochplatte

Zum besseren Verständnis der folgenden Herleitung führen wir hier als Hilfsgröße die so genannte Trennimpedanz ein. Als solche bezeichnet man jene Impedanz, die ein Trennobjekt erzeugt, welches zwei Medien trennt. Die Medien vor und hinter dem Trennobjekt können von gleicher Konsistenz sein. Für eine Loch- oder Schlitzplatte mit Massenbelag m wird sie angeschrieben wie folgt:

$$\underline{T} = \frac{p_1 - p_2}{v_a} = j\omega m = j\omega(m_0 + 2\Delta m) \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} \right] \quad (2.10)$$

p_1 ist dabei der Druck vor der Platte, p_2 der Druck hinter der Platte. Beide Punkte liegen außerhalb des Übergangsbereiches (siehe Abb. 2.3). Der Quotient aus Druckgefälle zur vor und hinter dem Trennobjekt gleichen Schnelle ergibt die Trennimpedanz.

Für die Herleitung der Mündungskorrektur gehen wir von zwei Grenzfällen aus. Für die Bestimmung der unteren Grenze der Mündungskorrektur nehmen wir den Fall einer Öffnung in einer Platte der Dicke $l_0 = 0$ an (siehe Abb. 2.3, Mitte). Dadurch ist die schwingende Luftmasse in der Öffnung selbst Null und wir erhalten nur den Einfluss vor und hinter der Platte. Die Tatsache, dass dieser auf der Außenseite des Absorbers anders sein kann wie auf der Innenseite wird hier vernachlässigt.

$$m_0 = 0 \Rightarrow \underline{T} = j\omega \cdot 2\Delta m \quad (2.11)$$

Sind die Lochabstände e hinreichend groß gegenüber den Lochdurchmessern, kann man mit Gl.(2.12) rechnen [Herleitung siehe Rayleigh].

$$\boxed{\underline{T} = j\omega \cdot \rho \frac{e^2}{2a}} \quad (2.12)$$

$$\Rightarrow 2\Delta m = \frac{\rho \cdot e^2}{2a} \quad (2.13)$$

Aus Gl.(2.7) wissen wir:

$$2\Delta m = \frac{\rho \cdot e^2}{\pi a^2} \cdot 2\Delta l$$

Durch Koeffizientenvergleich der beiden letzten Gleichungen kommt man auf folgenden Zusammenhang:

$$\frac{2\Delta l}{\pi a^2} = \frac{1}{2a}$$

Man erhält für die untere Grenze der Mündungskorrektur pro Seite:

$$\Delta l = \frac{\pi}{4} a = 0,785a \quad (2.14)$$

Für die Bestimmung der oberen Grenze der Mündungskorrektur gehen wir von dem Fall aus, dass in langen Löchern die Geschwindigkeitsverteilung immer gleichmäßiger wird. Dadurch wird auch die Verteilung im Mündungsquerschnitt dieser Geschwindigkeitsverteilung ähnlich [siehe Cremer 2, S.152]. Lord Rayleigh hat auch diesen Fall streng behandelt und erhält [Herleitung siehe Rayleigh, The Theory of Sound II, S.182]:

$$\Delta l = \frac{8}{3\pi} a \approx 0,85a \quad (2.15)$$

D.h., die Berechnungen liegen zwischen $0,785a < \Delta l < 0,85a$. Man verwendet daher für raumakustische Berechnungen der Mündungskorrektur meist einen Wert von:

$$\Delta l \approx 0,8a \quad (2.16)$$

Einfluss des Lochungsverhältnisses auf die Mündungskorrektur

Wird der Abstand e der Löcher zueinander kleiner, so beeinflussen sich die Strömungen außerhalb der Lochmündungen gegenseitig, was somit Einfluss auf die Mündungskorrektur hat. Diese nimmt mit größer werdendem Lochungsverhältnis immer ab. Stellt man sich den Grenzfall vor, wo $\sigma = 1$ wäre, fällt die Zusammenschnürung ganz weg und somit auch die Mündungskorrektur. Ingard gibt folgende Gleichung an, die bis etwa $\sigma \leq 0,2$ (siehe dazu den Verlauf in Abb. 2.5) gültig ist [Herleitung siehe Ingard]:

$$\Delta l = 0,8a(1 - 1,4\sqrt{\sigma}) \quad (2.17)$$

Die von Rschevkin aufgestellte Gleichung erfasst auch den Bereich für $\sigma > 0,2$ [Herleitung siehe Rschevkin]:

$$\Delta l = 0,8a(1 - 1,47\sqrt{\sigma} + 0,47\sqrt{\sigma^3}) \quad (2.18)$$

In Abb. 2.5 ist der Verlauf der Mündungskorrektur nach den letzten drei Gleichungen dargestellt.

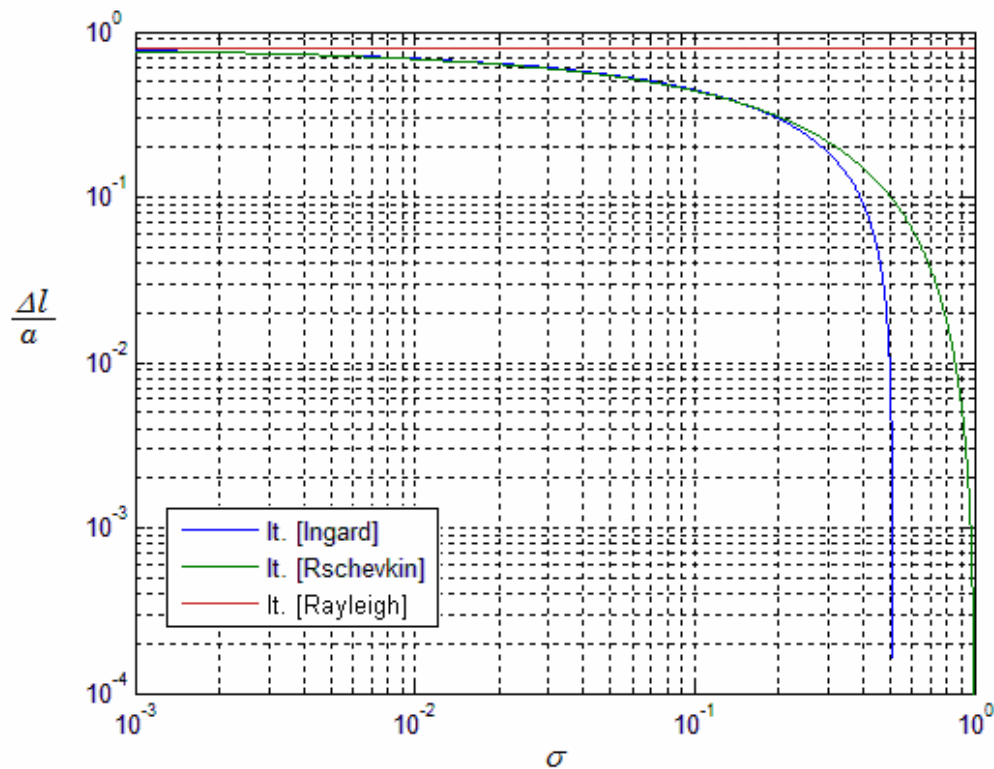


Abb. 2.5: Mündungskorrektur im Verhältnis zum Lochradius a von Lochplatten laut Ingard, Rschevkin und Rayleigh

Aus den letzten beiden Gleichungen und Abb. 2.5 erkennt man, dass bei Lochplatten der Einfluss der Mündungskorrekturen zu den benachbarten Löchern nicht vernachlässigbar ist und mit in die Berechnungen einfließen muss.

2.2.2.2 Schlitzplatte

M. Heckl und H.A. Müller geben in ihrem Band Taschenbuch der Technischen Akustik, Kap.19, S.477 für verschiedene Mündungsformen Berechnungsvorschriften an. Für die uns interessierenden Schlitzplatten gilt folgende Näherungsformel für die Mündungskorrektur, deren Gültigkeitsbereich allerdings auf $0,1 < \sigma < 0,7$ begrenzt ist:

$$\Delta l \approx -b \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \ln \left[\sin \frac{\pi \cdot b}{2 \cdot B} \right] \quad 0,1 < \sigma < 0,7 \quad (2.19)$$

Kosten und Smits [Acustica 1 (1951), S. 118] berücksichtigen in ihren Berechnungen auch den Wandabstand d , dessen Einfluss aber nur dann zu tragen kommt, wenn das Verhältnis d/b klein ist. Ab $d/b > 20$ hat der Wandabstand zunehmend weniger, bis keinen Einfluss mehr. Diese Abhängigkeit ist in Gl.(2.20) und den verschiedenen Kurven in Abb. 2.6 zu sehen.

Wir gehen auch hier von gleicher Schnelle vor und hinter dem sog. Trennobjekt aus und können als Gleichung für die Mündungskorrektur von Schlitzplatten angeben:

$$\Delta l = \frac{b}{2\pi^3} \left(\frac{B}{b}\right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin^2\left(n\pi \frac{b}{B}\right) \cdot \left(1 + \coth\left(2\pi n \frac{d}{B}\right)\right) \quad (2.20)$$

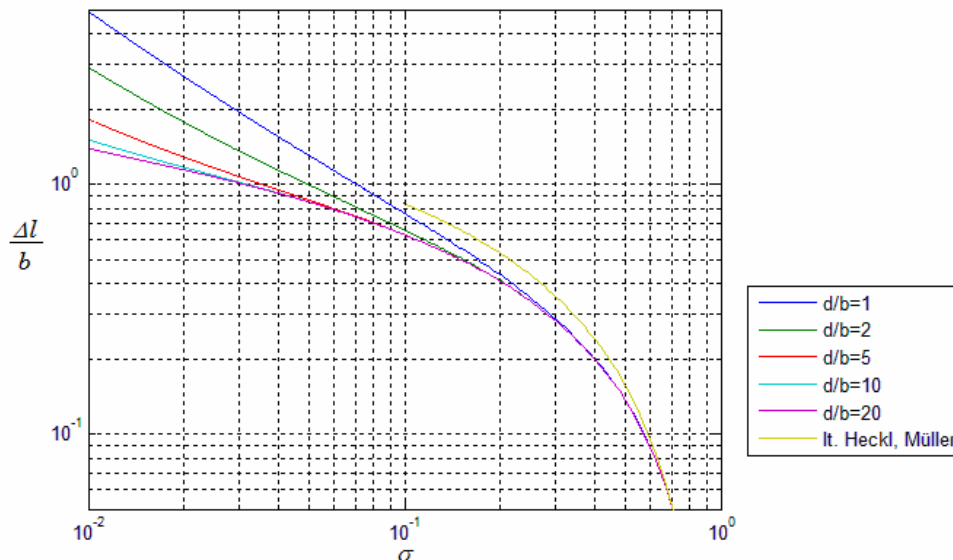


Abb. 2.6: Mündungskorrektur Δl in Abhängigkeit von der Schlitzbreite b , dem Perforationsverhältnis σ und dem Verhältnis Wandabstand d zu Schlitzbreite b

2.2.3 Resonanzfrequenz

Für die Herleitung der Resonanzfrequenz von Loch- und Schlitzplattenabsorbern betrachten wir zunächst den Ansatz über die Wandimpedanz. Diese setzt sich aus Real- und Imaginärteil zusammen. Der Realteil bildet den Strömungswiderstand R , der sich zusammensetzt aus dem Strömungswiderstand in den Löchern oder Schlitzten und, falls ein poröses Material hinter der Platte angebracht ist, aus dessen Strömungswiderstand. Der Imaginärteil setzt sich zusammen aus der „Masse“ $j\omega m$ und der „Feder“ $\frac{s}{j\omega}$ des Systems.

$$\underline{W} = R + j\omega m + \frac{s}{j\omega} \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} \right] \quad (2.21)$$

Der Massenbelag m wird wie in Kapitel 2.2.1 berechnet. Die Federsteife s' beträgt nach Gl.(2.2) für ein reines Luftpolster mit $V = d \cdot e^2$:

$$s' = \rho \cdot c^2 \cdot \frac{S^2}{V} = \rho \cdot c^2 \cdot \frac{(\pi a^2)^2}{d \cdot e^2}$$

Um nun genauso wie beim Massenbelag von der Lochfläche unabhängig zu sein und gleichzeitig einen Bezug zum Lochungsverhältnis herzustellen, dividieren wir durch die Lochfläche [siehe Gl.(2.5)] und durch das Lochungsverhältnis [siehe Gl.(2.6)] und erhalten mit $\rho \cdot c^2 = K_{ad}$:

$$s = \frac{K_{ad}}{d} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right] \quad (2.22)$$

Befindet sich im Volumen ein poröses Material, so ändert sich (im Grenzfall) der Kompressionsmodul zu K_{iso} und die Porosität des Materials σ' wird mitberücksichtigt.

$$s = \frac{K_{iso}}{d \cdot \sigma'}$$

Allgemein schreiben wir:

$$s = \frac{K}{d \cdot \sigma'}$$

$K_{ad} = 1,4 \cdot 10^5$ [Pa] Adiabatischer Kompressionsmodul

$K_{iso} = 1,01 \cdot 10^5$ [Pa] Isothermer Kompressionsmodul

Die Resonanzfrequenz ist dort zu finden, wo die Wandimpedanz ein Minimum hat (Serienschwingkreis). Dies ist der Fall wenn der Imaginärteil der Wandimpedanz zu Null wird.

$$\left(\omega m - \frac{s}{\omega} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0^2 = \frac{s}{m} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m \cdot d \cdot \sigma'}} \quad (2.23)$$

Zunächst setzen wir für $K = K_{ad}$ und für $\sigma' = 1$ ein und ersetzen ω_0 durch $2\pi f_0$. Wir erhalten für den geraden Schalleinfall:

$$f_0 = \frac{60}{\sqrt{d \cdot m}} \quad (2.24)$$

Gl.(2.24) hat aber auch für schrägen Schalleinfall weiterhin Geltung, wenn die seitliche Bewegung der Luft im Volumen, beispielsweise durch Kassetierung, vermieden wird. Für Absorber in einem Hallraum ist im tiefen Frequenzbereich, wo zunehmend mit Modenproblematik zu rechnen ist, auch weitgehend gerader Schalleinfall zu erwarten. Deshalb wird Gl.(2.24) auch für die Berechnungen im GUI verwendet.

Ist allerdings im Gegensatz zu dem vorherigen Fall das ganze Volumen mit porösem Material befüllt, so spricht man von isothermer Verdichtung, d.h. die Raumsteife ist $K_{iso} = 1,01 \cdot 10^5$ Pa und σ' die Porosität des porösen Materials. Setzt man K_{iso} in Gl.(2.23) ein, so ergibt das:

$$f_0 = \frac{50}{\sqrt{\sigma' \cdot d \cdot m}} \quad (2.25)$$

Die Abstimmgleichung des Helmholtzresonators mit nur einer Öffnung entspricht Gl.(2.24). Dieser Zusammenhang wird später in Kapitel 2.3.2 gezeigt.

2.2.4 Strömungswiderstand

Um den Absorptionsgrad von Loch- oder Schlitzplatten bestimmen zu können, müssen wir noch den Strömungswiderstand berechnen. Dieser wird hauptsächlich verursacht durch den *viskosen Widerstand an der Innenwand der Öffnung* R_0 . Hier unterscheiden wir zwischen Verhältnis der Öffnung groß oder klein zur Zähigkeitswellenlänge [siehe TA]. Der Index 0 bezieht sich auf die Länge l_0 .

Weiters wird er beeinflusst durch den *viskosen Widerstand der sich zusammenschnürenden Luftteilchenbewegung* ΔR und den *viskosen Widerstand an scharfen Kanten und Graten*. Diese letzte Größe ist weitgehend in ΔR enthalten, wenn die Kanten gut abgerundet sind. Sind sie jedoch sehr scharfkantig, kann sich dieser Faktor stark vergrößern. Für diesen Faktor lassen sich allerdings keine allgemeinen Werte angeben [siehe Heckl, Müller: S. 480]. Ähnlich wie die Mündungskorrektur beim Massenbelag addiert sich ΔR zu beiden Seiten der Platte dazu.

$$R = R_0 + 2\Delta R \quad \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} \right] \quad (2.26)$$

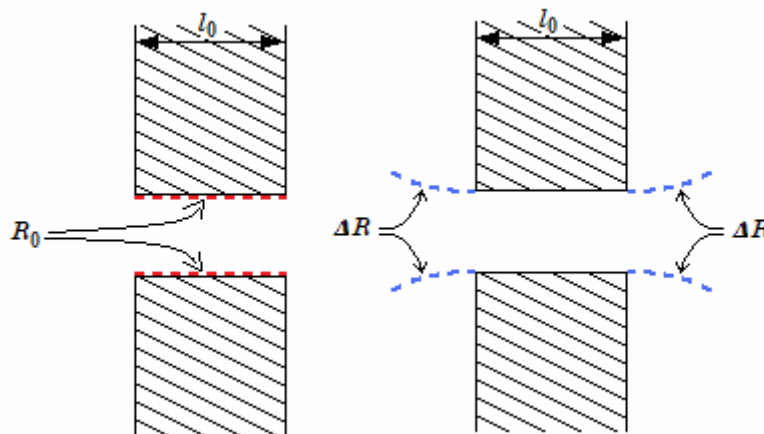


Abb. 2.7: viskoser Widerstand an der Innenwand R_0 und viskoser Widerstand der sich zusammenschnürenden Luftteilchenbewegung ΔR

Falls ein poröses Material im Volumen hinter der Lochplatte vorhanden ist, wird dessen Strömungswiderstand dazugerechnet. Hier unterscheidet man, je nach Anordnung des porösen Materials, verschiedene Fälle (siehe Abb. 2.8). Je nach Lage der porösen Schicht berechnet sich deren Anteil am Strömungswiderstand unterschiedlich [Berechnungsvorschriften siehe Heckl, Müller, S. 480 oder Cremer 2, S.163].

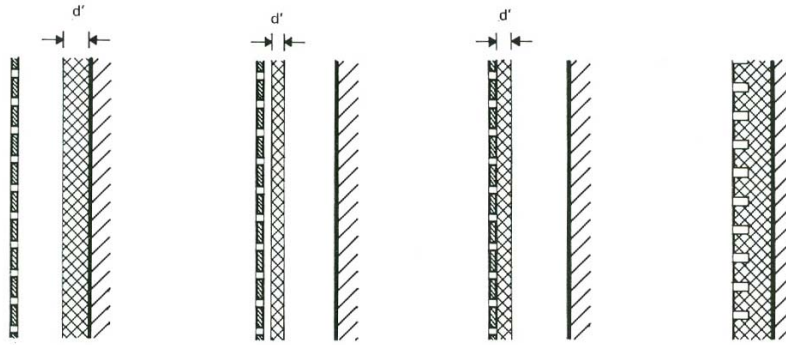


Abb. 2.8: Verschiedene Anordnungen der porösen Schicht hinter der Loch- oder Schlitzplatte [Cremer]

Wir vernachlässigen hier den viskosen Widerstand an scharfen Kanten, und auch eventuell vorhandenes poröses Material bleibt hier unberücksichtigt.

Je nach Verhältnis von Mündungsöffnung zur Zähigkeitswellenlänge unterscheidet man zwischen „weiter“ und „enger“ Mündungsöffnung [siehe TA, Kap.1]. Ist die Mündungsöffnung groß im Verhältnis zur Zähigkeitswellenlänge spricht man von „weiter“ Mündungsöffnung, ist die Mündungsöffnung klein im Verhältnis zur Zähigkeitswellenlänge, so spricht man von „enger“ Mündungsöffnung. Die genaue Grenze wird nach den Berechnungsvorschriften für die Strömungswiderstände, da wir diese dazu benötigen, aufgezeigt.

Für die Zähigkeitswellenlänge bei Luft (20°C) gilt [TA, Kap.1]:

$$\lambda_\eta = \frac{13,7}{\sqrt{f}} \text{ [mm]} \quad (2.27)$$

2.2.4.1 Viskoser Strömungswiderstand an der Innenwand für „weite“ Mündungsöffnungen

Ist die Mündungsöffnung groß zur Zähigkeitswellenlänge, so ist das Geschwindigkeitsprofil nur hingehend zur Wand verschieden zu dem der ungestörten Welle [TA, Kap.1.1.1.2]. Aus dem Realteil der Gleichung für die mittlere Schnelle [TA, Kap.1.1.1.3] leiten wir hier die äußere Strömungsresistanz \mathcal{E} her [TA, Kap.2.2.4]:

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_i}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} \cdot \text{Re} \left\{ -\frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{\bar{v}_i} \right\} \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^4} \right]$$

$$\bar{v}_x(x) = -\frac{1}{j\omega\rho} \frac{dp}{dx} \left(1 - \frac{U}{S} \sqrt{\frac{\eta}{j\omega\rho}} \right)$$

$$\mathcal{E}_i = \text{Re} \left\{ -\frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{\bar{v}_i} \right\} = \text{Re} \left\{ j\omega\rho \frac{1}{1 - \frac{U}{S} \sqrt{\frac{\eta}{j\omega\rho}}} \right\}$$

Mit der Bedingung, dass der zweite Term im Nenner klein gegen 1 ist, kann man weiters schreiben:

$$\frac{1}{1-\varepsilon} \approx 1+\varepsilon \Rightarrow \frac{1}{1-\frac{U}{S}\sqrt{\frac{\eta}{j\omega\rho}}} \approx 1+\frac{U}{S}\sqrt{\frac{\eta}{j\omega\rho}}$$

$$\varepsilon_i \approx \operatorname{Re} \left\{ j\omega\rho \left(1 + \frac{U}{S}\sqrt{\frac{\eta}{j\omega\rho}} \right) \right\} = \operatorname{Re} \left\{ j\omega\rho + \frac{U}{S}\sqrt{\eta}\sqrt{j\omega\rho} \right\}$$

Mit $\sqrt{j} = \frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}$ folgt, wenn man dann weiters nur mehr den Realteil anschreibt:

$$\varepsilon_i \approx \frac{U}{S}\sqrt{\frac{\omega\rho\eta}{2}}$$

Noch weiter vereinfacht geben wir die äußere Strömungsresistenz $\varepsilon = \varepsilon_i / \sigma$ nun in Abhängigkeit des Umfangs U und der Querschnittsfläche S wie folgt an. Die Öffnung kann hier jede beliebige Form annehmen.

$$\boxed{\varepsilon \approx \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{U}{S} \sqrt{\pi\rho\eta f}} \quad (2.28)$$

Lochplatte

Setzt man nun U und S für kreisrunde Löcher, die Dichte der Luft und den Wert für die dynamische Viskosität $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} [\text{Ns/m}^2]$ in Gl.(2.28) ein, so erhält man eine äußere Strömungsresistenz ε und einen Strömungswiderstand R_0 wie folgt:

$$R_0 = \varepsilon \cdot l_0 = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{2}{a} \cdot \sqrt{\pi\rho\eta} \sqrt{f} \cdot l_0 = \frac{2 \cdot e^2}{a^3} \cdot \sqrt{\frac{\rho\eta}{\pi}} \sqrt{f} \cdot l_0$$

$$\boxed{R_0 = 0,53 \cdot 10^{-2} \frac{e^2 \cdot l_0}{a^3} \sqrt{f} \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} \right]} \quad (2.29)$$

Da der Schallfluss durch alle Bohrungen stets der gleiche sein muss, erhöht sich, bei Vergrößerung des Lochabstandes, die Schallschnelle in den Bohrungen. Dadurch steigt der Strömungswiderstand.

Schlitzplatte

Setzt man hier U und S für Schlitz ein, und vernachlässigt dabei die in Bezug auf die Länge des Schlitzes sehr klein werdende Schlitzbreite, so erhält man eine äußere Strömungsresistenz Ξ und einen Strömungswiderstand R_0 wie folgt:

$$R_0 = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{2}{b} \cdot \sqrt{\pi \rho \eta} \sqrt{f} \cdot l_0 = \frac{2 \cdot B}{b^2} \cdot \sqrt{\pi \rho \eta} \sqrt{f} \cdot l_0$$

$$R_0 = 0,0165 \frac{B \cdot l_0}{b^2} \sqrt{f} \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} \right] \quad (2.30)$$

2.2.4.2 Viskoser Strömungswiderstand an der Innenwand für „enge“ Mündungsöffnungen

Lochplatte

Ist der Lochradius klein gegen die Zähigkeitswellenlänge kommt es zu einer parabolischen Geschwindigkeitsverteilung [siehe TA, Kap.1.1.1.2]. Man erhält den Strömungswiderstand für Lochplatten indem man die äußere Strömungsresistenz für dünne Kapillaren [TA, Kap.2.2.4] mit der Stärke der Platte multipliziert.

$$R_0 = \Xi \cdot l_0 = \frac{1}{\sigma} \frac{8\eta}{a^2} \cdot l_0 = \frac{8\eta \cdot e^2}{\pi \cdot a^4} \cdot l_0$$

Setzt man den Wert für die dynamische Viskosität $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \left[\text{Ns/m}^2 \right]$ ein, so erhält man weiters:

$$R_0 = 0,46 \cdot 10^{-4} \frac{e^2 \cdot l_0}{a^4} \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} \right] \quad (2.31)$$

Schlitzplatte

Auch hier erhält man aus der Strömungsresistenz für „enge“ Schlitz [TA, Kap.2.2.4], den Strömungswiderstand R_0 :

$$R_0 = \Xi \cdot l_0 = \frac{1}{\sigma} \frac{12\eta}{b^2} \cdot l_0 = \frac{12\eta \cdot B}{b^3} \cdot l_0$$

Setzt man wiederum die dynamische Viskosität ein, so erhält man:

$$R_0 = 2,16 \cdot 10^{-4} \frac{B \cdot l_0}{b^3} \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} \right] \quad (2.32)$$

2.2.4.3 Grenze zwischen „weiter“ und „enger“ Mündungsöffnung

Ob nun die Formel für „weite“ oder die Formel für „enge“ Mündungsöffnungen gilt, entscheidet sich daraus, welche den größeren Wert liefert. Im Falle der Lochplatten setzen wir die beiden Formeln gleich, vergleichen sie mit der Zähigkeitswellenlänge und können daraus folgende Grenzen aufstellen:

Ermittlung der Grenze für Lochplatten

$$R_0 = 0,53 \cdot 10^{-2} \frac{e^2 \cdot l_0}{a^3} \sqrt{f} \stackrel{!}{=} 0,46 \cdot 10^{-4} \frac{e^2 \cdot l_0}{a^4} \Rightarrow a = 8,68 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\sqrt{f}}$$

Mit der Zähigkeitswellenlänge $\lambda_\eta = \frac{0,0137}{\sqrt{f}}$ [m] ergibt sich: $a = 0,63 \cdot \lambda_\eta$

$$a \geq 0,63 \cdot \lambda_\eta \dots \text{„weites“ Rohr}$$

a ...Radius

$$a \leq 0,63 \cdot \lambda_\eta \dots \text{„enges“ Rohr}$$

Ermittlung der Grenze für Schlitzplatten

$$R_0 = 0,0165 \frac{B \cdot l_0}{b^2} \sqrt{f} \stackrel{!}{=} 2,16 \cdot 10^{-4} \frac{B \cdot l_0}{b^3} \Rightarrow b = 1,3 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\sqrt{f}}$$

Mit der Zähigkeitswellenlänge $\lambda_\eta = \frac{0,0137}{\sqrt{f}}$ [m] ergibt sich: $b = 0,95 \cdot \lambda_\eta$

$$b \geq 0,95 \cdot \lambda_\eta \dots \text{„weiter“ Schlitz}$$

b ...Schlitzbreite

$$b \leq 0,95 \cdot \lambda_\eta \dots \text{„enger“ Schlitz}$$

2.2.4.4 Viskoser Strömungswiderstand der sich zusammenschnürenden Luftteilchenbewegung

Da auch die zusammenschnürende Bewegung vor und hinter der Bohrung innere Reibung verursacht, addieren sich diese Anteile zum viskosen Widerstand an der Innenwand der Öffnung und ergeben den gesamten Strömungswiderstand. Der hier beschriebene Anteil gilt sowohl für „weite“ als auch für „enge“ Mündungsöffnungen.

Lochplatte

Für Lochplatten ersetzen wir in Gl.(2.29) l_0 durch $2\Delta l$. D.h. ΔR ist auch als eine Art Mündungskorrektur von R_0 zu betrachten. Nach Kjerbe-Nielsen kann man hier die gleiche Korrektur wie für den Massenbelag benutzen, das wäre also $\Delta l = 0,8a$. Aufgrund des besonders großen Strömungsgefälles am Lochrand setzt man für Δl allerdings den nach Messungen von Ingard [J.A.S.A. 25 (1953)] empfohlenen Wert von $\Delta l = a$ in Gl.(2.29) ein und erhält:

$$2\Delta R = 1,05 \cdot 10^{-2} \frac{e^2}{\alpha^2} \sqrt{f} \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} \right] \quad (2.33)$$

Schlitzplatte

Für Schlitzplatten kann angenommen werden, dass die für den Massenbelag berechneten Mündungskorrekturen in Gl.(2.19) und Gl.(2.20) verwendet werden können. Ersetzen wir in Gl.(2.30) l_0 durch $2\Delta l$, so folgt:

$$2\Delta R = 0,0165 \frac{B \cdot 2\Delta l}{b^2} \sqrt{f} \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} \right] \quad (2.34)$$

2.2.5 Absorptionsgrad

2.2.5.1 Allgemeines

Über den Reflexionsfaktor r bei Mediumsübergängen gelangt man zum Absorptionsgrad [TA, Kap.2.4.1].

$$\alpha = 1 - |r|^2 = 1 - \left| \frac{W - Z_0}{W + Z_0} \right|^2 \quad (2.35)$$

Setzt man die Schallkennimpedanz der Luft Z_0 und die Wandimpedanz des Plattenabsorbers \underline{W} in Gl.(2.35) ein, so folgt [TA, Kap 2.4.1]:

$$\alpha = \frac{4 \cdot \text{Re}\{\underline{W}\} \cdot Z_0}{(\text{Re}\{\underline{W}\} + Z_0)^2 + (\text{Im}\{\underline{W}\})^2}$$

Setzt man Real- und Imaginärteil der Wandimpedanz laut Gl.(2.21) und Gl.(2.22) ein, so erhält man:

$$\alpha = \frac{4RZ_0}{(R + Z_0)^2 + \left(\omega m - \frac{\rho c^2}{\omega d} \right)^2} \quad (2.36)$$

Der Absorptionsgrad hat sein Maximum wenn der Imaginärteil der Wandimpedanz zu Null wird:

$$\alpha_{\max} = \frac{4RZ_0}{(R+Z_0)^2} = \frac{\frac{4R}{Z_0}}{\left(1 + \frac{R}{Z_0}\right)^2} \quad (2.37)$$

Im Falle der Anpassung, wenn der effektive Strömungswiderstand R der Schallkennimpedanz der Luft Z_0 entspricht wird α_{\max} zu eins.

Der Strömungswiderstand hat also Einfluss auf den Maximalwert und wie wir in nachfolgenden Grafiken noch sehen werden auch auf dessen Halbwertsbreite. Bringt man die Gleichung für den Absorptionsgrad auf die folgende Form, so kann β als konstruktive Größe angegeben werden:

$$\alpha = \frac{\frac{4R}{Z_0}}{\left(1 + \frac{R}{Z_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega m}{\rho c} - \frac{c}{\omega d}\right)^2}$$

Da bei der Resonanzfrequenz der Imaginärteil zu Null wird, entspricht bei Resonanzfrequenz der erste Term innerhalb der Klammer dem zweiten Term und wir benennen ihn wie folgt:

$$\beta = \frac{\omega_0 m}{\rho c} = \frac{c}{\omega_0 d} \Rightarrow \omega_0 = c \sqrt{\frac{\rho}{md}} \Rightarrow \beta = \sqrt{\frac{m}{d\rho}}$$

Da die Gleichung aber wieder für den gesamten Frequenzbereich gültig sein soll, kann man sie in Abhängigkeit von β anschreiben:

$$\alpha = \frac{\frac{4R}{Z_0}}{\left(1 + \frac{R}{Z_0}\right)^2 + \beta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

Der Absorptionsgrad lässt sich auch in Abhängigkeit von α_{\max} schreiben:

$$\alpha = \frac{\alpha_{\max}}{1 + \left(\frac{1}{1 + \frac{R}{Z_0}}\right)^2 \beta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} \quad (2.38)$$

In der Nähe des Maximalwertes kann man mit der so genannten Verstimmung rechnen (siehe EA-Lab, Kap. 2.3).

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \dots \text{Verstimmung (Maß für die Abweichung von der Resonanz)} \quad (2.39)$$

Da die Absorptionsgradkennlinie in logarithmischer Darstellung annähernd symmetrisch ist (siehe Abb. 2.10), gilt für zwei beliebige Frequenzen $\omega_1 < \omega_2$ und der daraus resultierenden Mittenfrequenz ω_0 :

$$\omega_1 \cdot \omega_2 = \omega_0^2 \qquad \omega_1 = \frac{\omega_0^2}{\omega_2}$$

Daraus folgt für die Verstimmung bei $\omega = \omega_1$:

$$\left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{\omega_0 - \omega_1} \right) = \left(\frac{\omega_0 - \omega_2}{\omega_2 - \omega_0} \right) = - \left(\frac{\omega_2 - \omega_0}{\omega_0 - \omega_2} \right)$$

Diese entspricht der Negativverstimmung bei $\omega = \omega_2$. In Gl.(2.38) wird die Verstimmung quadriert und die beiden Ausdrücke sind somit identisch.

$$\left(\frac{\omega_2 - \omega_0}{\omega_0 - \omega_2} \right) = \left(\frac{\omega_2 - \omega_0 \cdot \omega_1}{\omega_0 - \omega_0^2 / \omega_1} \right) = \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \right) = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta f}{f_0}$$

Diese Gleichung in Gl.(2.38) eingesetzt und dabei α auf $\alpha_{\max} / 2$ gesetzt, legt genau die Werte für ω_1 und ω_2 fest. Sie bestimmt jenen Abstand zwischen den Frequenzen zu beiden Seiten des Maximalwertes, bei denen α auf $\alpha_{\max} / 2$ gesunken ist. Dadurch wird Δf zur Halbwertsbreite Δf_H . Das bedeutet, der Nenner in Gl.(2.38) wird gleich 2. β und die Verstimmung eingesetzt und umgeformt, ergibt die Halbwertsbreite der Absorptionsgradkurve zu:

$$\alpha = \frac{\alpha_{\max}}{2} \Rightarrow 2 = 1 + \left(\frac{1}{1 + \frac{R}{Z_0}} \right)^2 \beta^2 \left(\frac{\omega_2 - \omega_0}{\omega_0 - \omega_2} \right)^2 \Rightarrow 1 + \frac{R}{Z_0} = \beta \left(\frac{\Delta f_H}{f_0} \right) = \frac{c}{\omega_0 d} \frac{\Delta f_H}{f_0} = \frac{\omega_0 \cdot m}{Z_0} \cdot \frac{\Delta f_H}{f_0} = \frac{2\pi \cdot m}{Z_0} \cdot \Delta f_H \Rightarrow$$

$$\Delta f_H = 2\pi \left(1 + \frac{R}{Z_0} \right) \frac{d}{c} f_0^2 = \frac{R + Z_0}{2\pi m} \quad (2.40)$$

Da man β durch zwei verschiedene Gleichungen angeben kann, kann man auch die Halbwertsbreite auf zwei verschiedene Arten angeben. Man erkennt, dass vor allem der Wandabstand d , der Massenbelag m und der Strömungswiderstand R die Halbwertsbreite beeinflussen. Die Güte berechnet sich aus dem Verhältnis der Resonanzfrequenz zur Halbwertsbreite:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_H} \quad (2.41)$$

2.2.5.2 Berechnungsbeispiel

Es werden hier die Berechnungsschritte gezeigt, um bei einer Lochplatte auf die wichtigsten Kenndaten wie Absorptionsgradkennlinie und Güte zu gelangen. Die Dimensionen wurden so gewählt, dass der Maximalwert nahe bei $\alpha = 1$ liegt und, dass der für den Hallraum der TU-Graz problematische Frequenzbereich von ca. 100 – 500 Hz [vgl. Geigl] möglichst gut gedämpft wird. Es ergaben sich folgende Dimensionen: $a = 0,25$ mm, $e = 2,5$ mm, $l_0 = 6$ mm und $d = 300$ mm.

$$\text{Gl.(2.4): } \sigma = \frac{\pi \cdot a^2}{e^2} = \frac{\pi \cdot 0,25^2}{2,5^2} = 0,031 \approx 3\%$$

$$\text{Gl.(2.17): } \Delta l = 0,8a(1 - 1,4\sqrt{\sigma}) = 0,8 \cdot 0,00025(1 - 1,4\sqrt{0,031}) = 0,00015 \text{ m} \hat{=} 0,15 \text{ mm}$$

$$\text{Gl.(2.7): } m = \frac{\rho}{\sigma}(l_0 + 2\Delta l) = \frac{1,2}{0,031}(0,006 + 2 \cdot 0,00015) = 0,2407 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \hat{=} 240,7 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$$

Über den Massenbelag m kann man mit Gl.(2.24) die Resonanzfrequenz berechnen:

$$f_0 = \frac{60}{\sqrt{d \cdot m}} = \frac{60}{\sqrt{0,3 \cdot 0,244}} = 223,3 \text{ Hz}$$

Im nächsten Schritt wird eruiert, ob es sich im Resonanzfall um ein „enges“ oder um ein „weites“ Rohr handelt. Dazu wird überprüft, ob a größer oder kleiner als $0,63 \cdot \lambda_\eta$ ist.

$$0,63 \cdot \lambda_\eta = 0,63 \cdot \frac{13,7}{\sqrt{223,3}} = 0,58 \text{ mm} \Rightarrow a = 0,25 \text{ mm} < 0,58 \text{ mm}$$

Es ergibt sich, dass der Lochradius a kleiner als $0,63 \cdot \lambda_\eta$ ist. Das bedeutet, der Strömungswiderstand wird nach Gl.(2.31) für „enge“ Mündungsöffnungen, wie folgt berechnet:

$$R_0 = 0,46 \cdot 10^{-4} \frac{e^2 \cdot l_0}{a^4} = 0,46 \cdot 10^{-4} \frac{0,0025^2 \cdot 0,006}{0,00025^4} = 441,6 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Gl.(2.33): } 2\Delta R = 1,05 \cdot 10^{-2} \frac{e^2}{a^2} \sqrt{f} = 1,05 \cdot 10^{-2} \frac{0,0025^2}{0,00025^2} \sqrt{223,4} = 15,7 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Gl.(2.26): } R = R_0 + 2\Delta R = 441,6 + 15,7 = 457,3 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}$$

Der Strömungswiderstand wurde hier zunächst nur für die Resonanzfrequenz berechnet. Berechnet man ihn aber in Abhängigkeit von der Frequenz, so ergeben sich folgende Verläufe:

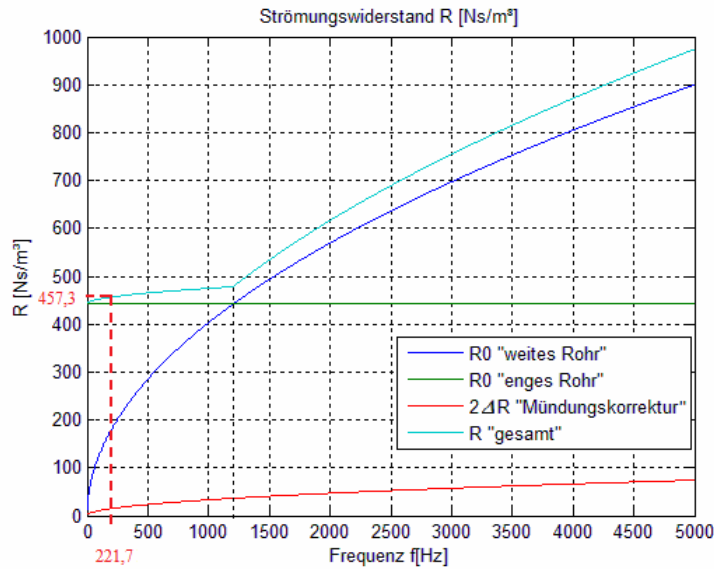


Abb. 2.9: Verläufe des Strömungswiderstandes

Man erkennt den frequenzabhängigen Verlauf von R_0 für das sog. „weite“ Rohr und den der „Mündungskorrektur“. Der Verlauf von R_0 für das sog. „enge“ Rohr ist frequenzunabhängig. Der gesamte Strömungswiderstand ist hellblau dargestellt und ergibt sich aus dem jeweils größeren Teil der beiden R_0 plus der Mündungskorrektur.

Im Folgenden wird die Absorptionsgradkennlinie entweder mit dem Strömungswiderstand nur in Abhängigkeit der Resonanzfrequenz $R(f_0)$ berechnet, oder mit dem Strömungswiderstand in Abhängigkeit des gesamten Frequenzbereiches $R(f)$ [siehe hellblaue Kennlinie in Abb. 2.9].

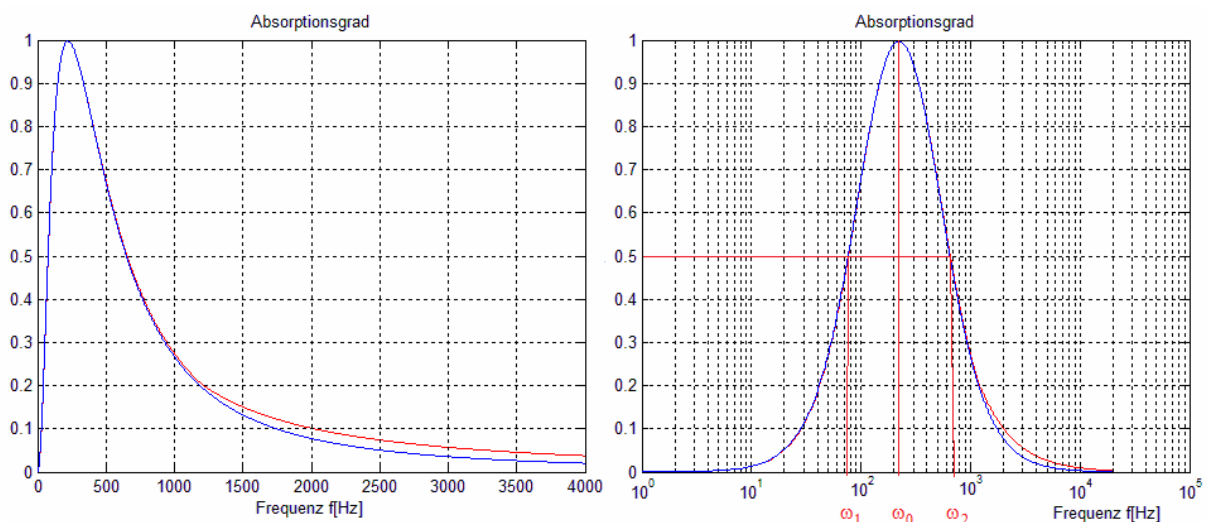


Abb. 2.10: Absorptionsgradkennlinie in linearer und logarithmischer Darstellung [blau: Berechnung mit $R(f_0)$, rot: Berechnung mit $R(f)$]

Vergleicht man die beiden Kennlinien, so macht sich der Unterschied hier in etwa ab dem Knick, der in der Kennlinie von R (Abb. 2.9) bei 1200 Hz zu sehen ist, bemerkbar. Dieser Unterschied kann aber, da er hier nur sehr gering ist, als vernachlässigbar angesehen werden.

Um den Unterschied noch deutlicher darzustellen wurde dieselbe Berechnung mit anderen Dimensionen durchgeführt. In Abb. 2.11 links bemerkt man den Unterschied schon ab 300 Hz, wo die Absorptionsgradkennlinie, berechnet mit $R(f)$ [rote Kennlinie] ab 300 Hz von der Absorptionsgradkennlinie, berechnet mit $R(f_0)$ [blaue Kennlinie] deutlich abweicht. Der Unterschied wird noch größer, betrachtet man Abb. 2.11 rechts. Hier ergibt sich die Resonanzfrequenz bei 297 Hz. Genau dort ist aber auch die Grenze zwischen „engem“ und „weitem“ Rohr. Hier ist der Unterschied schon recht groß, und die Frequenzabhängigkeit von R sollte nicht unberücksichtigt bleiben.

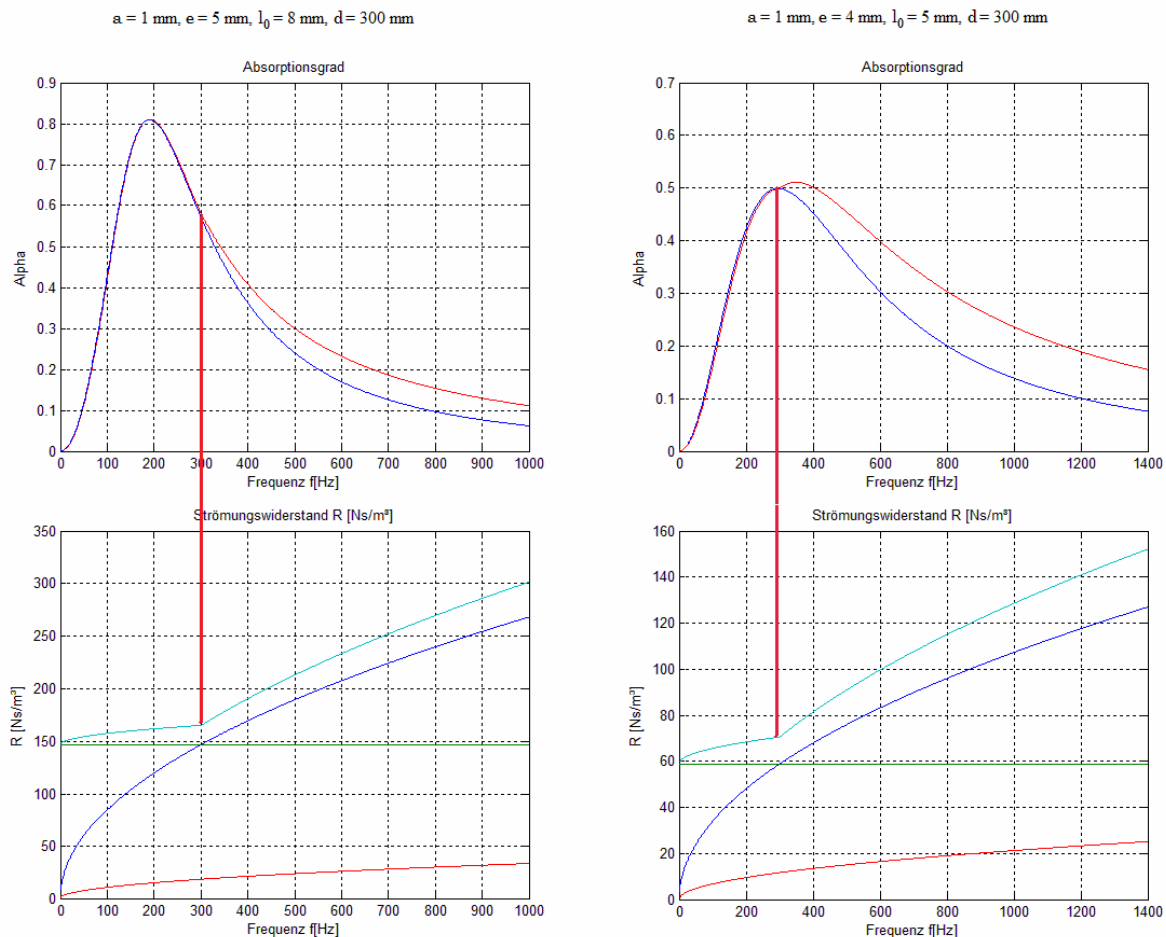


Abb. 2.11: Zusammenhang der Absorptionsgradkennlinie mit dem frequenzabhängigen Strömungswiderstand [blaue Kennlinie, Diagramm oben: Berechnung von Alpha mit $R(f_0)$, rote Kennlinie, Diagramm oben: Berechnung von Alpha mit $R(f)$]

Die Größen α_{\max} , Δf_H und Q werden im Folgenden mit dem bei der Resonanzfrequenz berechneten Strömungswiderstand ermittelt (blaue Kennlinie). Die Halbwertsbreite in Abb. 2.11 rechts würde laut der roten Kennlinie einen deutlich größeren Wert liefern, womit auch die Güte kleiner wäre. Zudem würde sich auch α_{\max} ändern.

Die hier noch berechneten Größen beziehen sich wieder auf die ursprünglichen Dimensionen von $a = 0,25$ mm, $e = 2,5$ mm, $l_0 = 6$ mm und $d = 300$ mm.

$$\text{Gl.(2.37): } \alpha_{\max} = \frac{4RZ_0}{(R + Z_0)^2} = \frac{4 \cdot 457,3 \cdot 412}{(457,3 + 412)^2} = 0,99$$

$$\text{Gl.(2.40): } \Delta f_H = 2\pi \left(1 + \frac{R}{Z_0}\right) \frac{d}{c} f_0^2 = 2\pi \left(1 + \frac{457,3}{412}\right) \frac{0,3}{343} \cdot 223,4^2 = 578,7 \text{ Hz}$$

$$\text{Gl.(2.41): } Q = \frac{f_0}{\Delta f_H} = \frac{223,4}{578,7} = 0,38$$

Die hier verwendeten Gleichungen sind demnach nur Näherungslösungen und es empfiehlt sich, in einem Fall wie in Abb. 2.11 rechts, wo die mit $R(f)$ ermittelte Absorptionsgradkennlinie stark von der mit $R(f_0)$ ermittelten abweicht, den Wert für Δf_H händisch aus der Kennlinie zu lesen.

2.2.5.3 Einflüsse der einzelnen Parameter bzw. Plattenabmessungen

Alle in Gl.(2.36) befindlichen Größen lassen sich durch die Geometrie der Platte und dessen Abstand d zur Wand berechnen. Für das vorhin angegebene Beispiel ergab sich ein Strömungswiderstand bei der Resonanzfrequenz von $R = 457,3 \text{ Ns/m}^3$. Dieser Wert entspricht in etwa $Z_0 = 412 \text{ Ns/m}^3$, weshalb α_{\max} auch in etwa den Maximalwert von 1 annimmt. Von diesem Fall ausgehend untersuchen wir, wie sich die Veränderung der einzelnen Parameter auf die Absorptionsgradkennlinie auswirkt.

Verdoppelung des Lochdurchmessers $2a$ und des Lochabstandes e

Betrachtet man Abb. 2.12 mit den verschiedenen Verläufen, so sieht man, dass vor allem der Absorptionsgrad bei größerem Lochdurchmesser sinkt. Nur bei sehr kleinem Lochdurchmesser ist der Strömungswiderstand groß genug um eine gute Anpassung und damit eine gute Dämpfung zu ermöglichen. Die Resonanzfrequenzen der verschiedenen Kennlinien sind in etwa gleich, bzw. verringern sich nur geringfügig zu größeren Lochdurchmessern. Dieser Einfluss beruht nur auf der Mündungskorrektur die, je größer der Lochdurchmesser ist, zunimmt, was zunächst den Massenbelag vergrößert und deshalb wiederum die geringe Frequenzverschiebung zu tieferen Frequenzen erklärt.

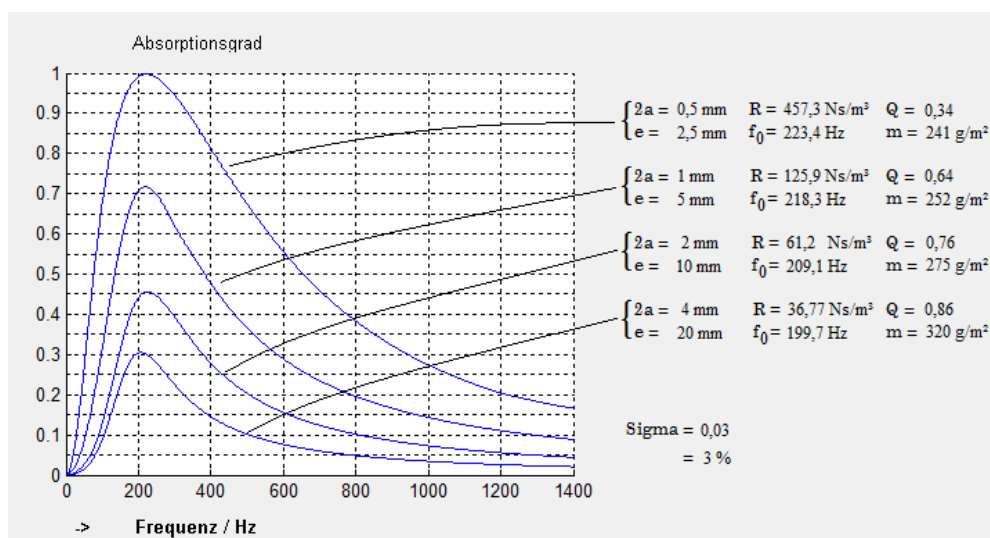


Abb. 2.12: Absorptionsgradkennlinie bei konstantem Lochungsverhältnis $\sigma = 0,03$

Die erste Kennlinie von oben in Abb. 2.12 wurde wie im Berechnungsbeispiel berechnet. Für den Strömungswiderstand galt die Gleichung für „enge“ Rohre. Auch für die zweite Kennlinie von oben gilt noch die Bedingung für „enge“ Rohre. Hingegen bei der dritten Kennlinie von oben ergibt sich mit $2a = 2\text{mm}$ und $e = 10\text{mm}$:

$$\lambda_\eta = \frac{13,7}{\sqrt{209,1}} = 0,947 \text{ mm}$$

Überprüft man ob es sich um ein „enges“ oder um ein „weites“ Rohr handelt, so folgt aus der in Kapitel 2.2.4 aufgestellten Bedingung:

$$0,63 \cdot \lambda_\eta = 0,63 \cdot 0,947 = 0,597 \text{ mm} \Rightarrow a = 1 \text{ mm} > 0,577 \text{ mm}$$

Somit muss der Strömungswiderstand laut Gl.(2.29) für das „weite“ Rohr verwendet werden und es ergibt sich:

$$R_0 = 0,53 \cdot 10^{-2} \frac{e^2 \cdot l_0}{a^3} \sqrt{f} = 0,53 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{0,01^2 \cdot 0,006}{0,001^3} \sqrt{209,1} = 46,0 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}$$

$$2\Delta R = 1,05 \cdot 10^{-2} \frac{e^2}{a^2} \sqrt{f} = 1,05 \cdot 10^{-2} \frac{0,01^2}{0,001^2} \sqrt{209,1} = 15,2 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}$$

$$R = R_0 + 2\Delta R = 46,0 + 15,2 = 61,2 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}$$

Auch für die vierte Kennlinie von oben, mit $2a = 4\text{mm}$ und $e = 20\text{mm}$, muss gleich wie für die dritte vorgegangen werden.

Verdoppelung des Lochdurchmessers $2a$ und Vervierfachung des Lochabstandes e

Will man bei größerem Lochdurchmesser trotzdem eine maximale Absorption von 1 erreichen, so muss man entsprechend den Lochabstand erhöhen, und zwar bei Verdoppelung des Lochdurchmessers um das Vierfache [dies gilt allerdings nur bei „engem“ Rohr, siehe dazu auch Gl.(2.31) und die Kennlinien in Abb. 2.13]. Dabei bleibt der Strömungswiderstand in etwa immer der gleiche und die Anpassung ist immer gegeben. Vergrößert man den Lochabstand allerdings stärker als den Lochdurchmesser so wird das Lochungsverhältnis kleiner und somit der Massenbelag größer. Dadurch steigt die Güte und die Bandbreite sinkt (siehe Abb. 2.13). Die Ursache warum die beiden steileren Kennlinien den Wert 1 nicht ganz erreichen ist, dass die Mündungskorrektur bei größerem Lochdurchmesser größer wird und somit auch der Strömungswiderstand.

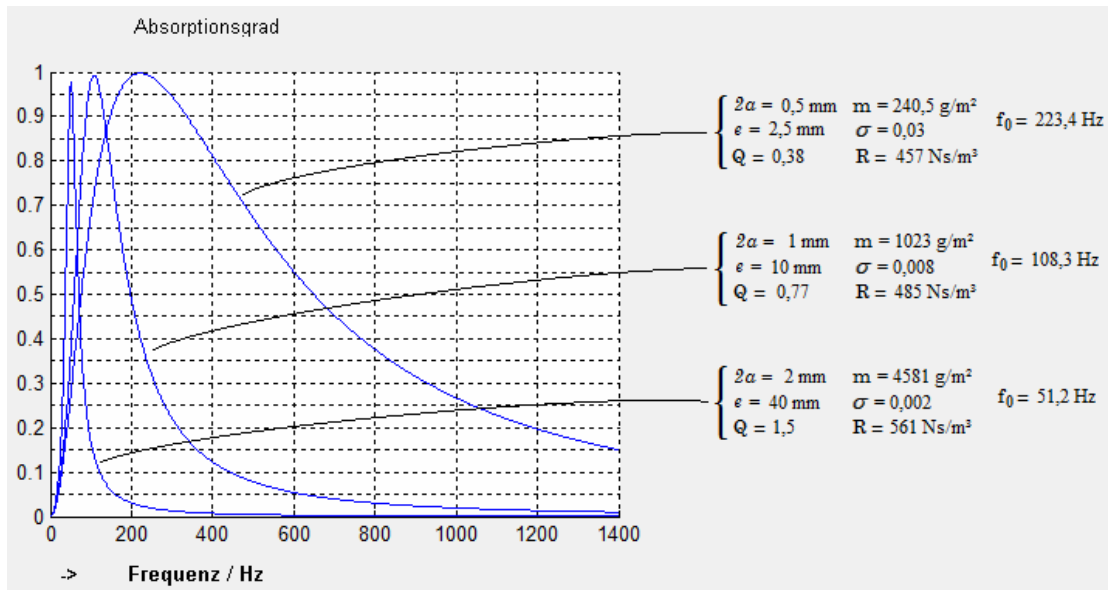


Abb. 2.13: Absorptionsgradkennlinie bei in etwa konstantem Strömungswiderstand

Veränderung des Wandabstandes d

Vergrößert oder verkleinert man jedoch nur den Abstand der Platte, den diese zur Wand hat, so verschiebt sich weitgehend nur die gesamte Kennlinie entsprechend bei größer werdendem Abstand zu tieferen Frequenzen und bei kleiner werdendem Abstand zu höheren Frequenzen. Betrachtet man die Gleichung für die Resonanzfrequenz, so wird bei Vergrößerung des Wandabstandes und somit des Volumens immer die Federsteife geringer und somit die Resonanzfrequenz tiefer. Laut Gl.(2.40) könnte man annehmen, dass auch die Halbwertsbreite bei Vergrößerung von d zunimmt, tatsächlich verringert sie sich ein wenig, da auch die Resonanzfrequenz tiefer wird.

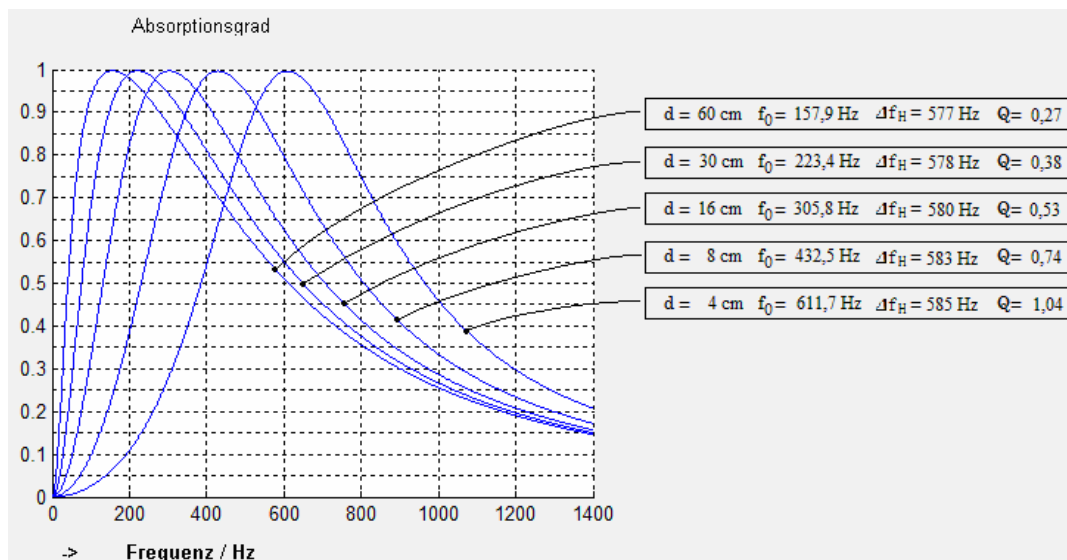


Abb. 2.14: Absorptionsgradkennlinie bei verschiedenen Wandabständen und sonst konstanten Parametern

Veränderung der Plattenstärke

Bei Vergrößerung der Plattenstärke l_0 wird auf Grund der zusätzlichen Fläche der Lochinnenwand der Strömungswiderstand größer, bei Verkleinerung der Plattenstärke dementsprechend kleiner. Da die Stärke der Platte den Massenbelag mit beeinflusst, wird somit auch die Halbwertsbreite bzw. die Güte verändert [siehe Abb. 2.15 und Gl.(2.40)]

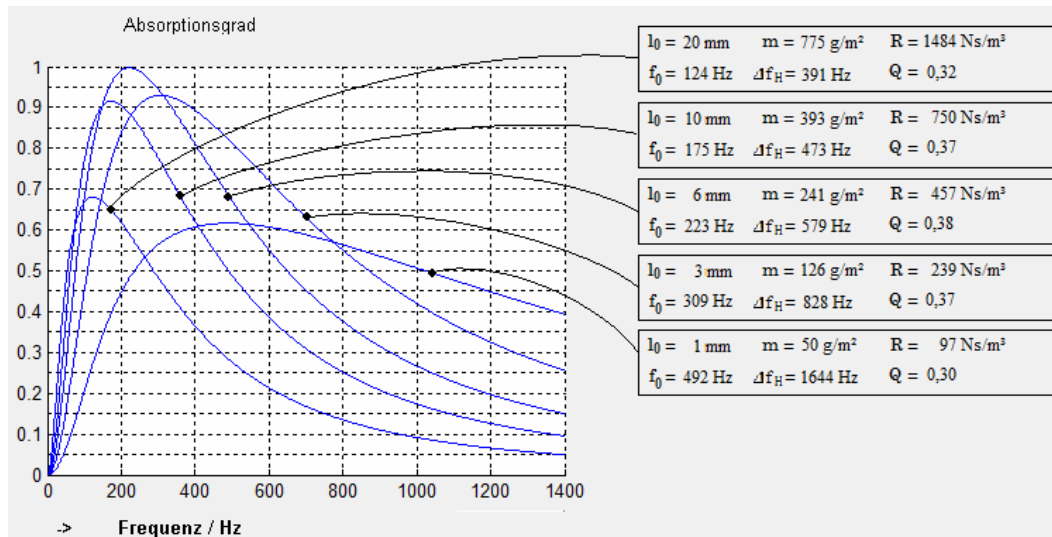


Abb. 2.15: Absorptionsgradkennlinie bei verschiedenen Plattenstärken und sonst konstanten Parametern

Zusammenfassung

Angenommen, man verändert jeweils nur einen der Konstruktionsparameter (α , l_0 , e , d) und lässt die restlichen konstant, so ergeben sich folgende Tendenzen der Absorberparameter ($f_0, R(f_0), m, \sigma, \Delta f_H, Q$). Die Pfeilsymbole bedeuten Vergrößerung \uparrow und Verkleinerung \downarrow der jeweiligen Größe.

Lochdurchmesser $2a \uparrow$, übrigen Parameter konstant					
$f_0 \uparrow$	$R(f_0) \downarrow$	$m \downarrow$	$\sigma \uparrow$	$\Delta f_H \dots$ Minimum bei $R = Z_0$	

Das Maximum von Q tritt erst oberhalb jenes Lochdurchmessers auf, bei dem Δf_H sein Minimum aufweist.

Lochabstand $e \uparrow$, übrigen Parameter konstant					
$f_0 \downarrow$	$R(f_0) \uparrow$	$m \uparrow$	$\sigma \downarrow$	$\Delta f_H \downarrow$	$Q \dots$ Maximum bei $R = Z_0$

Plattenstärke $l_0 \uparrow$, übrigen Parameter konstant					
$f_0 \downarrow$	$R(f_0) \uparrow$	$m \uparrow$	σ konst.	$\Delta f_H \downarrow$	$Q \dots$ Maximum bei $R = Z_0$

Wie man auch aus den Werten für die Güte in Abb. 2.15 sehen kann, ist diese bei Anpassung von R an Z_0 am größten.

Wandabstand $d \uparrow$, übrigen Parameter konstant					
$f_0 \downarrow$	$R(f_0)$ konst.	m konst.	σ konst.	Δf_H konst.	$Q \downarrow$

2.3 Einzelresonator

2.3.1 Äquivalente Absorptionsfläche

Allgemein ist die äquivalente Absorptionsfläche A die tatsächliche Fläche S des in einen Raum eingebrachten Absorbers (bei einem Loch- oder Schlitzplattenabsorber die Fläche der Platte), multipliziert mit dessen Absorptionsgrad. Sie definiert jene Fläche, für die der Absorptionsgrad eins wäre um im selben Raum die gleiche schallschluckende Wirkung zu erhalten.

$$A = S \cdot \alpha$$

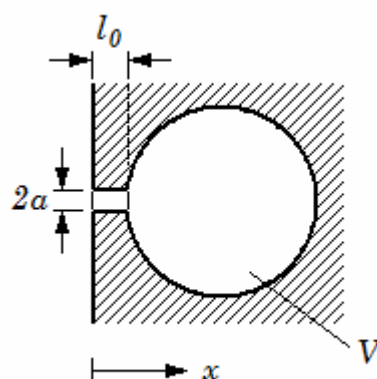


Abb. 2.16: Einzelhelmholtzresonator mit beliebiger Form des Volumens

Beim Einzelhelmholtzresonator kann jedoch keine Fläche sinnvoll definiert werden, die als die tatsächliche Fläche des Resonators gilt. Deshalb wird die Wirkung des Einzelhelmholtzresonators durch den Zuwachs an äquivalenter Absorptionsfläche δA angegeben

[siehe Cremer 2]. Es gilt, dass entweder nur ein Resonator präsent ist, oder dass die Abstände der einzelnen Resonatoren groß zur Wellenlänge sind.

Um das Absorptionsverhalten eines Einzelresonators mit dem einer Lochplatte vergleichen zu können, ist es am naheliegendsten die äquivalenten Absorptionsflächen der beiden zu vergleichen. Auch hier wird der optimale Maximalwert der äquivalenten Absorptionsfläche erreicht, wenn der Strömungswiderstand dem Strahlungswiderstand angepasst ist.

Da sich bei Loch und Schlitzplatten die Strahlungsimpedanzen gegenseitig beeinflussen, dieser Effekt aber bei einer einzigen Mündungsöffnung wegbleibt, wird eine andere Vorgehensweise zur Herleitung der äquivalenten Absorptionsfläche angewandt [siehe Cremer 2, S.172]. Auf dessen Herleitung wird aber im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen.

2.3.2 Resonanzfrequenz des Einzelresonators und Vergleich mit der Resonanzfrequenz der Lochplatte

In diesem Kapitel interessiert der Unterschied zwischen dem Einzelresonator und dem Lochplattenresonator, den man auch als Resonator mehrerer Einzelresonatoren nebeneinander ansehen kann. In Gl.(2.3) wird für den Helmholtzresonator folgende Formel zur Berechnung der Resonanzfrequenz angeführt:

$$f_0 = \frac{c}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{S}{(l_0 + 2\Delta l)V}} \quad (2.42)$$

Wir überprüfen nun, ob diese Formel sich auch auf Lochplatten anwenden lässt. Es wird angenommen, dass jedes einzelne Loch der Lochplatte ein dahinter liegendes Volumen der Seitenlänge e und der Tiefe d hat. Dadurch wird V zu:

$$V = d \cdot e^2 \quad (2.43)$$

Eingesetzt in Gl.(2.42) ergibt dies:

$$f_0 = \frac{c}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{\pi \cdot a^2}{(l_0 + 2\Delta l) \cdot d \cdot e^2}} \quad (2.44)$$

Gl.(2.7) eingesetzt ergibt:

$$\boxed{f_0 = \frac{c}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{\rho}{m \cdot d}} = \frac{59,97}{\sqrt{d \cdot m}}} \quad (2.45)$$

Somit entspricht Gl.(2.45) der vorherigen für Lochplatten hergeleiteten Gl.(2.24), welche für geraden Schalleinfall, bzw. unter Ausschluss von seitlicher Luftteilchenausbreitung innerhalb des Volumens, gültig ist. Daher kann man sagen, dass die Berechnung der Resonanzfrequenz für den Einzelresonator und für Lochplatten unter den eben genannten Bedingungen gleich ist.

3 Implementierung des Sachverhaltes in ein GUI

Im Zuge dieses Projektes wurde in Matlab ein GUI programmiert. Dieses stellt eine graphische Benutzeroberfläche zur Verfügung, mit dessen Hilfe die Absorptionsgradkennlinie von Loch- und Schlitzplatten bzw. die Kennlinie der äquivalenten Absorptionsfläche des Einzelhelmholtzresonators berechnet werden kann. Unterhalb der Absorptionsgradkennlinien werden die Verläufe der zugehörigen Strömungswiderstände angezeigt. Als Eingabeparameter werden für Loch- und Schlitzplatten der Wandabstand, die Plattenstärke, die Abmessungen der Löcher bzw. Schlitze und deren Abstand zueinander, benötigt. Beim Einzelresonator werden nur die Abmessung der Öffnung und das Volumen benötigt. Jeglicher Einfluss, den das Material aus dem der Resonator gebaut ist und dessen Oberflächenbeschaffenheit auf die akustischen Eigenschaften haben könnte, wird hier vernachlässigt. Die Kanten der Löcher bzw. Schlitze werden als soweit abgerundet angenommen, dass deren Einfluss hier nicht relevant ist.

Bei jeder Berechnung werden jeweils zwei Kennlinien ausgegeben, die sich dadurch unterscheiden, dass eine der beiden mit dem frequenzabhängigen Strömungswiderstand berechnet wird, während die andere zur Berechnung den Wert des Strömungswiderstandes bei der Resonanzfrequenz heranzieht. Außer den Kennlinien werden noch folgende Parameter berechnet: Resonanzfrequenz, Strömungswiderstand, Massenbelag, Perforationsverhältnis, Halbwertbreite, Güte und der Maximalwert des Absorptionsgrades bzw. der äquivalenten Absorptionsfläche.

3.1 Bedienoberfläche

Die Oberfläche besteht aus einer Ebene in der sämtliche Eingaben getätigt werden können und sämtliche Ergebnisse daraus angezeigt werden. Links oben befindet sich das Eingabefeld, wo als erster Schritt der Typ des Resonators ausgewählt werden kann. Das Ein- und Ausgabefeld passt sich automatisch dem jeweiligen Absorbertyp an. Links unten befindet sich das Ausgabefeld, wo die Berechnungsergebnisse angezeigt werden. Wird eine Berechnung gestartet, wird das dazugehörige Diagramm angezeigt. Dabei wird der Absorptionsgrad von Loch und Schlitzplatten nur im oberen Diagramm angezeigt und die äquivalente Absorptionsfläche von Einzelhelmholtzresonatoren nur im unterem Diagramm. Die beiden Diagramme sind nicht miteinander verlinkt. Gibt man neue Parameter ein und startet die Berechnung von neuem, so bleiben die vorherigen Kennlinien erhalten. Mit dem Clear-Button werden die Diagramme wieder gelöscht.

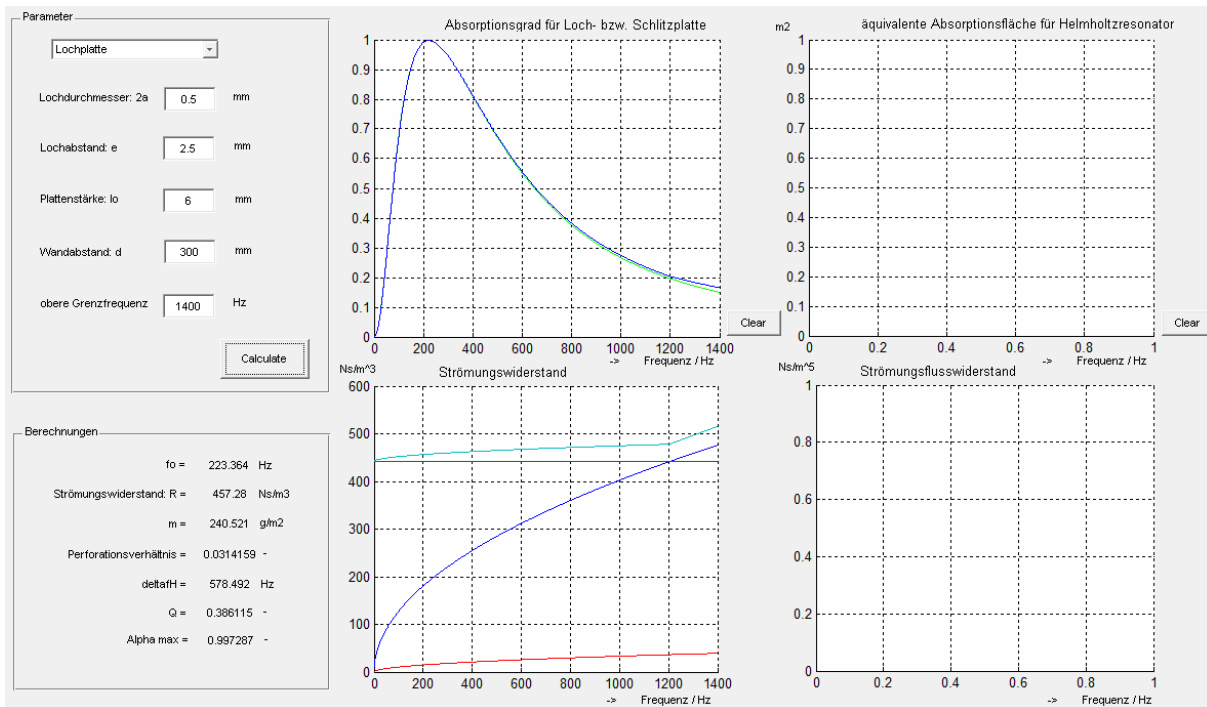


Abb. 3.1: Bedienoberfläche

3.2 Lösungsvorschläge für den Hallraum

Aus der Diplomarbeit von Herrn Markus Geigl [Geigl] über Messungen an mikroperforierten Folien im Hallraum, in Kapitel 1 über das Schallfeld im Hallraum der TU-Graz, ist bekannt, dass vor allem der tieffrequente Bereich von 100 – 500 Hz problematisch ist. Versucht man nun für den Hallraum der TU-Graz einen geeigneten Absorber zu konstruieren, so kommen in erster Linie Loch- oder Schlitzplatten in Frage, weil diese breitbandiger sind als ein Einzelhelmholtzresonator. Ideal wäre eine möglichst gute Dämpfung zwischen 100 und 500 Hz wobei gleichzeitig bei Frequenzen über 500 Hz der Absorber nicht mehr zu viel dämpfen sollte. D.h. im Übergangsbereich wäre ein möglichst steiler Abfall der Absorptionsgradkennlinie wünschenswert. Die hier angeführten Vorschläge sind lediglich als Orientierung gedacht.

3.2.1 Angepasste Absorptionsgradkennlinie Lochplatte

Nach einigem Experimentieren mit den Parametern kommt man zu folgenden Dimensionen für die Lochplatte, mit denen auch schon in Kap.2.2.5.2 gerechnet wurde.

$$a = 0,25 \text{ mm}, \quad e = 2,5 \text{ mm}, \quad l_0 = 6 \text{ mm} \quad \text{und} \quad d = 300 \text{ mm}$$

Die daraus berechnete Absorptionsgradkennlinie hat bei ca. 200 Hz ihr Maximum und bei 100 Hz und bei 500 Hz immerhin noch einen Wert von 0,675. Es scheint also möglich, eine gute Dämpfung im geforderten Frequenzbereich zu erreichen.

Die blaue Kennlinie wurde in Abhängigkeit des frequenzabhängigen Strömungswiderstandes berechnet, während die grüne mit dem Strömungswiderstand bei der Resonanzfrequenz berechnet wurde. Man erkennt hier, dass der Unterschied unwesentlich gering ist.

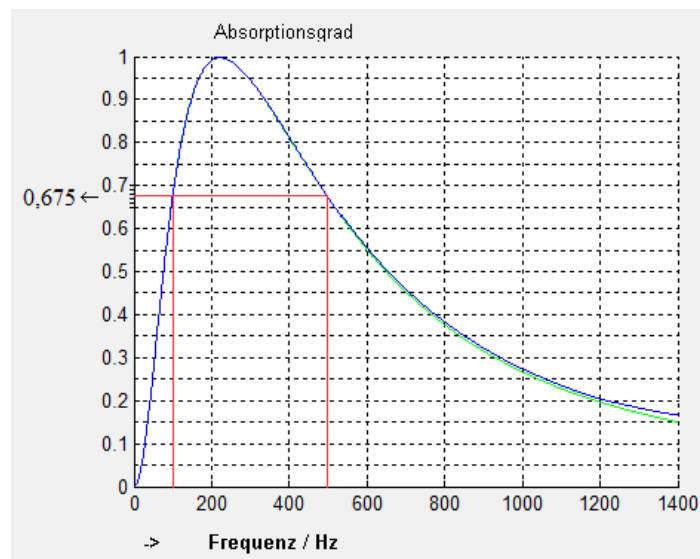


Abb. 3.2: An den Hallraum angepasste Absorptionsgradkennlinie

3.2.2 Angepasste Absorptionsgradkennlinie Schlitzplatte

Versucht man ein ähnliches Ergebnis mit der Schlitzplatte zu erreichen, so kommt man wiederum durch Experimentieren auf folgende Abmessungen: $b = 0,3 \text{ mm}$, $B = 9 \text{ mm}$, $l_0 = 6 \text{ mm}$ und $d = 330 \text{ mm}$. Die Kennlinie ist der für Lochplatten praktisch identisch.

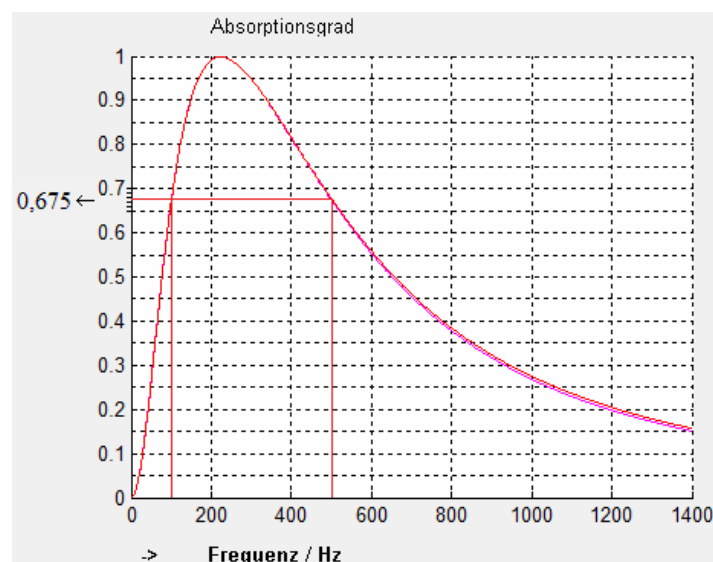


Abb. 3.3: An den Hallraum angepasste Absorptionsgradkennlinie

Wie vorhin werden auch hier zwei leicht voneinander unterschiedliche Kennlinien angezeigt. Die rote Kennlinie wurde in Abhängigkeit des frequenzabhängigen Strömungswiderstandes

berechnet, während die violette mit dem Strömungswiderstand bei der Resonanzfrequenz berechnet wurde. Man erkennt auch hier, dass der Unterschied unwesentlich gering ist.

Ob sich nun eine Lochplatte oder eine Schlitzplatte besser eignet, kann hier aufgrund der Simulation nicht entschieden werden, da beide sehr ähnliche Ergebnisse liefern.

4 Aussicht

Die hier erarbeiteten Berechnungsrichtlinien geben eine Grundlage für weitere Arbeiten auf diesem Gebiet. Vor allem die Frequenzabhängigkeit des Strömungswiderstandes und die daraus folgenden Einflüsse auf die Absorptionsgradkennlinie können noch detaillierter geklärt werden. Weitere Faktoren bezüglich des Strömungswiderstandes, die noch Fragen offenlassen sind z.B. der Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit innerhalb der Mündungsöffnung und die Beschaffenheit der Kanten (spitz oder abgerundet) der Mündungsöffnungen. Diese Größen sind rechnerisch nur schwer erfassbar, weshalb eine empirische Ermittlung eher Ziel führend wäre.

Weiters wäre eine messtechnische Überprüfung der Berechnungsrichtlinien interessant. Zu diesem Zweck könnte man einen Loch- oder Schlitzplattenabsorber aufbauen, dessen Absorptionsgradkennlinie messen und diese dann mit den Berechnungen vergleichen. Aus den Ergebnissen lassen sich eventuell neue Erkenntnisse gewinnen.

5 Literaturverzeichnis

[Cremer] Cremer Lothar, Müller Helmut A.: *Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik – Band II*. S. Hirzel Verlag, Stuttgart, 1978

[Heckl, Müller] M.Heckl, H.A. Müller: *Taschenbuch der Technischen Akustik*, 2. Auflage

[Rayleigh] Lord Rayleigh: *The Theory of Sound II*, McMillan, London 1894

[AMT] W. Weselak, Skriptum der Vorlesung: *Akustische Messtechnik 1*, WS 2009/10, V4.0

[TA] W. Weselak, Skriptum der Vorlesung: *Technische Akustik*, SS 2010, V6.0

[RA] G. Graber: Skriptum der Vorlesung: *Raumakustik* , WS 2009/10, V5.3

[EA-Lab] H. Hiebel, W. Weselak, Skriptum der Laborübung: *Elektroakustik Labor*, SS 2010, V8.4

[Geigl] Markus Geigl: *Messungen an mikroperforierten Folien im Hallraum*, Diplomarbeit TU-Graz, Dezember 2004

[Ingard] Ingard, U.: J.A.S.A. 25 (1953), S. 1073

[Rschevkin] Rschevkin, S.N., *Hochfrequenztechnik und Elektroakustik* 67 (1959)

[Acustica 1] Kosten, Smits, *Acustica* 1 (1951), *Sound Absorption by Slit Resonators*

[Kjerbe-Nielsen] *Transactions Danish Academy of Technical Sciences No 10 (1949)*